

*Е.Г. Сервинский*

*Оптимизация*

*систем*

*передачи*

*дискретной*

*информации*

*Е. Г. Сервинский*

*Оптимизация  
систем  
передачи  
дискретной  
информации*



Издательство «Связь»  
Москва 1974

6Ф2

С32

УДК 621.391.23:621.391.27

Сервинский Е. Г.

С32 Оптимизация систем передачи дискретной информации. М., «Связь», 1974.

336 с. с ил.

Рассматриваются вопросы оптимизации систем передачи дискретной информации (СПДИ) по предложенным автором критериям цены и эффективности. Разработана методика оптимизации СПДИ по введенным критериям, иллюстрированная применением к некоторым моделям в классах СПДИ с частотной и относительной фазовой манипуляцией.

Книга предназначена для научных работников, занимающихся вопросами теории и проектирования СПДИ. Она может быть полезна инженерам, аспирантам, студентам вузов, изучающим теорию передачи информации и методы оптимизации систем (не только СПДИ).

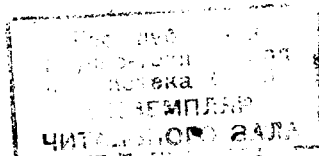
С  $\frac{30601-27}{045(01)-74}$  (29-30)-74

6Ф2

© Издательство «Связь», 1974 г.

Д4

22835



74-11199

## Основные сокращения <sup>1)</sup>

### Элементы структурной схемы СПДИ

- СПДИ — система передачи дискретной информации  
ИС — источник сообщений; 14, рис. 1.1, рис. 1.2  
ЭИС — эквивалентный источник сообщений; 24, рис. 1.4  
ПС — получатель сообщений; 17, рис. 1.1, рис. 1.2  
ЭПС — эквивалентный получатель сообщений; 24, рис. 1.4  
КУ — кодирующее устройство (кодер); 15, рис. 1.1  
ДКУ — декодирующее устройство (декодер); 16, рис. 1.1  
СК — статистический кодер; 18, рис. 1.2  
ПК — помехоустойчивый кодер; 18, рис. 1.2  
КСообщ — кодер сообщения; 18, рис. 1.2  
Ксигн — кодер сигнала; 18, рис. 1.2  
СДК — статистический декодер; 21, рис. 1.2  
ДКСообщ — декодер сообщения; 21, рис. 1.2  
ДКсигн — декодер сигнала; 21, рис. 1.2  
СУ — сигнальный участок СПДИ; 25, рис. 1.4  
КС — канал связи; 15, рис. 1.1, рис. 1.2  
КОС — канал обратной связи; 47  
ЛС — линия связи; 52, рис. 2.1

### Фильтры

- ИФ — идеальный фильтр; 55 (2.1)  
ИПФ — идеальный полосовой фильтр; 56, (2.2), рис. 2.4  
ГПФ — гауссов полосовой фильтр; 58, (2.6), рис. 2.4  
ППФ — промежуточный (между ГПФ и ИПФ) полосовой фильтр; 59, рис. 2.4  
АЧХ — амплитудно-частотная характеристика (модуль комплексного коэффициента передачи); 55  
ФЧХ — фазо-частотная характеристика (аргумент комплексного коэффициента передачи); 55  
Ф<sub>прд</sub> — фильтр на выходе передатчика; 61, рис. 2.6; 183, рис. 3.10  
Ф<sub>прм</sub> — фильтр на входе приемника; 61, рис. 2.6; 183, рис. 3.10  
Ф<sub>к</sub> — результирующий канальный фильтр, образованный Ф<sub>прд</sub> и Ф<sub>прм</sub>; 120, рис. 3.10

### Прочие сокращения

- БПП — блок переменных параметров; 62, рис. 2.7  
НУП — необслуживаемый усилительный пункт; 186  
РИ — реальный интеграл; 321  
ДЧ — делитель частоты; 322, рис. П2.1  
ЗГ — задающий генератор, 322, рис. П2.1  
РУ — решающее устройство; 44, рис. 1.11

---

<sup>1)</sup> Большинство обозначений снабжено указанием страниц, где они введены, а также номера формулы и (или) рисунка.



## Основные обозначения<sup>1)</sup>

- $\{A\}$  — ансамбль сообщений (букв) ИС; алфавит ИС; 14, (1.1), рис. 1.1  
 $\{A^1\}$  — множество букв (алфавит) ПС; 17, рис. 1.1  
 $A_i(t)$  — кодовая последовательность видеопульсов  $i \in \{N_x\}$ ; 25, 26, рис. 1.6  
 $\|A_i(t)\|$  — кодовая матрица видеопульсов  $i \in \{N_x\}$ ; 27 (1.26), (1.47), рис. 1.6  
 $B_{Ц}$ ,  $B_{эф}(\gamma_q)$  — выигрыш оцениваемой системы (по отношению к эталонной) соответственно по критериям цены и эффективности; 157, 156, (4.29), (4.31)  
 $B_{Ц}$  — выигрыш системы из  $\Phi$ -го класса по отношению к системе из  $\Psi$ -го класса по критерию цены; 167, (4.46)  
 $B_R$  — выигрыш в скорости передачи информации при переходе от бинарной к многопозиционной СПДИ; 95 (3.47)  
 $B_{\text{доп}}^{(\Delta f, \Sigma)}$ ,  $B_{\text{доп}}^{(R)}$  — дополнительный выигрыш оцениваемой СПДИ (по отношению к эталонной) соответственно по занимаемой полосе частот и скорости передачи информации; 174, (4.64), (4.65)  
 $D$  — число сигнальных компонент, учитываемых при междусимвольных помехах; 201, (5.5)  
 $C$  — цена системы; 153, (4.21)  
 $a$  — степень укрупнения алфавита ИС в КУ; 15, (1.3), (1.4)  
 $\{A_z\}$  — множество (алфавит) амплитуд видеопульсов; 25  
 $a^{(i)}$ ,  $l \in \{m_a\}$  — амплитуда видеопульса, порожденного кодовым символом  $z^{(i)}$ ,  $l \in \{m_z\}$ ; 25, (1.23), рис. 1.5  
 $a_i^{(l)}(t)$ ,  $l \in \{m_a\}$ ,  $i \in \{n_a\}$  —  $i$ -й член кодовой последовательности видеопульсов, порожденный  $i$ -м членом кодовой комбинации символов  $z_i^{(l)}$ ,  $l \in \{m_z\}$ ,  $i \in \{n_z\}$ ; 26  
 $b$  — число букв алфавита ИС в команде  $K(b)$ ; 104  
 $g(t, \tau)$ ,  $g(t) = g(\tau)$  — импульсная реакция фильтра в момент времени  $t$  на единичный импульс, поступивший на вход фильтра в момент  $t - \tau$ ; 62, (5.4)  
 $h^2$  — отношение мощности сигнала к спектральной плотности мощности помехи вида белого шума на входе приемника (демодулятора); 38, (1.67), 125, (3.121)  
 $m_a$ ,  $m_n$ ,  $m_\phi$  — количество позиций сигнала соответственно по амплитуде, частоте и фазе; 50  
 $m_z$ ,  $m_a$ ,  $m_y$  — основание алфавитов соответственно  $\{z\}$ ,  $\{a_z\}$ ,  $\{y\}$ ; 20, 21, рис. 1.2  
 $m_y = m_y$  — основание алфавита (число позиций) сигнала; 21, 50  
 $m'_y$  — количество подмножеств в множестве  $\{y'\}$ ; 22, (1.8), рис. 1.2  
 $m'_z$  — основание алфавита  $\{z'\}$ ; 22, (1.18), рис. 1.2  
 $n_z$ ,  $n_a$ ,  $n_y$  — длина кодовой последовательности (комбинации) соответственно символов видеопульсов, сигналов, 20, 21, (1.17), (1.25)  
 $n = n_y = n_{\text{инф}} + n_{\text{изб.п.к}}$  — длина кодовой комбинации, соответствующей букве ЭИС, при равномерном кодировании; 81  
 $n_{\text{инф}}$  — количество информационных символов в кодовой комбинации; 81, (3.14)

<sup>1)</sup> Обозначения размещены в алфавитном порядке, причем первыми идут обозначения русского, затем латинского и греческого алфавитов. Условные математические обозначения помещены в конце списка. Каждое обозначение снабжено указанием страниц, где оно введено, и, по возможности, ссылками на номер формулы и (или) рисунка.

- $n_{\text{инф}}^{\text{фискт}}$  — фиктивное значение  $n_{\text{инф}}$ ; 82, (3.15)  
 $n_{\text{изб.п.к}}$  — количество избыточных символов в кодовой комбинации, вводимых в ПК; 81  
 $n_{\text{изб.о.с}}$  — среднее на кодовую комбинацию количество избыточных символов, образующихся за счет многократных передач некоторых отрезков сообщения при наличии КОС; 81  
 $n_{\text{изб}} = n_{\text{изб.п.к}} + n_{\text{изб.о.с}}$ ; 81  
 $n_0 = n_{\text{инф}} + n_{\text{изб}}$ ; 81, (3.10)  
 $p_w(A_i)$  — вероятность появления на выходе ИС буквы  $A_i$ , если перед этим появилась последовательность из  $w$  букв:  $A_k, \dots, A_r$ ;  $A_k, A_r \in \{A\}$ ; 85  
 $q$  — номер тактового интервала; 203, рис. 5.2  
 $q^2$  — отношение мощностей стационарной и флуктуирующей компонент сигнала на входе приемника (демодулятора); 67, (1.20)  
 $r$  — количество параметров переносчика; 26, (1.24)  
 $s(-), s(+), s$  — количество тактовых интервалов слева и справа от рабочего, учитываемых при вычислении помехоустойчивости с учетом междусимвольных помех; 201, 202, (5.5), (5.6), (5.9)  
 $t$  — время  
 $T_{\text{гр}}$  — групповое время распространения сигнала по КС; 196, рис. 5.1  
 $v_i(q, k)$  — относительная величина максимального приращения отсчета в  $i$ -м субканале от сигнала  $k$ -й позиции, переданного на  $q$ -м тактовом интервале; 317, 203  
 $\|v(q)\|$  — матрица междусимвольных помех; 203, 204, (5.12), (5.14)  
 $v_{\text{доп}}, v'_{\text{доп}}$  — минимальное значение  $v_i(q, k)$ , которое имеет смысл учитывать, и его оценка снизу; 318, 204, 320, (11.54)  
 $\{x_I\}, \{x_{II}\}$  — множества ресурсов соответственно I и II рода; 152, 153, (4.17), (4.19), рис. 4.1  
 $\{y\}$  — множество (алфавит) элементарных сигналов на выходе КСигн; 21  
 $y_s^{(l)}(t)$  — элементарный сигнал  $l$ -й позиции,  $l \in \{m_y\}$ , при модуляции  $s$ -го параметра переносчика; 21, 22, 26  
 $y_{is}^{(l)}(t)$  — сигнал  $y_s^{(l)}(t)$ , номер которого в кодовой последовательности равен  $i \in \{1, \dots, n_y\}$ ; 27  
 $y'_i$  — отсчет на выходе  $i$ -го субканала в момент стробирования; 22, 63, рис. 1.11  
 $\{y'\}$  — множество значений  $y'$ ; 22, рис. 1.2  
 $\{y_i\}$  — подмножество множества  $\{y'\}$ ,  $i = 0, m'_y - 1$ ; 22, 23, рис. 1.2  
 $y_{(1, \dots, \eta)}^{(l)}(t)$  — элементарный сигнал  $l$ -й позиции,  $l \in \{m_y(\eta)\}$ , при  $\eta > 1$ ; 30  
 $y_{(1, \dots, \eta)\beta}^{(l)}(t)$  — элементарный сигнал  $l$ -й позиции,  $l \in \{m_y(\eta, \beta)\}$ , при  $\eta > 1, \beta > 1$ ; 33, (1.50)  
 $y_c(\Delta f, t)$  — нормированный текущий спектр; 118, (3.96)  
 $y'_{ci}(q, k)$  — отсчет на выходе  $i$ -го субканала в момент стробирования от сигнала  $k$ -й позиции, переданного на  $q$ -м тактовом интервале; 203, рис. 5.3  
 $y'_{\Sigma i}$  — результирующий отсчет на выходе  $i$ -го субканала в момент стробирования от последовательности сигналов длины  $D$ ; 203, рис. 5.3  
 $z_i^{(l)}$  — элементарный кодовый сигнал,  $l \in \{m_z\}$ , номер которого в кодовой комбинации равен  $i \in \{1, \dots, n_z\}$ ; 20  
 $\{z\}$  — множество элементарных кодовых символов на выходе КСообщ; 20  
 $\{z'\}$  — множество элементарных кодовых символов на выходе ДКСигн; 22, рис. 1.2  
 $C$  — пропускная способность КС; 137  
 $E_c$  — энергия сигнала на выходе демодулятора; 138  
 $F_{\text{изб}}$  — функция, характеризующая  $P_{\text{сб.е.и}}$  за счет введения ПК и КОС; 114, (3.89), (3.90)  
 $H(\text{ЭИС}), H(\text{ИС})$  — энтропия на букву алфавита соответственно ЭИС и ИС; 80, 81  
 $H^2$  — отношение мощностей сигнала и помехи в момент стробирования на выходе демодулятора; 124, (3.115)  
 $J_{\text{ср}}[K(b)]$  — среднее количество информации в команде  $K(b)$ ; 111

- $K(i\omega)$ ,  $|K(i\omega)|$  — соответственно комплексный коэффициент передачи фильтра и его модуль  
 $K_{\text{энтр}}$  — коэффициент энтропии ИС; 81, (3.13)  
 $K_{\text{изб}}$  — коэффициент нестатической избыточности ЭИС; 82, (3.16)  
 $K_{\text{изб.пр}}$  — коэффициент преднамеренной избыточности ЭИС; 83, (3.18), (3.17), (3.19)  
 $K_{\text{изб.п.к}}$  — коэффициент избыточности за счет ПК; 83, (3.20)  
 $K_{\text{изб.о.с}}$  — коэффициент избыточности за счет КОС; 83, (3.20)  
 $K_{\text{изб.непр}}$  — коэффициент непреднамеренной избыточности ИС; 83, (3.21)  
 $K_{\text{сж}}$  — коэффициент сжатия, характеризующий степень уменьшения избыточности в СК; 84, (3.27)  
 $K(b)$  — совокупность (команда) из  $b$  букв алфавита ИС; 104  
 $K_{\Pi}$  — коэффициент, характеризующий различие между  $\Delta f_{\Sigma}$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ , 119, (3.102), рис. 3.10  
 $L$  — количество каналов в СПДИ многоканальной структуры; 49, рис. 1.14  
 $N$  — основание алфавита ИС; 14, (1.1), рис. 1.1  
 $N_x$  — основание алфавитов  $\{X\}$ ,  $\{Z_x\}$ ,  $\{Y_x\}$ ; 15, 18, (1.2), (1.12), рис. 1.1, рис. 1.2  
 $N_y$  — основание множества сигналов  $\{Y\}$ ; 14, рис. 1.1, рис. 1.2  
 $N_z$  — основание множества  $\{Z\}$ ; 18, рис. 1.1, рис. 1.2  
 $N'_z$  — основание множества  $\{Z'\}$ ; 22  
 $N'_x$  — основание множества  $\{X'\}$  и количество подмножеств в множестве  $\{Z'\}$ ; 22, 23, рис. 1.2  
 $N'$  — основание алфавита ПС; 23, рис. 1.1, рис. 1.2  
 $P_c$  — мощность сигнала на входе приемника (демодулятора); 38  
 $P_{\text{сб}}[K(b)]$  — вероятность сбоя команды  $K(b)$ ; 106, (3.64), (3.65)  
 $P_{\text{сб.е.п}}$  — вероятность сбоя единицы информации; 111, (3.75)  
 $P_{\text{сб.э.с}}$  — вероятность сбоя элементарного сигнала (символа); 112  
 $Q_{\text{сб}}[K(b)]$  — условная вероятность сбоя команды  $K(b)$ ; 174  
 $Q_{\text{сб.э.с}}$  — условная вероятность сбоя элементарного сообщения; 280  
 $R$  — скорость передачи информации; 79, 80, (3.1), (3.3), (3.6), (3.7)  
 $S_c(\Delta f, t)$  — текущий спектр сигнала; 116  
 $S_c$  — спектральная плотность импульсной помехи на входе КС; 282  
 $\{X\}$  — ансамбль, полученный преобразованием ансамбля  $\{A\}$ ; 15, (1.12); рис. 1.1  
 $\{X'\}$  — множество, члены которого находятся во взаимно-однозначном соответствии с подмножествами  $\{Y_i\}$  из множества  $\{Y\}$ ; 16, 17, рис. 1.1  
 $\{Y\}$  — множество сигналов КУ; 15, рис. 1.1  
 $\{Y_x\}$  — ансамбль сигналов КУ; 15, (1.5), рис. 1.1, рис. 1.2  
 $\{Y'\}$  — множество искаженных сигналов на входе ДКУ; 16, рис. 1.1  
 $\{Y_i\}$  — подмножество множества  $\{Y'\}$ ,  $i=1, N'_x$ ; 16, рис. 1.1  
 $\{Z\}$  — множество сообщений на выходе КСообщ; 20, рис. 1.1  
 $\{Z_x\}$  — ансамбль сообщений КСообщ; 18, (1.12), рис. 1.2  
 $\{Z'\}$  — множество сообщений ДКСообщ; 22, рис. 1.2  
 $\{Z_i\}$  — подмножество множества  $\{Z'\}$ ,  $i=1, N'_x$ ; 22, рис. 1.2  
 $\alpha_s$  —  $s$ -й параметр переносчика; 26, 31, (1.24), (1.40)  
 $\alpha_H$ ,  $\alpha_F$  — весовые коэффициенты соответственно при  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ ; 163, (4.41)  
 $\alpha_{H_i}$ ,  $\alpha_{F_i}$  — расстояния между частотой  $\omega_i$  и частотами соответственно  $\omega_H$  и  $\omega_F$ ; 208, (5.22)  
 $\beta$  — количество реализаций переносчика на одном элементарном интервале; 31, (1.40), рис. 1.6а  
 $\{y\}$  — множество целевых параметров системы; 148, (4.11)  
 $\gamma_g$  — главный целевой параметр системы; 148  
 $\{\delta\}$  — множество внутренних параметров системы; 152, (4.15), рис. 4.1  
 $\{\delta_0\}$ ,  $\{\delta_1\}$  — подмножества множества  $\{\delta\}$  соответственно с фиксированными и нефиксированными значениями внутренних параметров; 152  
 $\varepsilon$  — коэффициент, характеризующий различие между  $\Delta f_{\Sigma.с}$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ ; 119, (3.98), рис. 3.10а  
 $\eta$  — число информационных параметров переносчика; 28  
 $\nu^2_0$  — спектральная плотность мощности нормального белого шума; 74  
 $\tau$  — длительность элементарного сигнала; 22, рис. 1.5

- $\omega_{н}$ ,  $\omega_{в}$  — круговые частоты соответственно нижнего и верхнего срезов ИПФ; 56, (2.2), рис. 2.4а  
 $\omega_{ц}$  — центральная частота фильтра; 56, (2.3), рис. 2.4  
 $\Delta f_{р}$  — разнос между соседними частотными позициями сигнала; 119, (3.98), рис. 3.10  
 $\Delta f_{э.с}$  — эффективная ширина энергетического спектра сигнала; 116, (3.94)  
 $\Delta f_{э.с}$  — суммарная эффективная полоса частот СПДИ; 119, (3.99), рис. 3.10  
 $\Delta f_{\Sigma}$  — занимаемая СПДИ полоса частот; 119, (3.102), рис. 3.10  
 $\Delta f_{прд}$ ,  $\Delta f_{прм}$ ,  $\Delta f_{к}$  — полосы пропускания соответственно  $\Phi_{прд}$ ,  $\Phi_{прм}$ ,  $\Phi_{к}$  при аппроксимации их ИПФ; 120, рис. 3.10  
 $\Delta f_{эф.прд}$ ,  $\Delta f_{эф.прм}$ ,  $\Delta f_{эф.к}$  — эффективные полосы пропускания соответственно  $\Phi_{прд}$ ,  $\Phi_{прм}$ ,  $\Phi_{к}$ , если их АЧХ отличаются от АЧХ ИПФ; 121, 122, рис. 3.11  
 $\Delta y'_{с\Sigma i}(q, k)$  — приращение  $y'_{с\Sigma i}$  от составляющей  $y'_{сi}(q, k)$ ; 203, рис. 5.3  
 $\theta$  — коэффициент; 37, 38, (1.63), (1.64)  
 $\psi_i$  — алгоритм обработки смеси сигнала и помехи в  $i$ -м субканале демодулятора; 44, рис. 1.11

## В В Е Д Е Н И Е

Как известно, территориально удаленные звенья автоматизированной системы объединяются в единый комплекс с помощью сети связи. Источниками и потребителями информации в автоматизированных системах управления (АСУ) являются в основном электронно-вычислительные машины (ЭВМ), а поэтому информация должна передаваться в форме, доступной для ЭВМ. В настоящее время такой формой является цифровая (дискретная). Однако даже в будущем, когда ЭВМ «научатся понимать» другие формы информации (речевую, графическую и т. п.), дискретная форма информации в сетях связи АСУ сохранится. Более того, постепенно во всех системах передачи информации, включая такие традиционно аналоговые, как телефония и телевидение, аналоговые сигналы будут заменены дискретными. Уже в настоящее время значительное количество систем связи является системами передачи дискретной информации (СПДИ), а в будущем они станут универсальными. Этим объясняется чрезвычайно большой интерес к СПДИ.

Научной основой СПДИ является общая теория связи<sup>1)</sup>. Любая эффективная теория должна удовлетворять некоторым требованиям, выполнение которых обеспечивает решение следующих задач, указанных в [85]:

- синтез структуры оптимальной системы;
- определение (количественное) характеристик оптимальной системы;
- сравнение реальных систем с теоретически оптимальной, а также между собой.

Рассмотрим возможности общей теории связи в решении этих основных задач. Исторически общая теория связи возникла в виде двух научных направлений — теории информации (теории кодирования) и теории потенциальной помехоустойчивости<sup>2)</sup>. Теория информации вводит меру информации и определяет предельные возможности системы связи в целом. Полученные этой теорией результаты сыграли поистине революционную роль в развитии представлений о природе информации, о возможностях и ограничениях при ее передаче и т. п.

Однако вскоре выявились и слабые стороны теории информации. Основной ее недостаток — в неконструктивном характере дока-

---

<sup>1)</sup> Эта научная дисциплина имеет и ряд других названий, например, теория передачи информации, математическая теория связи, статистическая теория связи и др.

<sup>2)</sup> Основоположниками этих направлений являются К. Шеннон и В. А. Котельников.

зательства теорем о пропускной способности, в связи с чем способы построения систем связи, реализующих пропускную способность, остаются неизвестными. Но есть и еще одно соображение, не позволяющее считать оптимальной всякую систему связи, реализующую пропускную способность. Дело в том, что понятие пропускной способности включает в себя лишь информационные характеристики системы связи (скорость и помехоустойчивость) и совершенно не затрагивает технико-экономических характеристик (стоимости, надежности, занимаемой полосы частот, времени задержки в передаче информации и т. д.). Как только эти слабые стороны были обнаружены, «эпоху увлечения (теорий информации — прим. автора) быстро сменила эпоха разочарования» [23]. Между прочим, не кто иной как автор теории информации К. Шеннон предостерегал против чрезмерного «увлечения» созданной им теорией, подчеркивая ее ограниченные возможности [173].

Таким образом, первое направление общей теории связи не удовлетворяет сформулированным выше требованиям к эффективной теории. Конечно, это не означает, что следует вообще отказаться от теории информации. Разумный подход состоит в том, чтобы взять от теории то, что она действительно может дать. Помимо бесспорной важности введения меры информации, практическая ценность теории информации состоит в стимулировании исследований способов кодирования. На этой основе сформировалась современная теория кодирования<sup>1)</sup>.

В отличие от теории информации, в теории потенциальной помехоустойчивости поставлена ограниченная задача оптимизировать лишь приемную часть системы связи, полагая остальные ее элементы заданными. Зато эта ограниченная задача решается конструктивно, т. е. синтезируется оптимальный приемник и определяется его помехоустойчивость, с учетом характеристик канала связи, сигналов и помех. Большинство практически ценных результатов получено именно в рамках теории потенциальной помехоустойчивости. Легко видеть, что теория потенциальной помехоустойчивости удовлетворяет требованиям к эффективной теории, приведенным выше. Однако она охватывает лишь часть системы связи и поэтому также не дает полного решения вопроса.

Таким образом, современная теория связи не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к эффективной теории. Потребности же практики настоятельно требуют разработки методов нахождения оптимальных или, по крайней мере, достаточно рациональных систем связи. Настоящая работа представляет собой попытку разработки такого метода применительно к СПДИ.

Центральным в проблеме оптимизации является вопрос о выборе критерия оценки оптимизируемой системы. Именно критерий определяет истинную ценность синтезированной на его основе оптимальной системы. Никакие удобства математического или иного

---

<sup>1)</sup> Теория кодирования подразделяется на две ветви: теорию статистического (эффективного) кодирования и теорию помехоустойчивого кодирования.

характера не могут компенсировать вредных последствий применения неадекватного критерия. Поэтому вопросу формирования адекватных критериев оценки в настоящей работе уделено большое внимание.

В основу формирования критериев (цены и эффективности) положены идеи, развиваемые научными направлениями: «исследование операций» и «системотехника»<sup>1)</sup>. Оптимизация по критерию цены сводится к минимизации стоимости системы при фиксированных значениях целевых параметров, а по критерию эффективности — к доставлению экстремума главному целевому параметру при фиксированных значениях остальных (не главных) целевых параметров и цены. Важно отметить, что при оценке (оптимизации) по введенным критериям принципиально могут быть учтены все существенные параметры системы. Практические ограничения накладываются лишь возрастанием математических трудностей при увеличении числа учитываемых параметров, а также тем, что некоторые функциональные зависимости между внутренними и внешними параметрами системы известны лишь приближенно или вообще неизвестны. Поэтому для получения практически приемлемых решений приходится ограничивать число учитываемых параметров, выбирая из них по возможности наиболее существенные. По мере того как будут находиться способы преодоления возникающих затруднений, оценка будет становиться все более объективной. Это означает, что оценка по критериям цены и эффективности не только допускает, но предполагает возможность уточнения по мере накопления знаний о свойствах системы и совершенствования методов решения соответствующих задач.

Покажем, что развитая на основе введенных критериев теория оптимизации удовлетворяет указанным выше требованиям к эффективной теории. Действительно, она позволяет синтезировать оптимальную систему, поскольку синтез сводится к задаче нахождения экстремального значения оценочного параметра по вариациям внутренних параметров. Практические ограничения накладываются лишь уровнем знаний о функциональных зависимостях между внутренними и внешними параметрами системы и умением решать соответствующие математические задачи. Определение (количественное) характеристик оптимальной системы сводится к вычислению оценочного (критериального) параметра при оптимальных значениях внутренних параметров. Последние определяются в процессе нахождения экстремума оценочного параметра. Наконец, сравнение реальных систем с теоретически оптимальной, а также между собой сводится к сравнению значений их оценочных параметров.

При оценке (оптимизации) по критериям цены и эффективности

---

<sup>1)</sup> Эти направления очень близки и в дальнейшем для определенности будет указываться только первое из них. Объяснение различий между ними можно найти, например, в [147].

учитываются не все параметры системы, а лишь такая их совокупность, для которой удастся найти решение. Между тем некоторые из неучтенных параметров могут быть достаточно существенными при оценке истинных свойств системы. Отсюда вытекает целесообразность многоступенчатой процедуры оценки. На первом (теоретическом) этапе учитываются параметры, характеризующие основное целевое назначение системы, а менее существенные учитываются на последующих этапах. Для СПДИ параметрами, учет которых на теоретическом этапе обязателен, являются информационные, т. е. скорость передачи информации и помехоустойчивость.

Ценность теории для практических приложений в значительной мере определяется удобствами ее применения. К числу последних следует отнести, в частности, простоту математического аппарата и возможность отображения основных зависимостей в виде наглядных и простых графиков. Это важно как с точки зрения возможностей освоения теории широкими кругами инженеров, так и с точки зрения формирования интуитивных представлений о свойствах системы. О важности человеческой интуиции в творческом процессе говорит хотя бы тот факт, что в последнее время находит признание идея эвристического программирования для ЭВМ, являющаяся, по существу, попыткой придать машине некоторые черты человеческой интуиции. Эти соображения в настоящей работе учтены в максимально возможной степени. Основная идея упрощения математического аппарата состоит в разбиении системы на классы, классов — на подклассы и т. д. до тех пор, пока не будет достигнута желаемая степень упрощения, определяемая возможностью выполнения синтеза оптимальной системы (в пределах класса, подкласса и т. д.). Оптимизация в пределах всей системы сводится к сопоставлению оптимальных систем из разных классов.

Количество классов систем всегда конечно, что гарантирует конечность процедуры нахождения оптимальной системы. Однако процедура может быть достаточно громоздкой, поскольку количество классов, подклассов и т. д. может оказаться весьма большим. Ее можно упростить, исключая из рассмотрения заведомо неперспективные варианты. Здесь оказывается полезным также инженерный подход к оценке, который позволяет считать варианты с близкими значениями оценочного параметра равноценными. Для реализации этих возможностей требуется глубокое изучение оптимизируемой системы, т. е. характера функциональных зависимостей между ее внешними и внутренними параметрами.

При практической реализации оптимальной системы невозможно добиться, чтобы внутренние параметры были в точности равны найденным оптимальным значениям. Поэтому важно не столько нахождение экстремального значения оценочного параметра, сколько исследование его поведения в окрестностях экстремума. Учитывая это соображение, признано целесообразным вообще отказаться от аналитического исследования на экстремум уравнений для оценочного параметра, заменив его построением соответствующих графиков.



Разработанная на этой основе методика оценки (оптимизации) СПДИ оказалась достаточно простой и наглядной, пригодной для непосредственного использования в инженерных расчетах. Это хорошо видно на примере классов СПДИ с многопозиционными частотной и относительной фазовой манипуляциями (МЧМ и МОФМ). Полученные результаты имеют и большое самостоятельное значение, поскольку установлено, что оптимальные многопозиционные СПДИ имеют существенные преимущества перед широко распространенными бинарными СПДИ. Сравнительная оценка СПДИ с МЧМ и МОФМ показала, что каждая из них имеет свою целесообразную область применения. Этот результат также имеет важное практическое значение.

Имеющиеся в литературе функциональные зависимости для одного из важнейших внешних параметров СПДИ — помехоустойчивости — получены, как правило, для случая неискажающего канала. Такая модель канала, однако, в большинстве практических случаев не является адекватной реальным каналам. Поэтому в настоящей работе рассмотрены и более реалистические модели, а также вопрос о вычислении помехоустойчивости при аппроксимации канала связи такими моделями. Ввиду ограниченного объема настоящей работы вычисление помехоустойчивости проведено лишь для случая, когда канал связи аппроксимируется идеальным полосовым фильтром.

Достоинства любой системы, в том числе и СПДИ, определяют не только ее характеристиками при идеализированных условиях работы, но и степенью ухудшения характеристик при неизбежных на практике отклонениях условий работы от идеальных. Важное значение имеют также вопросы технической реализации СПДИ. Ввиду ограниченного объема книги эти вопросы изложены в Приложении 2 в виде обзора. Основной вывод состоит в том, что вопреки встречающимся в литературе высказываниям техническая реализация СПДИ с многопозиционными сигналами (МПС) имеет тот же порядок сложности, что и реализация СПДИ с бинарными сигналами.

В процессе написания книги пришлось ввести ряд новых определений, терминов, понятий и т. п. Возможно, некоторые из них спорны. Пришлось также столкнуться с большими трудностями, связанными с разнобоем в терминологии и даже интерпретации функционального действия элементов структурной схемы СПДИ. По нашему мнению, этот разнобой начинает приобретать опасный для дальнейшего развития теории связи характер, особенно с учетом того, что в орбиту действия этой теории вовлекаются широкие круги инженеров-проектировщиков. По этой причине в основном тексте отдельные вопросы рассматриваются несколько более подробно, чем это необходимо для выбранной темы.

Улучшению рукописи способствовали ценные замечания и советы, высказанные Л. М. Финком, за что автор выражает свою искреннюю признательность.

Автор выражает искреннюю благодарность Г. П. Захарову, А. Г. Зюко, Ю. Б. Окуневу, Н. Т. Петровичу за полезные замечания и соображения, высказанные ими в разное время при обсуждении вопросов, рассматриваемых в данной работе.

Автор благодарит также С. М. Первунинского и С. М. Паука, соавторов многих использованных здесь работ, за внесенный ими творческий вклад в настоящую работу.

Значительную помощь технического и творческого характера оказал автору В. М. Чуприн. В частности, гл. 5 и приложение 1 написаны совместно, а программы для расчета на ЭВМ искажений сигнала в канале связи, переходных помех и помехоустойчивости с учетом искажений, а также все расчеты по этим программам выполнены им самостоятельно.

Все замечания и предложения просим направлять по адресу: 101000 Москва-центр, Чистопрудный бульвар, 2. издательство «Связь».

**Структура,  
функционирование  
и классификация  
систем передачи  
дискретной  
информации**

---

**1.1. ОБЩАЯ СТРУКТУРНАЯ СХЕМА СПДИ**

Структурная схема систем передачи дискретной информации СПДИ в наиболее общем виде представлена на рис. 1.1. Источник сообщений (ИС) последовательно выбирает из фиксированного ансамбля сообщений

$$\{A\} = \left\{ \begin{array}{l} A_1, \dots, A_i, \dots, A_N \\ p(A_1), \dots, p(A_i), \dots, p(A_N) \end{array} \right\} \quad (1.1)$$

одно из элементарных сообщений  $A_i$ .

По аналогии с человеческими языками множество  $\{A\} = \{A_1, \dots, A_i, \dots, A_N\}$  иногда называют алфавитом, а его члены — буквами. Число  $N$  называется основанием алфавита и может принимать любые целочисленные значения в области  $N \geq 2$ .

Назначение кодирующего устройства (КУ) состоит в преобразовании сообщения в сигнал, пригодный для передачи по выбранному (заданному) каналу связи (КС). В общем случае преобразование осуществляется в два этапа. На первом этапе производятся функциональные преобразования над ансамблем  $\{A\}$ , в результате которых образуется новый ансамбль  $\{X\}$  с основанием  $N_x \geq N$ :

$$\{X\} = \left\{ \begin{array}{l} X_1, \dots, X_i, \dots, X_{N_x} \\ p(X_1), \dots, p(X_i), \dots, p(X_{N_x}) \end{array} \right\}. \quad (1.2)$$

На втором этапе буквы алфавита  $\{X\}$  преобразуются в сигналы.

Функциональное преобразование над ансамблем  $\{A\}$  должно быть обратимым. Но видов обратимых преобразований возможно множество, поэтому для определенности в дальнейшем будем рассматривать одно из них — укрупнение алфавита. Оно осуществляется посредством обозначения одной (новой) буквой последовательности из  $a \geq 1$  букв старого алфавита, так что

$$N_x = N^a. \quad (1.3)$$

Образование буквы  $X_i$  нового ансамбля можно выразить в символической форме в виде преобразования

$$K_i(a; r, \dots, s) \rightarrow X_i, \quad (1.4)$$

где  $K_i(a; r, \dots, s) = A_1^{(r)}, \dots, A_a^{(s)}$ ;  $r \in \{N\}$ ,  $i = \overline{1, N_x}$ .

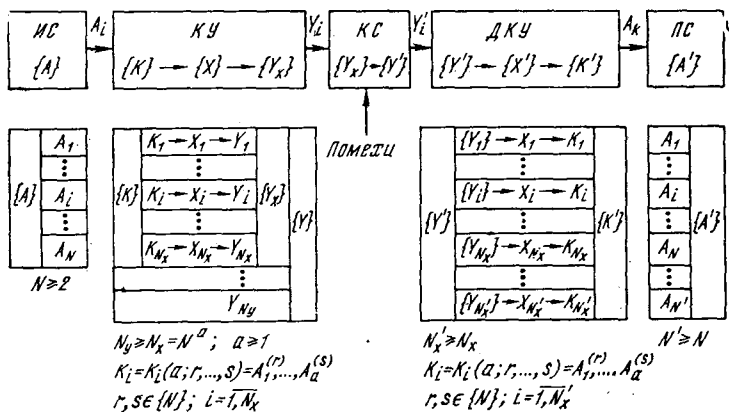


Рис. 1.1

Здесь и в дальнейшем порядковый номер символа в последовательности указывается нижним индексом, а верхний индекс (в скобках) определяет порядковый номер символа в алфавите, из которого он выбран.

Для преобразования  $N_x$  букв ансамбля  $\{X\}$  в сигналы КУ должно располагать множеством сигналов

$$\{Y\} = \{Y_1, \dots, Y_i, \dots, Y_{N_x}, \dots, Y_{N_y}\}, \quad N_y \geq N_x,$$

из которого выбирается подмножество

$$\{Y_x\} = \{Y_1, \dots, Y_i, \dots, Y_{N_x}\},$$

образующее ансамбль сигналов:

$$\{Y_x\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_1, \dots, Y_i, \dots, Y_{N_x} \\ p(Y_1), \dots, p(Y_i), \dots, p(Y_{N_x}) \end{array} \right\}. \quad (1.5)$$

Выборки  $Y_i$  из ансамбля  $\{Y_x\}$  поступают в КС. Совершенно естественно, что между ансамблями  $\{X\}$  и  $\{Y_x\}$  должно быть однозначное соответствие, т. е. для  $i = \overline{1, N_x}$  из (1.2) и (1.5) должны выполняться условия<sup>1)</sup>:

<sup>1)</sup> Вообще условие  $X_i \rightleftharpoons Y_i$  не является абсолютно обязательным и его частичное нарушение приведет лишь к увеличению ошибок в СПДИ. В реальных условиях оно никогда в точности не выполняется из-за неизбежных в любой физической системе флуктуаций. Однако следует потребовать, чтобы в хорошо спроектированной и обслуживаемой СПДИ увеличение числа ошибок за счет нарушения условия  $X_i \rightleftharpoons Y_i$  было достаточно малым. Некоторые соображения по этому вопросу можно найти также в [160, 161].

$$\left. \begin{array}{l} X_i \rightleftharpoons Y_i \\ p(X_i) = p(Y_i) \end{array} \right\}, \quad (1.6)$$

где символ « $\Leftrightarrow$ » означает взаимно однозначное соответствие между  $X_i$  и  $Y_i$ . Число возможных способов образования взаимно однозначного соответствия между  $X_i$  и  $Y_i$  (число возможных способов кодирования сообщений) равно [13]

$$K = C_{N_y}^{N_x} N_x!, \quad (1.7)$$

где  $C_{N_y}^{N_x} = \frac{N_y!}{(N_y - N_x)! N_x!}$ .

С учетом (1.3) вместо (1.7) получим

$$K = C_{N_y}^{N_a} N_a!. \quad (1.8)$$

Выражению (1.8) можно придать и другую форму, подставив в него значение  $C_{N_y}^{N_a}$ . Тогда получим

$$K = \frac{N_y!}{(N_y - N_a)!} = A_{N_y}^{N_a}, \quad (1.9)$$

где  $A_{N_y}^{N_a}$  — число размещений из  $N_y$  элементов по  $N_a$  [15].

Из (1.8) и (1.9) видно, что при прочих равных условиях количество возможных способов кодирования растет с ростом  $a$ .

В канале связи на передаваемый сигнал накладываются помехи, так что при передаче сигнала  $Y_i$  из ансамбля  $\{Y_x\}$  на выходе декодирующего устройства (ДКУ) действует искаженный сигнал

$$Y'_i = Y_i + \xi,$$

где  $\xi$  — случайный процесс<sup>1)</sup>.

Задача ДКУ состоит в том, чтобы по принятому искаженному сигналу  $Y'_i$  определить, какое сообщение передавалось. Для этого множество (пространство) искаженных сигналов  $\{Y'\}$  разбивается на

$N_x \geq N_x$  непустых и непересекающихся подмножеств  $\{Y_i\}$ ,  $i = \overline{1, N'_x}$ , каждому из которых ставится во взаимно однозначное соответствие сообщение  $X_i$  из множества  $\{X'\} = \{X_1, \dots, X_i, \dots, X_{N_x}, \dots, X_{N'_x}\}$ .

Каждый член множества  $\{X'\}$  преобразуется в последовательность из  $a$  букв алфавита  $\{A'\} = \{A_1, \dots, A_i, \dots, A_N, \dots, A_{N'}\}$ ,  $N' \geq N$ , которые и поступают получателю сообщений (ПС). Это преобразование можно представить в символической форме:

$$X_i \rightarrow K_i(a; r, \dots, s), \quad (1.10)$$

<sup>1)</sup> Для простоты здесь принято, что коэффициент передачи канала равен единице и не зависит от времени, а помехи аддитивны. Эти ограничения, однако, несколько не снижают общности и введены здесь лишь с целью упрощения рассмотрения.

где  $K_i(a; r, \dots, s) = A_1^{(r)}, \dots, A_a^{(s)}$ ;  $r, s \in \{N'\} = \{1, \dots, N'\}$ ,  $i = \overline{1, N'_x}$ .

Очевидно, что для всех  $i \in \{N_x\}$  справедливо  $r, s \in \{N\}$  и преобразование (1.10) взаимно однозначно по отношению к (1.4), т. е.

$$X_i \rightleftharpoons K_i(a; r, \dots, s).$$

Определенные таким образом процессы называются *кодированием и декодированием в широком смысле* [13, 160, 161].

Очевидно, что при наличии помех некоторые сообщения будут приняты с ошибкой. Другими словами, существует конечная вероятность того, что при передаче буквы  $A_i$  из множества  $\{A\}$  будет зарегистрирована буква  $A_h$  из множества  $\{A'\}$ . Полная характеристика ошибок СПДИ задается *стохастической матрицей ошибок*:

$$\|p_{ih}(A)\| = \begin{pmatrix} p_{11}(A), \dots, p_{1N}(A), \dots, p_{1N'}(A) \\ \dots \\ p_{i1}(A), \dots, p_{iN}(A), \dots, p_{iN'}(A) \\ \dots \\ p_{N_1}(A), \dots, p_{NN}(A), \dots, p_{NN'}(A) \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

где  $p_{ih}(A)$  — вероятность зарегистрировать букву  $A_h$  из множества  $\{A'\}$ , если в действительности передана буква  $A_i$  из множества  $\{A\}$ .

Матрица ошибок  $\|p_{ih}(A)\|$  полностью определяется параметрами ИС и ПС, КУ и ДКУ, а также КС и помех. Следовательно, если параметры ИС и ПС, а также КС и помех заданы, то задача построения рациональной (оптимальной) СПДИ сводится к построению рациональных (оптимальных) кодирующего и декодирующего (в широком смысле) устройств.

К сожалению, как отмечалось во введении, вопрос о способах построения оптимальных кодирующего и декодирующего (в широком смысле) устройств остается открытым.

Заметим, что количество возможных способов кодирования, определяемое (1.7), обычно очень велико. Так, в довольно простом случае, когда  $N_x=4$ ,  $N_y=8$ , из (1.7) получим  $K=1680$ . Если же принять  $N_x=32$ ,  $N_y=64$ , то число возможных способов кодирования становится катастрофически большим:  $K \approx 10^{19}$ . Эти цифры показывают, что попытки поиска рациональных (оптимальных) процедур кодирования методом простого перебора заранее обречены на неудачу.

Основная идея другого направления общей теории связи — теории потенциальной помехоустойчивости — заключается в выделении из общей схемы СПДИ приемной части и ее оптимизации. Эта теория дает конструктивное решение задачи, т. е. позволяет синтезировать *оптимальный приемник*. Именно это является основным ее достоинством.

Идея разбиения общей структурной схемы СПДИ на более мелкие элементы и раздельного исследования каждого из них по существу была принята и в теории информации (теории кодирова-

ния), где сформировались и развиваются два научных направления: *теория статистического (эффективного) кодирования* и *теория помехоустойчивого кодирования*. Теория статистического кодирования изучает способы устранения (полного или частичного) избыточности, имеющейся в ансамбле ИС. Теория помехоустойчивого кодирования исследует способы введения в передаваемые сообщения избыточности в целях повышения помехоустойчивости.

На первый взгляд такая совокупность операций (сначала устранение, а затем введение избыточности) может показаться бессмысленной. Тем не менее она вполне разумна. Дело в том, что избыточность, имеющаяся в источнике сообщений, однозначно определяется его статистическими свойствами. Но общих методов рационального (оптимального) использования избыточности для повышения помехоустойчивости не существует. Поэтому целесообразно сначала устранить избыточность, а затем ввести ее, но теперь уже вполне определенным образом.

Для передачи по КС закодированного таким образом сообщения необходимо преобразовать его в сигнал. Эта операция выполняется устройством, которое назовем кодером сигнала. Таким образом (рис. 1.2), КУ (в широком смысле) распадается на три КУ (кодера): статистический кодер (СК), помехоустойчивый кодер (ПК) и кодер сигнала (КСигн); СК и ПК образуют в совокупности кодер сообщения (КСообщ), назначение которого состоит в преобразовании ансамбля сообщений  $\{A\}$  в ансамбль

$$\{Z_x\} = \left\{ \begin{array}{l} Z_1, \dots, Z_i, \dots, Z_{N_x} \\ p(Z_1), \dots, p(Z_i), \dots, p(Z_{N_x}) \end{array} \right\}, \quad (1.12)$$

причем множество  $\{Z_x\}$  является подмножеством множества  $\{Z\} = \{Z_1, \dots, Z_i, \dots, Z_{N_x}, \dots, Z_{N_2}\}$ ,  $N_x \geq N_x$ . При этом аналогично (1.6) выполняются условия:

$$\left. \begin{array}{l} X_i \leftrightarrow Z_i \\ p(X_i) = p(Z_i) \end{array} \right\}. \quad (1.13)$$

Процесс преобразования ансамбля  $\{A\}$  в ансамбль  $\{Z_x\}$  в общем случае многоступенчатый. В процессе этого преобразования ансамблю  $\{Z_x\}$  может быть придан целый ряд полезных свойств, улучшающих те или иные характеристики СПДИ. В частности, может быть устранена (полностью или частично) избыточность в передаваемых сообщениях (статистическое кодирование), может быть введена избыточность для повышения помехоустойчивости (помехоустойчивое кодирование) и т. д. При этих преобразованиях учитываются характеристики ИС, ПС, КС, а также помех. Общим во всех этих операциях является то, что сообщение лишь преобразуется к тому или иному виду, оставаясь всегда сообщением в том смысле, что оно не предназначено для непосредственной передачи. Именно это обстоятельство позволяет объединить в одном функциональном блоке — КСообщ — все виды преобразований сообще-

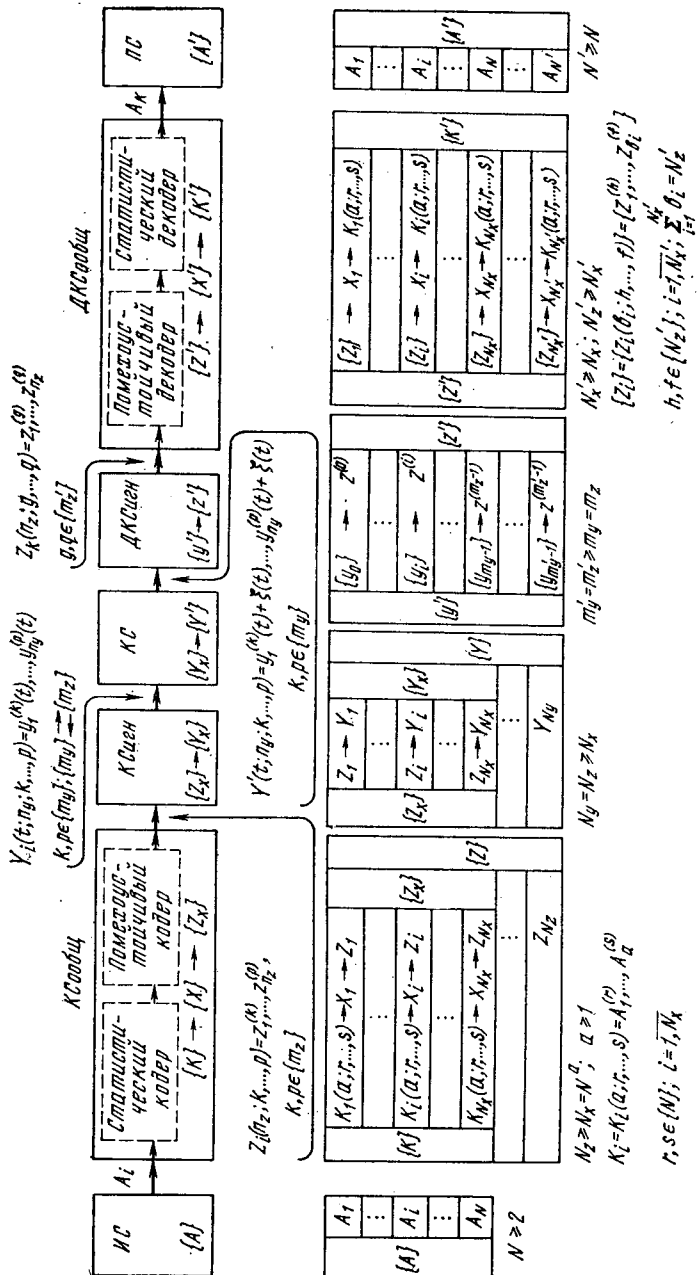


Рис. 1.2



ний. Кроме того, все операции, выполняемые КСообщ, изучаются в первом из направлений общей теории связи — теории кодирования.

Каждый символ алфавитов  $\{A\}$ ,  $\{X\}$ ,  $\{Z_x\}$  может быть представлен в виде последовательности чисел системы счисления с любым основанием  $m \geq 2$ . Тогда  $i$ -й символ представляется в виде последовательности из  $n_i \geq 1$  чисел выбранной системы счисления. Такие последовательности принято называть кодовыми комбинациями, а образующие их числа — элементарными кодовыми символами. Значение  $n_i$  определяет длину  $i$ -й кодовой комбинации, а  $m$  — основание кода.

В общем случае  $n_i$  могут быть различными для разных кодовых комбинаций (неравномерный код). В частности, неравномерный код получается при статистическом кодировании алфавитов с неравномерной статистикой<sup>1)</sup>. Однако современная теория помехоустойчивого кодирования развита, главным образом, для равномерных кодов ( $n_i = n$  при всех  $i \in \{N_x\}$ ). В связи с этим образованный в СК неравномерный код обычно преобразуют в равномерный путем разбиения последовательности кодовых символов на блоки равной длины, которые и являются кодовыми комбинациями равномерного кода [92]. В дальнейшем для определенности будем полагать, что неравномерный код возможен только в СК.

Для равномерного кода справедливо соотношение

$$m^{n_z} = N_z \geq N_x, \quad (1.14)$$

где индекс « $z$ » при  $m$  и  $n$  указывает, что эти величины относятся к символам алфавита  $\{Z_x\}$ .

Выполнение (1.14) возможно при

$$\left. \begin{aligned} m_z &\geq N_x \\ m_z &\geq 2 \end{aligned} \right\}. \quad (1.15)$$

Итак, с учетом сказанного, на выходе КСообщ образуется ансамбль  $\{Z_x\}$ , состоящий из кодовых комбинаций длиной  $n_z$ , образованных из элементарных кодовых символов, принадлежащих алфавиту  $\{z\} = \{z^0, \dots, z^{(l)}, \dots, z^{(m_z-1)}\}$  с основанием  $m_z$ . Например, кодовая комбинация  $Z_i$  имеет вид

$$\begin{aligned} Z_i = Z_i(n_z; k, \dots, p) &= z_1^{(k)}, \dots, z_{n_z}^{(p)}; \quad k, p \in \{m_z\} = \\ &= \{0, \dots, m_z - 1\}. \end{aligned}$$

Назначение КСигн состоит в том, чтобы преобразовать сообщения из ансамбля  $\{Z_x\}$  в соответствующие сигналы, образующие ансамбль  $\{Y_x\}$ . Как уже говорилось, в общем случае множество  $\{Y_x\}$  является подмножеством множества  $\{Y\} = \{Y_1, \dots, Y_{i \dots}, Y_{N_x}, \dots, Y_{N_y}\}$   $N_y \geq N_x$ . Каждый сигнал из множества  $\{Y_x\}$  представляет собой кодовую последовательность  $n_y \geq 1$  элементар-

<sup>1)</sup> Впрочем, статистическое кодирование возможно и при равномерных кодах. Примером являются «регистровые» коды [160, 161], применяемые в буквопечатающей телеграфии.

ных сигналов, выбранных из алфавита  $\{y\} = \{y^0, \dots, y^{(l)}, \dots, y^{(m_y-1)}\}$  с основанием  $m_y$ , так что общее число сигналов равно

$$N_y = m_y^{n_y}. \quad (1.16)$$

Естественно наложить условие

$$m_y = m_z n_y = p_z, \quad (1.17)$$

поскольку каждый элементарный сигнал порождается элементарным символом кодовой комбинации. Из (1.14)—(1.17) следует также, что

$$N_y = N_z \geq N_x.$$

Элементарные сигналы, в отличие от порождающих их кодовых символов, являются функциями времени и каждый из них существует на конечном интервале времени длительностью  $\tau$ . Кодовая комбинация  $Z_i$  порождает кодовую последовательность элементарных сигналов  $Y_i(t)$ :

$$Z_i = z_1^{(k)}, \dots, z_{n_z}^{(p)} \rightarrow Y_i(t) = y_1^{(k)}(t), \dots, y_{n_y}^{(p)}(t),$$

где в левой части  $k, p \in \{m_z\}$ , а в правой —  $k, p \in \{m_y\} = \{0, \dots, m_y-1\}$ .

ДКУ (в широком смысле) также можно разделить на ряд последовательно соединенных функциональных элементов. Количество и структура их зависят от того, какой из двух возможных способов приема — поэлементный или прием в целом — применяется. При поэлементном приеме ДКУ разделяется на три элемента — декодер сигнала (ДКСигн), помехоустойчивый декодер (ПДК) и статистический декодер (СДК). Последние два элемента можно объединить в один — декодер сообщений (ДКСообщ), аналогично тому, как на передающей стороне СК и ПК объединены в КСообщ (рис. 1.2). При приеме в целом декодеры сигнала и сообщения разделить невозможно. Поэтому будем считать, что при приеме в целом ДКУ в широком смысле представляется в виде единого функционального элемента — объединенного декодера (рис. 1.3).

Рассмотрим оба способа приема. При поэлементном приеме ДКСигн должен «опознать» каждый элементарный сигнал из кодовой последовательности. Для этого каждый элементарный сиг-

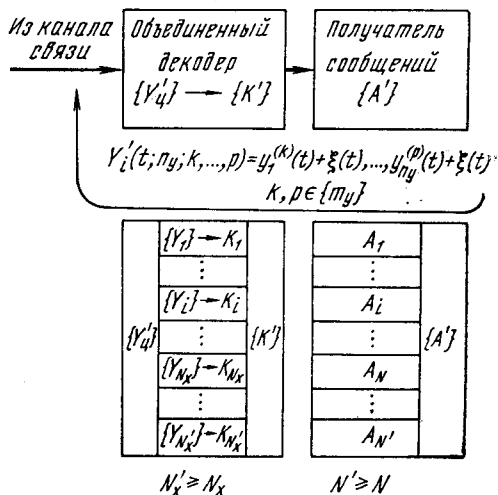


Рис. 1.3

нал  $y^i(t)$ ,  $i \in \{m_y\}$  вместе с помехой на интервале своего существования — тактовом интервале — длительностью  $\tau$  подвергается некоторой обработке, в конце которой берется отсчет  $y'$ . Совокупность всех возможных отсчетов образует множество (пространство)  $\{y'\}$ , вообще несчетное. ДКСигн разбивает множество  $\{y'\}$  на  $m'_y \geq m_y$  непустых и непересекающихся подмножеств (областей)  $\{y_i\}$ ,  $i=0, \overline{m'_y-1}$ , так что каждый отсчет  $y_1$  попадает в одну из этих областей. Каждой области  $\{y_i\}$  ставится в однозначное соответствие элементарный кодовый символ  $z^{(i)}$  из множества  $\{z'\} = \{z^{(0)}, \dots, z^{(i)}, \dots, z^{(m'_z-1)}\}$ , причем

$$m'_z = m'_y. \quad (1.18)$$

Способ разбиения множества  $\{y'\}$  на подмножества  $\{y_i\}$  и сопоставления  $\{y_i\} \rightarrow z^i$  определяет *правило декодирования* элементарных сигналов, а сама операция преобразования элементарных сигналов в кодовые символы называется *демодуляцией*.

После демодуляции всех  $n_y$  элементарных сигналов, составляющих кодовую последовательность, на выходе ДКСигн образуется кодовая последовательность из  $n_z = n_y$  элементарных кодовых символов. Общее количество возможных кодовых комбинаций на выходе ДКСигн определится из уравнения  $N'_z = (m'_z)^{n_z}$ . Поскольку  $m'_z = m'_y \geq m_y = m_z$ , то  $N'_z \geq N_y = N_z \geq N_x$ .

Другими словами, общее количество возможных кодовых комбинаций на выходе ДКСигн может превышать не только количество разрешенных к передаче ( $N_x$ ), но и общее количество всех возможных кодовых комбинаций на выходе КСигн ( $N_y = N_z$ ).

Кодовые комбинации на выходе ДКСигн образуют множество  $\{Z'\} = \{Z_1, \dots, Z_i, \dots, Z_{N_x}, \dots, Z_{N_z}, \dots, Z_{N'_z}\}$ . ДКСообщ должен принять решение, какая из кодовых комбинаций передавалась в действительности. Для этого множество  $\{Z'\}$  разбивается на  $N'_x \geq N_x$  непустых и непересекающихся подмножеств  $\{Z_i\}$ , причем в подмножество  $\{Z_i\}$  входит  $b_i$  кодовых комбинаций. Для однозначного декодирования необходимо выполнение условия  $\sum_{i=1}^{N'_x} b_i = N'_z$ . Состав подмножества  $\{Z_i\}$  можно выразить символически в форме

$$\{Z_i\} = \{Z_i(b_i; h, \dots, f)\},$$

$$\text{где } \{Z_i(b_i; h, \dots, f)\} = \{Z_i^{(h)}, \dots, Z_i^{(f)}\}, \quad h, f \in \{N'_z\} = \\ = \{1, \dots, N_x, \dots, N_z, \dots, N'_z\}.$$

Каждой кодовой комбинации, попавшей в подмножество  $\{Z_i\}$ , ставится в однозначное соответствие сообщение  $X_i$  из множества  $\{X'\} = \{X_1, \dots, X_i, \dots, X_{N_x}, \dots, X_{N'_x}\}$ . Каждый член множества  $\{X'\}$

преобразуется в последовательность из  $a$  букв алфавита  $\{A'\} = \{A_1, \dots, A_i, \dots, A_N, \dots, A_N\}$ ,  $N' \geq N$ , которые и поступают к ПС. Это преобразование в символической форме имеет вид

$$X_i \rightarrow K_i(a; r, \dots, s),$$

где  $K_i(a; r, \dots, s) = A_1^{(r)}, \dots, A_a^{(s)}$ ;  $i = \overline{1, N'_x}$ ;  $r, s \in \{N'\}$ ,

Для  $i = \overline{1, N_x}$  справедливо  $r, s \in \{N\}$  и преобразование  $X_i \rightarrow K_i(a; r, \dots, s)$  взаимно однозначно по отношению к (1.4), т. е.

$$X_i \rightleftarrows K_i(a; r, \dots, s).$$

ДКСигн (демодулятор) и ДКСообщ называются в литературе соответственно *первой* и *второй решающей схемой* [160].

При приеме в целом (рис. 1.3) «опознается» не каждый элементарный сигнал, а сразу вся кодовая последовательность. Для этого она вместе с помехой на интервале своего существования длительностью  $n_{\text{шт}}$  подвергается некоторой обработке, в конце которой берется отсчет  $Y'_{\text{ц}}$ . Совокупность всех возможных отсчетов образует множество (пространство)  $\{Y'_{\text{ц}}\}$ , вообще несчетное. Объединенный декодер разбивает пространство  $\{Y'_{\text{ц}}\}$  на  $N'_x \geq N_x$  непустых и непересекающихся областей  $\{Y_i\}$ ,  $i = \overline{1, N'_x}$ , так что каждый отсчет  $Y'_{\text{ц}}$  попадает в одну из них. Каждой области ставится в однозначное соответствие сообщение  $X_i$  из множества  $\{X'\} = \{X_1, \dots, X_i, \dots, X_{N_x}, \dots, X_{N'_x}\}$ . Дальнейшие операции аналогичны операциям при поэлементном способе приема.

При отсутствии избыточности в передаваемых сообщениях (т. е. при  $N_y = N_z = N_x$ ) потенциальная помехоустойчивость обоих способов приема одинакова [160, 161]. Если же избыточность имеется (т. е.  $N_y = N_z > N_x$ ), то прием в целом имеет более высокую помехоустойчивость [160, 161]. Что касается трудностей технической реализации, то здесь преимущество имеет поэлементный прием.

Характеристики приемной части СПДИ (при прочих равных условиях) зависят от того, насколько согласованы между собой операции демодуляции и декодирования. С этой точки зрения прием в целом можно рассматривать как предельный случай поэлементного приема при наилучшем согласовании операций демодуляции и декодирования [13]. Учитывая трудности технической реализации приема в целом, а также широкое распространение различных (и поиск новых) методов поэлементного приема, будем полагать в дальнейшем, что приемная часть СПДИ имеет структуру, соответствующую поэлементному приему (рис. 1.2).

КСообщ можно отнести к ИС и рассматривать их совокупность как некоторый эквивалентный источник сообщений (ЭИС). Аналогично ДКСообщ и ПС образуют эквивалентный получатель сообщений (ЭПС). Тогда схема рис. 1.2 становится аналогичной схеме рис. 1.1, где ИС заменен ЭИС, ПС—ЭПС, а кодер (декодер) в ши-

роком смысле — кодером (декодером) сигнала. В таком представлении СПДИ характеризуется стохастической матрицей ошибок

$$\|p_{ik}(Z)\| = \left\| \begin{array}{cccc} p_{11}(Z), \dots, p_{1N_x}(Z), \dots, p_{1N'_x}(Z) \\ \dots \\ p_{i1}(Z), \dots, p_{iN_x}(Z), \dots, p_{iN'_x}(Z) \\ \dots \\ p_{N_x 1}(Z), \dots, p_{N_x N_x}(Z), \dots, p_{N_x N'_x}(Z) \end{array} \right\|, \quad (1.19)$$

где  $p_{ik}(Z)$  — вероятность получить на выходе ДКСигн кодовую комбинацию, попадающую в подмножество  $\{Z_k\}$  из множества  $\{Z'\}$ , если в действительности на вход КСигн поступила кодовая комбинация  $Z_i$  из множества  $\{Z_x\}$ .

Поскольку передача и прием кодовых последовательностей осуществляются поэлементно, то можно ввести в рассмотрение также стохастическую матрицу ошибок

$$\|p_{ik}(z)\| = \left\| \begin{array}{cccc} p_{11}(z), \dots, p_{1m_z}(z), \dots, p_{1m'_z}(z) \\ \dots \\ p_{i1}(z), \dots, p_{im_z}(z), \dots, p_{im'_z}(z) \\ \dots \\ p_{m_z 1}(z), \dots, p_{m_z m_z}(z), \dots, p_{m_z m'_z}(z) \end{array} \right\|, \quad (1.20)$$

где  $p_{ik}(z)$  — вероятность получить на выходе ДКСигн кодовый символ  $z^{(k)}$ ,  $k \in \{m'_z\}$ , если в действительности на вход КСигн поступил кодовый символ  $z^{(i)}$ ,  $i \in \{m_z\}$ .

Матрице (1.20) эквивалентна матрица

$$\|p_{ik}(y)\| = \left\| \begin{array}{cccc} p_{11}(y), \dots, p_{1m_y}(y), \dots, p_{1m'_y}(y) \\ \dots \\ p_{i1}(y), \dots, p_{im_y}(y), \dots, p_{im'_y}(y) \\ \dots \\ p_{m_y 1}(y), \dots, p_{m_y m_y}(y), \dots, p_{m_y m'_y}(y) \end{array} \right\|, \quad (1.21)$$

поскольку между кодовыми символами на входе КСигн  $z^{(i)}$  и элементарными сигналами  $y^{(i)}(t)$ , а также подмножествами  $\{y_i\}$  и символами на выходе ДКСигн  $z^{(i)}$  имеется однозначное соответствие

$$z^{(i)} \rightarrow y^{(i)}(t), \{y_i\} \rightarrow z^{(i)}.$$

Матрицы (1.20) и (1.21) являются простейшими интегральными статистическими характеристиками СПДИ. Они влияют на любую внешнюю по отношению к ним матрицу ошибок, в том числе на  $\|p_{ik}(z)\|$  и  $\|p_{ik}(A)\|$ , определяемые соответственно (1.19) и (1.11).

Например, если элементарные сигналы статистически независимы и  $m'_y = m_y$ , то [13]

$$\rho_{ik}(Z) = \prod_{j=1}^{n_y} [\rho_{ik}(y)]_j. \quad (1.22)$$

Если считать характеристики ЭИС и ЭПС заданными, то задача построения рациональной (оптимальной) СПДИ сводится к более простой задаче рационального (оптимального) построения участка КСигн—КС—ДКСигн. В дальнейшем этот участок структурной схемы СПДИ будем называть *сигнальным участком* (СУ), подчеркивая тем самым, что на этом участке действуют сигналы, а не сообщения, которые имеются только на входе и выходе СУ. В литературе [13, 161] совокупность элементов структурной схемы СПДИ,

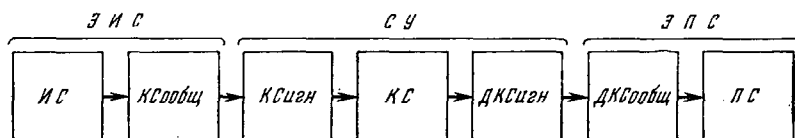


Рис. 1.4

составляющая СУ, называется дискретным каналом. Различие между этими понятиями состоит в том, что дискретный канал обычно полагается заданным, а в СУ заданным является только КС.

Состав ЭИС, СУ и ЭПС показан на рис. 1.4.

## 1.2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СООБЩЕНИЯ В СИГНАЛ

Процесс преобразования сообщения в сигнал происходит следующим образом. Кодовые комбинации элементарных символов преобразуются в кодовые последовательности видеоимпульсов одинаковой длительности  $\tau$ , амплитуды которых выбираются из дискретного множества амплитуд  $\{a_z\} = \{a^{(0)}, \dots, a^{(l)}, \dots, a^{(m_a-1)}\}$ . Между множеством (алфавитом) кодовых символов  $\{z\} = \{z^{(0)}, \dots, z^{(l)}, \dots, z^{(m_z-1)}\}$  и множеством (алфавитом) амплитуд  $\{a_z\}$  устанавливается однозначное соответствие, т. е.

$$\left. \begin{aligned} z^{(l)} &\rightarrow a^{(l)} \\ m_a &= m_z \end{aligned} \right\}. \quad (1.23)$$

Тогда кодовой комбинации символов

$$Z_i = z_1^{(k)}, \dots, z_{n_a}^{(p)}; \quad k, p \in \{m_z\}; \quad i \in \{N_x\}$$

будет соответствовать кодовая последовательность видеоимпульсов

$$A_i(t) = a_1^{(k)}(t), \dots, a_{n_a}^{(p)}(t); \quad k, p \in \{m_a\}; \quad i \in \{N_x\}; \quad n_a = n_z.$$

На рис. 1.5а и б в качестве примера показано преобразование кодовой комбинации символов 10121 в соответствующую кодовую

последовательность видеоимпульсов  $a_1^{(1)}(t)$ ,  $a_2^{(0)}(t)$ ,  $a_3^{(1)}(t)$ ,  $a_4^{(2)}(t)$ ,  $a_5^{(1)}(t)$ .

Кодовая последовательность видеоимпульсов используется для модуляции (манипуляции) одного или нескольких параметров некоторого физического процесса, называемого *переносчиком* и описываемого функцией вида

$$f = f(\alpha_1, \dots, \alpha_r, t), \quad (1.24)$$

где  $t$  — текущее время;  $\alpha_1, \dots, \alpha_r$  — параметры. В простейшем случае модуляции подвергается один из параметров переносчика. Если модулируемым (*информационным*) параметром

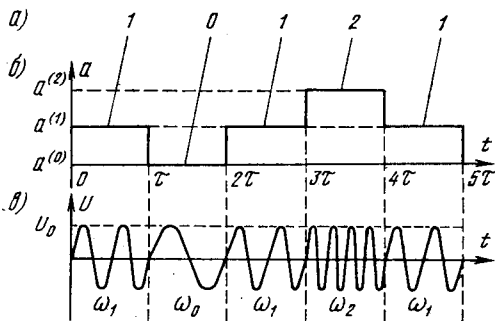


Рис. 1.5

выбрать  $\alpha_s$ ,  $s \in \{1, \dots, r\}$ , то при поступлении на вход модулятора видеоимпульса  $a^{(l)}$ ,  $l \in \{m_a\}$  на выходе будет процесс вида

$$f_{\text{вых}} = f[\alpha_1, \dots, \alpha_s(l), \dots, \alpha_r, t],$$

где  $\alpha_s(l)$  — значение параметра  $\alpha_s$  при поступлении на вход модулятора видеоимпульса  $a^{(l)}$ . Эта реализация переносчика есть не что иное, как элементарный сигнал  $y_s^{(l)}(t)$ ,  $l \in \{m_y\}$ , порождаемый кодовым символом  $z^{(l)}$ ,  $l \in \{m_z\}$ . Символически процесс преобразования символа  $z^{(l)}$  в элементарный сигнал  $y_s^{(l)}(t)$  выглядит так:

$$z^{(l)} \rightarrow a^{(l)}(t) \rightarrow y_s^{(l)}(t),$$

где  $y_s^{(l)}(t) = f[\alpha_1, \dots, \alpha_s(l), \dots, \alpha_r, t]$ .

Аналогично преобразуются в элементарные сигналы и все другие символы кодовой комбинации, так что кодовой комбинации  $Z_i$  соответствует сигнал  $Y_i(t)$ :

$$Z_i = z_1^{(k)}, \dots, z_{n_z}^{(p)} \rightarrow Y_{is}(t) = y_{1s}^{(k)}(t), \dots, y_{n_z s}^{(p)}(t),$$

где в левой части  $k, p \in \{m_z\}$ , а в правой —  $k, p \in \{m_y\}$ .

На основании (1.17) и (1.23) справедливы равенства:

$$\left. \begin{aligned} m_a &= m_z = m_y \\ n_a &= n_z = n_y \end{aligned} \right\}. \quad (1.25)$$

Символически процесс преобразования кодовой комбинации  $Z_i$  в кодовую последовательность элементарных сигналов (без указания модулируемого параметра) записывается в виде  $Z_i \rightarrow A_i(t) \rightarrow Y_i(t)$ .

При указанном выше условии (число информационных параметров равно единице) количество возможных способов преобразования кодовых символов в элементарные сигналы (число возможных

видов модуляции) равно количеству параметров переносчика  $r$ . Вид модуляции указывается индексом  $s$ . Все возможные при этом виды модуляции будем называть *простыми*.

На рис. 1.5б в качестве примера преобразования кодовой последовательности видеопульсов в кодовую последовательность элементарных сигналов показан случай, когда переносчик имеет вид  $f = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$ , а его информационным параметром является частота переносчика  $\omega$ .

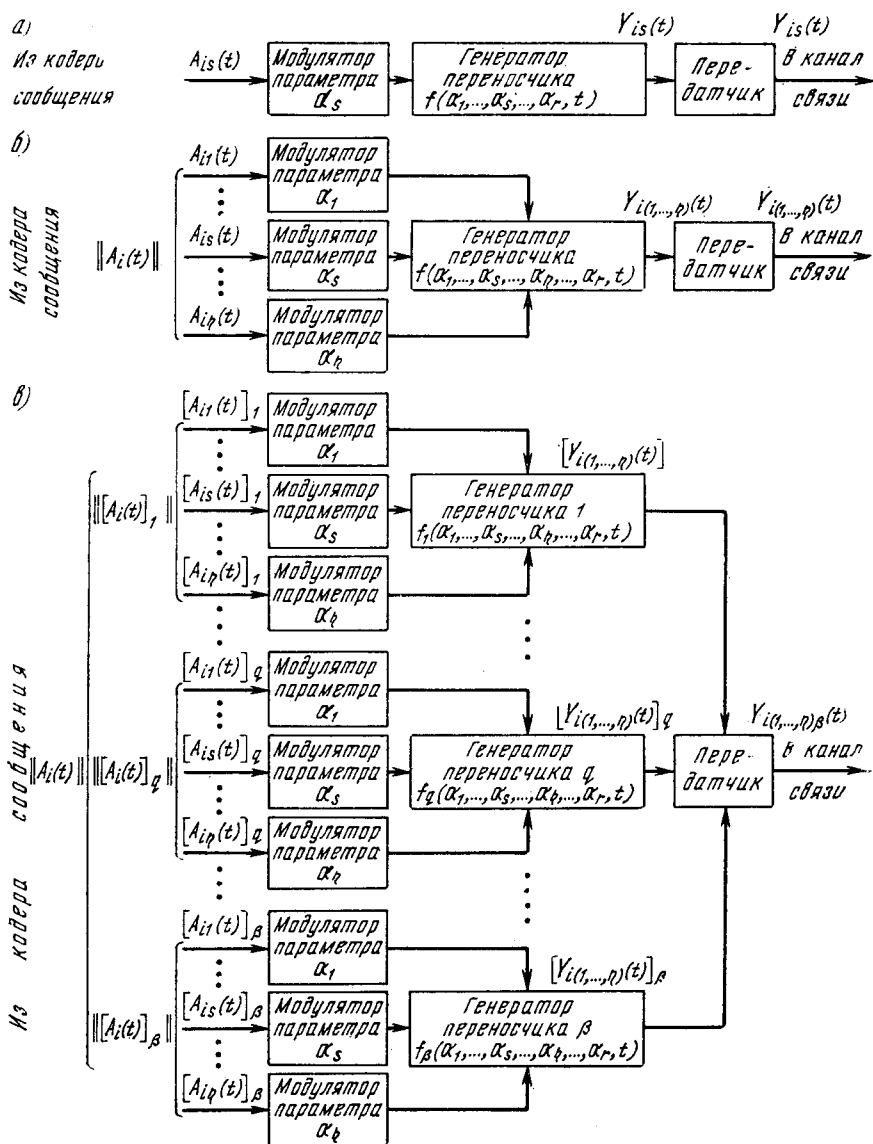


Рис. 1.6



Перед поступлением в КС сигналы могут быть подвергнуты той или иной обработке, например, фильтрации, усилению, переносу спектра в другой частотный диапазон и т. д. Общим в этих операциях является то, что это линейные операции над сигналами, они не изменяют самой их сущности, а лишь придают им те или иные свойства. Устройства, осуществляющие перечисленные виды обработки, можно объединить общим названием «передатчик» и тогда КСигн может быть представлен в виде структурной схемы рис. 1.6а (сигналы на выходе передатчика и на выходе генератора переносчика обозначены одинаково, так как здесь их различие роли не играет).

Дальнейшим обобщением является случай, когда число информационных параметров переносчика превышает единицу. Если принять его равным  $\eta$ ,  $1 \leq \eta \leq r$ , то для модуляции необходимо сформировать  $\eta$  кодовых последовательностей видеоимпульсов, которые в совокупности образуют *кодую матрицу видеоимпульсов*:

$$\|A_i(t)\| = \begin{vmatrix} A_{i1}(t) \\ \vdots \\ A_{is}(t) \\ \vdots \\ A_{i\eta}(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}^{(k_1)}(t), \dots, a_{n_{a1}}^{(p_1)}(t) \\ \dots \dots \dots \\ a_{1s}^{(k_s)}(t), \dots, a_{n_{as}}^{(p_s)}(t) \\ \dots \dots \dots \\ a_{1\eta}^{(k_\eta)}(t), \dots, a_{n_{a\eta}}^{(p_\eta)}(t) \end{vmatrix}, \quad (1.26)$$

где  $k_s, p_s \in \{m_{as}\} = \{0, \dots, m_{as} - 1\}$ ;  $s = \overline{1, \eta}$ .

Каждая кодовая последовательность видеоимпульсов (каждая строка матрицы  $\|A_i(t)\|$ ) воздействует на модулятор соответствующего параметра переносчика. Структурная схема КСигн для рассматриваемого случая ( $\eta > 1$ ) представлена на рис. 1.6б.

В свою очередь, каждая строка матрицы  $\|A_i(t)\|$  порождается соответствующей кодовой последовательностью символов КСообщ, образующих кодовую матрицу символов:

$$\|Z_i\| = \begin{vmatrix} Z_{i1} \\ \vdots \\ Z_{is} \\ \vdots \\ Z_{i\eta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} z_{11}^{(k_1)}, \dots, z_{n_{z1}}^{(p_1)} \\ \dots \dots \dots \\ z_{1s}^{(k_s)}, \dots, z_{n_{zs}}^{(p_s)} \\ \dots \dots \dots \\ z_{1\eta}^{(k_\eta)}, \dots, z_{n_{z\eta}}^{(p_\eta)} \end{vmatrix}, \quad (1.27)$$

где  $k_s, p_s \in \{m_{zs}\} = \{0, \dots, m_{zs} - 1\}$ ;  $s = \overline{1, \eta}$ , причем в соответствии с (1.23)  $m_{zs} = m_{as}$ . Понятие кодовой матрицы является обобщением понятия кодовой комбинации.

Каждый столбец матрицы (1.26) представляет совокупность  $\eta$  элементарных видеоимпульсов, одновременно модулирующих соот-

ответствующие параметры переносчика (рис. 1.6б). Записывая его в виде элементарной матрицы, состоящей из  $\eta$  строк и одного столбца, получим вместо (1.26)

$$\|A_i(t)\| = \left\| \|a_1^{(k)}(t)\|, \dots, \|a_{n_a}^{(p)}(t)\| \right\|, \quad (1.28)$$

где

$$\|a_j^{(l)}(t)\| = \left\| \begin{array}{c} a_{j1}^{(l)}(t) \\ \vdots \\ a_{js}^{(l)}(t) \\ \vdots \\ a_{j\eta}^{(l)}(t) \end{array} \right\|; \quad j = \overline{1, n_a}; \quad l \in \{m_a(\eta)\} = \{0, \dots, m_a(\eta) - 1\}; \\ l_s \in \{m_{as}\}; \quad s = \overline{1, \eta}. \quad (1.29)$$

Множество  $\{a_z(\eta)\} = \{a^{(0)}(\eta), \dots, a^{(m_a(\eta)-1)}\}$  представляет собой множество (алфавит) амплитуд видеоимпульсов при  $\eta > 1$  с основанием

$$m_a(\eta) = \prod_{s=1}^{\eta} m_{as}. \quad (1.30)$$

Аналогично представляется и матрица  $\|Z_i\|$  (1.27) в виде

$$\|Z_i\| = \left\| \|z_1^{(k)}\|, \dots, \|z_{n_z}^{(p)}\| \right\|, \quad (1.31)$$

где

$$\|z_j^{(l)}\| = \left\| \begin{array}{c} z_{j1}^{(l)} \\ \vdots \\ z_{js}^{(l)} \\ \vdots \\ z_{j\eta}^{(l)} \end{array} \right\|; \quad j = \overline{1, n_z}; \quad l \in \{m_z(\eta)\} = \{0, \dots, m_z(\eta) - 1\}; \\ l_s \in \{m_{zs}\}; \quad s = \overline{1, \eta}. \quad (1.32)$$

Множество  $\{z(\eta)\} = \{z^{(0)}, \dots, z^{(m_z(\eta)-1)}\}$  представляет собой множество (алфавит) кодовых символов при  $\eta > 1$  с основанием

$$m_z(\eta) = \prod_{s=1}^{\eta} m_{zs}. \quad (1.33)$$

Естественно, что, как и в случае  $\eta = 1$ ,

$$m_a(\eta) = m_z(\eta). \quad (1.34)$$

Наконец, матрица  $\|z_j^{(l)}\|$  образуется из элементарного символа  $z_j^{(l)}$ .

При поступлении на вход модулятора совокупности  $\eta$  элементарных видеоимпульсов, образующих элементарную матрицу  $\|a^{(l)}(t)\|$ , на выходе будет процесс вида  $f_{\text{вых}} = f[\alpha_1(l_1), \dots, \alpha_s(l_s), \dots, \alpha_\eta(l_\eta), \dots, \alpha_r, t]$ .

Эта реализация переносчика и есть элементарный сигнал  $y_{(1, \dots, \eta)}^{(l)}(t)$ ,  $l \in \{m_y(\eta)\}$ , порождаемый элементарной кодовой матрицей символов  $\|z^{(l)}\|$ ,  $l \in \{m_z(\eta)\}$ . Индекс  $(1, \dots, \eta)$  указывает количество и наименование одновременно модулируемых параметров переносчика. Символически процесс преобразования элементарного кодового символа  $z^{(l)}$  в элементарный сигнал  $y_{(1, \dots, \eta)}^{(l)}(t)$  выглядит так:

$$z^{(l)} \rightarrow \|z^{(l)}\| \rightarrow \|a^{(l)}(t)\| \rightarrow y_{(1, \dots, \eta)}^{(l)}(t),$$

где  $y_{(1, \dots, \eta)}^{(l)}(t) = f[\alpha_1(l_1), \dots, \alpha_s(l_s), \dots, \alpha_\eta(l_\eta), \dots, \alpha_r, t]$ .

Аналогично преобразуются в элементарные сигналы и все другие элементарные кодовые матрицы символов, так что кодовой матрице  $\|Z_i\|$  соответствует сигнал  $Y_{i(1, \dots, \eta)}(t)$ :

$$\begin{aligned} \|Z_i\| &= \|\|z_1^{(k)}\|, \dots, \|z_{n_z}^{(p)}\|\| \rightarrow Y_{i(1, \dots, \eta)}(t) = \\ &= y_{1(1, \dots, \eta)}^{(k)}(t), \dots, y_{n_y(1, \dots, \eta)}^{(p)}(t), \end{aligned} \quad (1.35)$$

где в левой части  $k, p \in \{m_z(\eta)\}$ , а в правой —  $k, p \in \{m_y(\eta)\}$ , причем на основании (1.25) и (1.34) справедливы равенства:

$$\left. \begin{aligned} m_a(\eta) &= m_z(\eta) = m_y(\eta) \\ n_a &= n_z = n_y \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

На основании (1.36) из (1.33) получим также

$$m_y(\eta) = \prod_{s=1}^{\eta} m_{y_s}. \quad (1.37)$$

Символически процесс преобразования кодовой комбинации  $Z_i$  в кодовую последовательность элементарных сигналов (без указания количества и наименований информационных параметров) при  $\eta > 1$  представляется в виде  $Z_i \rightarrow \|Z_i\| \rightarrow \|A_i(t)\| \rightarrow Y_i(t)$ .

В конечном итоге случай  $\eta > 1$  формально сводится к случаю  $\eta = 1$ , поскольку в обоих случаях  $Z_i \rightarrow Y_i(t)$ . Однако полученные в результате такого преобразования сигналы как элементарные, так и их кодовые последовательности при  $\eta = 1$  и  $\eta > 1$  будут неодинаковыми. Случай  $\eta > 1$  дает возможность получить большее разнообразие сигналов, чем случай  $\eta = 1$ .

Поскольку количество возможных сочетаний из  $r$  параметров по  $\eta$  информационным параметрам равно  $C_r^\eta$  и  $1 \leq \eta \leq r$ , то количество возможных способов преобразования сообщения в сигнал (количество возможных видов модуляции) равно

$$K_{\mathbf{m}}(\eta, r) = \sum_{\eta=1}^r C_r^{\eta}. \quad (1.38)$$

Все виды модуляции при  $\eta > 1$  будем называть *комбинированными*.

В пределах каждого вида модуляции (при  $\eta = 1$ ), определяемого выбором в качестве информационного параметра переносчика  $\alpha_s$ , основание алфавита элементарных сигналов может изменяться в пределах  $m_y \geq 2$  единственным образом. Если же  $\eta > 1$ , то одно и то же значение  $m_y$ , как видно из (1.37), может быть достигнуто при различных комбинациях совокупности значений  $m_{ys}$ ,  $s = 1, \dots, \eta$ . Поскольку в общем случае значение  $m_y(\eta)$  должно удовлетворять условию  $m_y(\eta) \geq 2$ , то на значения  $m_{ys}$  следует наложить условия:

$$m_{y1} \geq 1, \dots, m_{ys} \geq 2, \dots, m_{y\eta} \geq 1; s = 1, \dots, \eta. \quad (1.39)$$

В обоих рассмотренных случаях ( $\eta = 1$  и  $\eta > 1$ ) на каждом элементарном интервале существует только одна реализация переносчика. Однако можно представить себе и такой случай, когда их будет  $\beta > 1$ . Структурная схема КСигн при  $\eta > 1$ ,  $\beta > 1$  представлена на рис. 1.6в. Как видно, в этом случае имеется  $\beta$  генераторов переносчиков, так что суммарный переносчик представляется функцией вида

$$f = \sum_{i=1}^{\beta} f_i(\alpha_1, \dots, \alpha_s, \dots, \alpha_{\eta}, \dots, \alpha_r, t), \quad (1.40)$$

частным случаем которой при  $\beta = 1$  является (1.24). Каждый из переносчиков модулируется по  $\eta$  параметрам, одинаковым для всех  $\beta$  переносчиков. Сами переносчики полностью идентичны. Основания алфавитов по каждому из  $\beta$  соответственных информационных параметров совпадают, т. е.

$$m_{ys1} = \dots = m_{ys\beta}, s = \overline{1, \eta}. \quad (1.41)$$

Тогда, в силу (1.37) и (1.41), совпадают также основания алфавитов на выходе каждого генератора переносчика, т. е.

$$m_{yj}(\eta) = m_y(\eta), j = \overline{1, \beta}. \quad (1.42)$$

Основание алфавита на выходе КСигн с учетом (1.42) равно

$$m_y(\eta, \beta) = C_{m_y(\eta)}^{\beta} \quad (1.43)$$

или, подставляя в (1.43) значение  $m_y(\eta)$  из (1.37), получим

$$m_y(\eta, \beta) = C_{\prod_{s=1}^{\beta} m_{ys}}^{\beta} = \frac{\left( \prod_{s=1}^{\eta} m_{ys} \right)!}{\prod_{s=1}^{\beta} m_{ys} \left( \prod_{s=1}^{\eta} m_{ys} - \beta \right)! \beta!}. \quad (1.44)$$

Поскольку функция  $C_x^y$  имеет такой характер, что при фиксированном  $x$  она растет при изменении  $y$  от 1 до  $\frac{x}{2}$  (при четном  $x$ ) или  $\frac{1}{2}(x-1)$  (при нечетном  $x$ ) [15], то имеет смысл ограничить  $\beta$  значениями:

$$1 \leq \beta \leq \begin{cases} \frac{1}{2} \prod_{s=1}^{\eta} m_{y, s} \text{ при четном } \prod_{s=1}^{\eta} m_{ys}; \\ \frac{1}{2} \left( \prod_{s=1}^{\eta} m_{ys} - 1 \right) \text{ при нечетном } \prod_{s=1}^{\eta} m_{ys}. \end{cases} \quad (1.45)$$

Модуляция  $q$ -го переносчика осуществляется с помощью кодовой матрицы видеоимпульсов, аналогичной (1.26):

$$\| [A_i(t)]_q \| = \begin{pmatrix} [A_{i1}(t)]_q \\ \vdots \\ [A_{is}(t)]_q \\ \vdots \\ [A_{i\eta}(t)]_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}^{(k_{1q})}(t), \dots, a_{n_{a1}}^{(p_{1q})}(t) \\ \dots \\ a_{1s}^{(k_{sq})}(t), \dots, a_{n_{as}}^{(p_{sq})}(t) \\ \dots \\ a_{1\eta}^{(k_{\eta q})}(t), \dots, a_{n_{a\eta}}^{(p_{\eta q})}(t) \end{pmatrix}, \quad (1.46)$$

где  $k_{sq}, p_{sq} \in \{m_{as}\}_q$ ;  $s = \overline{1, \eta}$ ;  $\{m_{as}\}_q = \{m_{as}\}$ ,  $q = \overline{1, \beta}$ .

Для модуляции всех  $\beta$  переносчиков формируется матрица видеоимпульсов:

$$\| A_i(t) \| = \begin{pmatrix} \| [A_i(t)]_1 \| \\ \vdots \\ \| [A_i(t)]_q \| \\ \vdots \\ \| [A_i(t)]_\beta \| \end{pmatrix}, \quad (1.47)$$

где  $\| [A_i(t)]_q \|$  определяется (1.46).

Кодовые матрицы видеоимпульсов  $\| [A_i(t)]_q \|$  и  $\| A_i(t) \|$ , в свою очередь, порождаются кодовыми матрицами символов соответственно:

$$\| [Z_i]_q \| = \begin{pmatrix} [Z_{i1}]_q \\ \vdots \\ [Z_{is}]_q \\ \vdots \\ [Z_{i\eta}]_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11}^{(k_{1q})}, \dots, z_{n_{z1}}^{(p_{1q})} \\ \dots \\ z_{1s}^{(k_{sq})}, \dots, z_{n_{zs}}^{(p_{sq})} \\ \dots \\ z_{1\eta}^{(k_{\eta q})}, \dots, z_{n_{z\eta}}^{(p_{\eta q})} \end{pmatrix}, \quad (1.48)$$

$$\|Z_i\| = \left\| \begin{array}{c} \|Z_i\|_1 \\ \vdots \\ \|Z_i\|_q \\ \vdots \\ \|Z_i\|_\beta \end{array} \right\|, \quad (1.49)$$

где  $k_{sq}, p_{sq} \in \{m_{zs}\}_q$ ,  $s = \overline{1, \eta}$ ;  $\{m_{zs}\}_q = \{m_{zs}\}$ ,  $q = \overline{1, \beta}$ .

Рассматривая каждый столбец матриц  $\|A_i(t)\|_q$  и  $\|Z_i\|_q$  как элементарную матрицу из  $\eta$  строк и одного столбца, аналогично разобранным выше случаям  $\eta > 1$ ,  $\beta = 1$ , получим, что на выходе КСигн на каждом элементарном интервале образуется совокупность  $\beta$  реализаций переносчика,  $q$ -я из которых имеет вид

$$f_{\text{вых } q} = f_q[\alpha_1(l_{1q}), \dots, \alpha_s(l_{sq}), \dots, \alpha_\eta(l_{\eta q}), \dots, \alpha_r, t],$$

где  $l_{sq} \in \{m_{ys}\}_q$ ,  $s = \overline{1, \eta}$ ;  $\{m_{ys}\}_q = \{m_{ys}\}$ ,  $q = \overline{1, \beta}$ .

Следовательно, элементарный сигнал на выходе КСигн для случаев  $\eta > 1$ ,  $\beta > 1$  представляется в виде элементарной совокупности реализаций:

$$y_{(1, \dots, \eta)\beta}^{(l)}(t) = \begin{pmatrix} f_1[\alpha_1(l_{11}), \dots, \alpha_s(l_{s1}), \dots, \alpha_\eta(l_{\eta 1}), \dots, \alpha_r, t] \\ \dots \\ f_q[\alpha_1(l_{1q}), \dots, \alpha_s(l_{sq}), \dots, \alpha_\eta(l_{\eta q}), \dots, \alpha_r, t] \\ \dots \\ f_\beta[\alpha_1(l_{1\beta}), \dots, \alpha_s(l_{s\beta}), \dots, \alpha_\eta(l_{\eta\beta}), \dots, \alpha_r, t] \end{pmatrix}, \quad (1.50)$$

где  $l \in \{m_y(\eta, \beta)\}$ .

Аналогично (1.36) справедливы равенства:

$$\left. \begin{array}{l} m_a(\eta, \beta) = m_z(\eta, \beta) = m_y(\eta, \beta) \\ n_a = n_z = n_y \end{array} \right\}. \quad (1.51)$$

Выражение (1.50) записано не в виде матрицы, а в виде простой совокупности по той причине, что порядок записи строк в (1.50) никакой роли не играет. Именно для этого случая справедливо (1.43).

Преобразование кодовой матрицы  $\|Z_i\|$  в сигнал  $Y_{i(1, \dots, \eta)\beta}(t)$  для случая  $\eta > 1$ ,  $\beta > 1$  запишется следующим образом:

$$\|Z_i\| = \left\| \begin{array}{c} \|z_{11}^{(k_1)}\|, \dots, \|z_{n_2 1}^{(p_1)}\| \\ \dots \\ \|z_{1q}^{(k_q)}\|, \dots, \|z_{n_2 q}^{(p_q)}\| \\ \dots \\ \|z_{1\beta}^{(k_\beta)}\|, \dots, \|z_{n_2 \beta}^{(p_\beta)}\| \end{array} \right\| \rightarrow Y_{i(1, \dots, \eta)\beta}(t) =$$

$$= \begin{pmatrix} y_{1(1, \dots, \eta) \beta}^{(k_1)}(t), \dots, y_{n_y(1, \dots, \eta) \beta}^{(p_1)}(t) \\ \dots \\ y_{1(1, \dots, \eta) \beta}^{(k_q)}(t), \dots, y_{n_y(1, \dots, \eta) \beta}^{(p_q)}(t) \\ \dots \\ y_{1(1, \dots, \eta) \beta}^{(k_\beta)}(t), \dots, y_{n_y(1, \dots, \eta) \beta}^{(p_\beta)}(t) \end{pmatrix}, \quad (1.52)$$

где

$$\|z_{jq}^{(l_q)}\| = \begin{pmatrix} \|z_{j1q}^{(l_{1q})}\| \\ \vdots \\ \|z_{jsq}^{(l_{sq})}\| \\ \vdots \\ \|z_{jq}^{(l_{\eta q})}\| \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} j = \overline{1, n_z}; \quad l_q \in \{m_z(\eta)\}_q; \\ l_{sq} \in \{m_{zs}\}_q; \\ s = \overline{1, \eta}; \quad q = \overline{1, \beta}. \end{matrix} \quad (1.53)$$

Вводя обозначения

$$\|z_j^{(l)}\| = \begin{pmatrix} \|z_{j1}^{(l_1)}\| \\ \vdots \\ \|z_{jq}^{(l_q)}\| \\ \vdots \\ \|z_{j\beta}^{(l_\beta)}\| \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} j = \overline{1, n_z}; \quad l \in \{m_z(\eta, \beta)\}; \\ l_q \in \{m_z(\eta)\}_q; \\ q = \overline{1, \beta} \end{matrix} \quad (1.54)$$

и

$$y_{j(1, \dots, \eta) \beta}^{(l)}(t) = \begin{pmatrix} y_{j(1, \dots, \eta) \beta}^{(l_1)}(t) \\ \vdots \\ y_{j(1, \dots, \eta) \beta}^{(n_q)}(t) \\ \vdots \\ y_{j(1, \dots, \eta) \beta}^{(l_\beta)}(t) \end{pmatrix} = y_{j(1, \dots, \eta) \beta}^{(l_1, \dots, l_\beta)}(t); \quad \begin{matrix} j = \overline{1, n_y}; \\ l \in \{m_y(\eta, \beta)\}; \quad l_q \in \{m_y(\eta)\}_q; \\ q = \overline{1, \beta}, \end{matrix} \quad (1.55)$$

можно записать (1.50) в форме

$$\begin{aligned} \|Z_i\| &= \|\|z_1^{(k)}\|, \dots, \|z_{n_z}^{(p)}\|\| \rightarrow Y_{i(1, \dots, \eta) \beta}(t) = \\ &= y_{1(1, \dots, \eta) \beta}^{(k)}(t), \dots, y_{n_y(1, \dots, \eta) \beta}^{(p)}(t), \end{aligned} \quad (1.56)$$

аналогичной (1.35). Единственное различие между (1.56) и (1.35) состоит в добавлении индекса  $\beta$  в обозначения сигналов.

Символически процесс преобразования кодовой комбинации  $Z_i$  в кодовую последовательность элементарных сигналов при  $\eta > 1$ ,

$\beta > 1$  представляется так же, как и для случая  $\beta = 1$ :  $Z_i \rightarrow \|Z_i\| \rightarrow \|A_i(t)\| \rightarrow Y_i(t)$ .

Количество возможных видов модуляции от  $\beta$  не зависит, так как каждый переносчик модулируется идентично. Следовательно, выражение (1.38) справедливо и для случая  $\beta > 1$ .

В качестве иллюстрации на рис. 1.7 показаны сигналы для  $\beta = 1$  и  $\beta > 1$ . Иллюстрация справедлива для  $\eta \geq 1$ . Алфавит сигналов принят равным  $m_y(\eta, \beta) = m$ . Индексы  $(1, \dots, \eta)$  и  $\beta$  в обозначениях сигналов опущены.

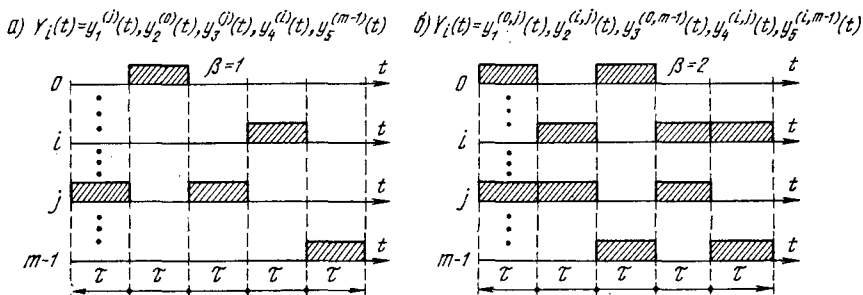


Рис. 1.7

Эквивалентная структурная схема КСигн показана на рис. 1.8. Она состоит из  $m$  генераторов элементарных сигналов  $y^{(i)}(t)$ , каждый из которых связан с выходом через ключ  $K_i$ , замыкающийся при поступлении на него элементарной матрицы видеопульсов  $\|a^{(i)}\|$ ,  $i \in \{m\} = \{0, \dots, m-1\}$ . Структурная схема рис. 1.8 справедлива для всех случаев  $\eta \geq 1, \beta \geq 1$ .

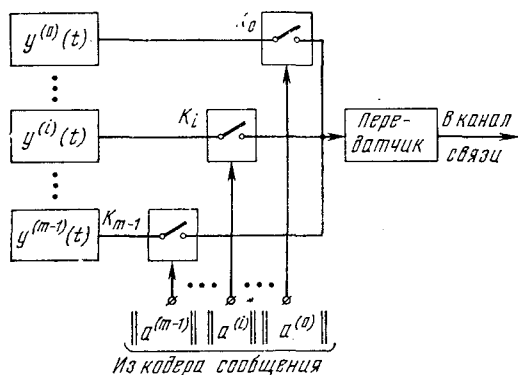


Рис. 1.8

Нетрудно убедиться, что описанный в § 1.1 процесс преобразования сообщения в сигнал соответствует рассмотренному здесь простейшему случаю  $\eta = 1, \beta = 1$ . Однако все сказанное в § 1.1 остается в силе и для общего случая  $\eta \geq 1, \beta \geq 1$ , если кодовые символы и кодовые комбинации заменить соответствующими кодовыми матрицами. В дальнейшем будем пользоваться более привычным понятием кодовой комбинации, если это не приводит к недоразумениям.

В заключение рассмотрим вопрос о распределении мощности передатчика между реализациями элементарного сигнала. При  $\beta = 1$  вся мощность передатчика сосредоточена в единственной реализации и равна  $P_{\text{пер. } l} = \frac{U_{\text{пер } l}^2}{2}$  (где  $U_{\text{пер } l}$  — амплитуда сигнала  $l$ -й позиции,  $l \in \{m_y\}$ ), если передается сигнал  $l$ -й позиции.



При  $\beta > 1$  мощность передатчика распределится между  $\beta$  реализациями, что соответствует равенству

$$P_{\text{пер } l} = \sum_{i=1}^{\beta} P_{\text{пер } li}, \quad (1.57)$$

где  $P_{\text{пер } li}$  — мощность  $i$ -й реализации сигнала  $l$ -й позиции.

Из (1.57) следует, что на  $q$ -ю реализацию сигнала  $l$ -й позиции приходится мощность  $\sum_{i=1}^{\beta} P_{\text{пер } li}$

$$P_{\text{пер } lq} = P_{\text{пер } l} \left( 1 - \frac{\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq q}}^{\beta} P_{\text{пер } li}}{P_{\text{пер } l}} \right). \quad (1.58)$$

В частном случае, когда мощности всех  $\beta$  реализаций одинаковы, из (1.57) или (1.58) получим

$$P_{\text{пер } lq} = \frac{P_{\text{пер } l}}{\beta}. \quad (1.59)$$

Такое распределение мощности между реализациями, однако, не всегда возможно и (или) допустимо. В самом деле, при  $\beta > 1$  амплитуда совокупности  $\beta$  реализаций в общем случае переменна, а ее максимальное значение равно

$$\max U_{\text{пер } l} = \sum_{i=1}^{\beta} U_{\text{пер } li}.$$

Соответственно максимальная мгновенная мощность совокупности  $\beta$  реализаций равна

$$\max P_{\text{пер } l} = \frac{\left( \sum_{i=1}^{\beta} U_{\text{пер } li} \right)^2}{2}. \quad (1.60)$$

Воспользовавшись формулой  $\left( \sum_{i=1}^{\beta} a_i \right)^2 = \sum_{i=1}^{\beta} a_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{\beta-1} \sum_{j=i+1}^{\beta} a_i a_j$ ,

из (1.60) с учетом (1.57) получим

$$\max P_{\text{пер } l} = P_{\text{пер } l} + \sum_{i=1}^{\beta-1} \sum_{j=i+1}^{\beta} U_{\text{пер } li} U_{\text{пер } lj}, \quad (1.61)$$

откуда видно, что  $\max P_{\text{пер } l} > P_{\text{пер } l}$ .

Если выбрать  $l$ -ю позицию так, чтобы для нее значение  $\max U_{\text{пер } l}$  было максимальным (из всех  $l \in \{m_y\}$ ), то передатчик должен быть рассчитан на пиковую мощность, превышающую  $P_{\text{пер } l}$ , в то время как при  $\beta = 1$  достаточно было иметь передатчик с пиковой мощ-

ностью  $P_{\text{пер } l}$ . Следовательно, распределение мощности между реализациями в соответствии с (1.58) или (1.59) возможно и (или) допустимо только в том случае, когда ограничения на пиковую мощность передатчика позволяют удовлетворить (1.61).

Если же пиковая мощность жестко ограничена на уровне  $P_{\text{пер}} = P_{\text{пер } l}$  ( $\beta = 1$ ), то значение  $P_{\text{пер } lq}$  следует искать из уравнения, которое получится, если приравнять правую часть (1.61) величине  $P_{\text{пер}}$ . С учетом (1.57) получим

$$\sum_{i=1}^{\beta} P_{\text{пер } li} + \sum_{i=1}^{\beta-1} \sum_{j=i+1}^{\beta} U_{\text{пер } li} U_{\text{пер } lj} = P_{\text{пер}}. \quad (1.62)$$

В частном случае равенства мощностей всех  $\beta$  реализаций из (1.62) получим

$$P_{\text{пер } lq} = \frac{P_{\text{пер}}}{\beta^2}.$$

Напомним, что  $l$ -я позиция выбрана «наихудшей» с точки зрения пиковой мощности. Поэтому в общем случае справедливо неравенство

$$\frac{P_{\text{пер}}}{\beta^2} \leq P_{\text{пер } jq} \leq \frac{P_{\text{пер}}}{\beta},$$

которое можно записать также в виде

$$P_{\text{пер } jq} = \frac{P_{\text{пер}}}{\beta^{\theta(j, q)}}, \quad (1.63)$$

где  $1 \leq \theta(j, q) \leq 2$  — коэффициент, зависящий от уровня ограничений на пиковую мощность передатчика, вида манипуляции переносчиков, номеров позиции и реализации элементарного сигнала.

Легко показать, что все полученные соотношения справедливы также в случае, когда ограничения накладываются на линейный участок амплитудной характеристики КС.

Для наиболее распространенных переносчиков вида  $U \cos(\omega t + \varphi)$  зависимость амплитуды сигналов и, следовательно, коэффициента  $\theta$  от номеров позиции и реализации имеет место только в тех случаях, когда в число информационных параметров входит амплитуда ( $U_0$ ). Во всех же остальных случаях коэффициент  $\theta$  от номеров позиции и реализации не зависит и (1.63) приобретает вид

$$P_{\text{пер } jq} = \frac{P_{\text{пер}}}{\beta^{\theta}}. \quad (1.64)$$

В общем случае СПДИ может состоять из  $L$  идентичных каналов (см. § 1.5). Легко показать, что все предыдущие выражения останутся в силе, если вместо  $\beta$  подставить  $L\beta$ . В частности, вместо (1.64) получим

$$P_{\text{пер } jq} = \frac{P_{\text{пер}}}{(L\beta)^{\theta}}. \quad (1.65)$$

Мощность сигнала на входе приемника пропорциональна мощности передатчика. Поэтому деление мощности сигнала между реализациями на входе приемника будет описываться такими же выражениями, как и на выходе передатчика. В частности, для многоканальной системы при отсутствии в числе информационных параметров амплитуды переносчиков из (1.65) получим

$$P_c(L, \beta) = \frac{P_c}{(L\beta)^\beta}, \quad (1.66)$$

где  $P_c(L, \beta)$  — мощность сигнала на входе канального приемника при наличии  $L$  каналов, в каждом из которых действует  $\beta$  реализаций элементарного сигнала;  $P_c$  — полная мощность сигнала на входе приемника, которая была бы в случае  $L=1, \beta=1$  и той же пиковой мощности передатчика.

Соответственно отношение мощности сигнала ( $P_c$ ) к спектральной плотности мощности помехи ( $v_0^2$ ), являющееся аргументом выражений для помехоустойчивости, равно

$$h^2(L, \beta) = \frac{h^2}{(L\beta)^\beta}, \quad (1.67)$$

де  $h^2 = \frac{P_c}{v_0^2}$ .

### 1.3. ВИДЫ ПЕРЕНОСЧИКОВ И СИГНАЛОВ В СПДИ

Наиболее широко распространенным переносчиком является гармоническое колебание вида

$$f(t) = U \cos(\omega t + \psi), \quad -\infty \leq t \leq \infty. \quad (1.68)$$

Этот переносчик имеет три параметра — амплитуду ( $U$ ), частоту ( $\omega$ ) и начальную фазу ( $\psi$ ). Количество возможных видов модуляции согласно (1.38) равно 7. Из них три простых ( $\eta=1$ ) — амплитудная (АМ), частотная (ЧМ) и фазовая (ФМ); три комбинарных при  $\eta=2$  — АЧМ, АФМ и ЧФМ и один комбинарный при  $\eta=3$  — АЧФМ. Любой из видов модуляции допускает формирование сигналов с любым основанием алфавита в области  $m_y \geq 2$ .

Разновидностью гармонического переносчика является периодическая последовательность радиоимпульсов, т. е. отрезков гармонического колебания вида (1.68). В этом переносчике, кроме трех параметров, имеются еще два — положение импульса на оси времени и его длительность. Соответственно, как следует из (1.38), количество простых видов модуляции увеличивается до 5, а комбинарных — до 26, так что общее число возможных видов модуляции равно 31.

Впрочем, периодическую последовательность радиоимпульсов можно не рассматривать как отдельный вид переносчика, а считать переносчиком по-прежнему гармоническое колебание вида (1.68), у которого манипуляции может подвергаться также параметр  $t$ .

Некоторое применение находит также переносчик в виде постоянного тока (напряжения). Он имеет два параметра — амплитуду и знак (полярность). Соответственно возможны три вида модуляции — по амплитуде, по полярности и комбинированная. В настоящее время этот переносчик используется, главным образом, для передачи дискретной информации на небольшие расстояния (абонентские линии и т. п.). Разновидностью этого переносчика можно считать периодическую последовательность импульсов постоянного тока (напряжения), аналогично тому, как периодическая последовательность радиоимпульсов является разновидностью переносчика в виде гармонического колебания. Эта разновидность также имеет ограниченную область применения.

Также по аналогии можно периодическую последовательность импульсов постоянного тока не рассматривать как отдельный вид переносчика, а считать, что параметром переносчика является также время.

Находит применение переносчик более общего вида, чем (1.68), а именно:

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\beta} U_i \cos(\omega_i t + \psi_i), \quad -\infty \leq t \leq \infty, \quad (1.69)$$

что соответствует (1.40). Количество возможных значений  $\beta$  определяется (1.45), а алфавит на выходе КСигн — (1.44). Виды модуляции и их общее количество такие же, как и для переносчика (1.68), поскольку, как указывалось в § 1.2, эти величины от  $\beta$  не зависят.

В качестве переносчика предлагалось также использовать стационарный случайный процесс. Его параметрами являются моменты распределения (или их преобразования Фурье). Примеры использования такого переносчика рассмотрены, например, в [109, 167].

Из всех рассмотренных видов переносчиков преимущественное распространение имеют переносчики видов (1.68) и (1.69). Поскольку (1.68) есть частный случай (1.69) при  $\beta=1$ , то в дальнейшем будет рассматриваться только переносчик вида (1.69).

Характерной особенностью сигналов, сформированных при модуляции переносчика вида (1.69) при  $\beta=1$ , является то, что их база, определяемая выражением  $B=2F\tau$  (где  $\tau$  — длительность элементарного сигнала;  $F$  — ширина его спектра), близка к единице. Такие сигналы принято называть узкополосными. Узкополосными называются и СПДИ, в которых такие сигналы применяются.

Однако, как будет показано дальше, использование понятия базы сигнала в качестве его характеристики, а также определение на этой основе узкополосных сигналов и систем связи вызывают ряд затруднений.

В последнее время в литературе широко обсуждаются так называемые широкополосные системы связи. Основным отличием этих систем от узкополосных является то, что применяемые в них сиг-

налы имеют базу, существенно превышающую единицу. Способов формирования таких сигналов в настоящее время известно множество [109]. Названий также имеется немало: широкополосные, шумоподобные, сложные, многомерные, составные и т. д. [93, 109, 122, 160, 161], что говорит о разнообразии свойств таких сигналов.

Простейшим способом образования широкополосного сигнала является использование в качестве переносчика стационарного случайного процесса с широким спектром, например, белого шума, пропущенного через фильтр с достаточно широкой полосой. В качестве информационных параметров в этом случае могут быть использованы любые числовые характеристики случайного процесса, например, моменты распределения, их преобразования по Фурье и т. д. [166, 167]. Возможны как простые, так и комбинированные виды модуляции, абсолютные и относительные, с любым основанием алфавита. Существенным недостатком СПДИ, в которых применяются такие сигналы, является необходимость в дополнительном канале синхронизации [109], вследствие чего они не получили широкого распространения.

Значительно чаще применяются широкополосные сигналы, образованные совокупностью регулярных сигналов. В [93] такие сигналы названы составными. В зависимости от структуры они подразделяются на последовательные, параллельные и последовательно-параллельные. Последовательный составной сигнал образуется совокупностью следующих друг за другом (последовательно во времени) элементарных сигналов с базой порядка единицы. Параллельный составной сигнал состоит из совокупности существующих одновременно элементарных сигналов с базой порядка единицы. Последовательно-параллельный составной сигнал является гибридным из этих двух основных видов. При достаточно большом количестве элементарных сигналов, образующих составной сигнал, его база может существенно превышать единицу, что и дает основание отнести составные сигналы к широкополосным.

Тем не менее не это общее свойство составных сигналов является решающим. Действительно, значение  $B$  непосредственно, в качестве независимой переменной, не входит в выражения, определяющие основные внешние параметры СПДИ, в чем легко убедиться, обратившись к многочисленной литературе, например, [47, 93, 153, 161, 166, 178].

Если проанализировать сигналы, которые принято сейчас называть широкополосными (шумоподобными, составными и т. д.), то можно установить, что все они имеют значительную *информационную избыточность*. Именно это свойство (а отнюдь не большая база) является главным <sup>1)</sup> [93]. Вопросы рационального введения из-

---

<sup>1)</sup> Большая база составных сигналов является просто следствием их большой информационной избыточности. Иногда это обстоятельство упускают из виду, что может привести к ошибкам. В связи с этим отметим, что в [84] совершенно правильно ставится вопрос об исключении из обихода понятия объема сигнала (находящегося в близком родстве с понятием базы сигнала), поскольку никаких полезных результатов с его помощью получить нельзя.

быточности исследуются в теории помехоустойчивого кодирования, к компетенции которой и должно быть отнесено образование составного (широкополосного, шумоподобного) сигнала. Оно сводится, как обычно, к выбору соответствующего способа кодирования (в КСообщ) и последующей модуляции переносчика (в КСигн).

В качестве примера рассмотрим множество последовательных составных сигналов, применяемых в системе «Диджилок» [119]. Формирование сигналов происходит точно так же, как описано в § 1.2 для общего случая. В качестве исходных используются коды Рида-Мюллера, кодовые комбинации которых содержат  $n_z = N_x$  символов из алфавита с основанием  $m_z = 2$ . Каждый символ преобразуется в прямоугольный видеоимпульс положительного или отрицательного знака в зависимости от значения символа. Полученные таким образом кодовые последовательности видеоимпульсов используются для модуляции по фазе на  $\pm \pi$  гармонического переносчика вида (1.69) при  $\beta = 1$ . На рис. 1.9 показано преобразова-

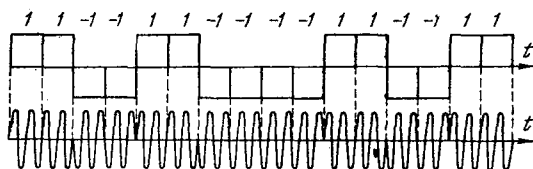


Рис. 1.9

ние одной из кодовых комбинаций кода Рида-Мюллера в составной сигнал (в системе «Диджилок» принято  $n_z = 16$ ). Сравнение с рис. 1.5, иллюстрирующим общий случай формирования сигнала, подтверждает полное совпадение способа формирования сигналов в системе «Диджилок» с общим способом. Структурная схема КСигн для этого случая соответствует рис. 1.6а.

Коды Рида-Мюллера были синтезированы как корректирующие [119, 120] и по классификации [166] относятся к числу блочных разделимых систематических корректирующих кодов. Поэтому применяемые в системе «Диджилок» сигналы можно рассматривать также как сигналы, закодированные с помощью корректирующего кода Рида-Мюллера, вести поэлементный прием таких сигналов и корректировать часть возникающих ошибок. Но в системе «Диджилок» применяется прием в целом всей совокупности элементарных сигналов кодовой последовательности. Такой способ приема, как известно [160, 161], при наличии избыточности в коде обеспечивает большую помехоустойчивость, чем поэлементный прием. Кроме того, кодовые последовательности Рида-Мюллера обладают хорошими авто- и взаимокорреляционными свойствами<sup>1)</sup> и при приеме

<sup>1)</sup> «Хорошими» считаются такие свойства, когда коэффициент автокорреляции сигнала близок к коэффициенту автокорреляции белого шума, а коэффициенты взаимной корреляции между различными сигналами из множества близки к нулю [83, 109, 178].

ме в целом из них можно выделить синхронизирующий сигнал [109, 119, 120, 178]. Эти соображения и были приняты во внимание при выборе способа кодирования, модуляции и метода приема в системе «Диджилок» (ряд других соображений указан в [109, 119]).

В настоящее время известно большое число других способов кодирования и модуляции, позволяющих сформировать последовательные составные сигналы с хорошими авто- и взаимокорреляционными свойствами [83, 93, 109, 114, 163, 178, 198, 199, 205, 207]. Кроме отмеченной выше возможности самосинхронизации (при приеме в целом), такие сигналы позволяют осуществить отдельный прием «копий сигналов», сдвинутых по отношению друг к другу на время, равное интервалу автокорреляции или большее его. Это свойство особенно важно при передаче по каналам с многолучевым распространением. Именно для таких каналов в первые и были найдены последовательные составные сигналы [205].

Можно показать, что формирование параллельных и последовательно-параллельных составных сигналов осуществляется по структурной схеме рис. 1.6б и в и сводится к выбору способа кодирования, вида переносчика и вида модуляции. При формировании этих видов составных сигналов выбирается переносчик вида (1.69) при  $\beta > 1$ , в то время как при формировании последовательного составного сигнала  $\beta = 1$ . Свойства и возможности параллельных и последовательно-параллельных составных сигналов в значительной мере совпадают с таковыми для последовательных составных сигналов. Имеются, конечно, и различия, обусловленные различной структурой этих сигналов, в связи с чем каждый из них имеет свои целесообразные области применения. Многочисленные примеры использования составных сигналов имеются в [20, 37, 109, 114, 119, 122, 163, 178, 198, 199, 205, 207, 211], где отмечается также ряд других возможностей и особенностей систем связи с составными сигналами, в частности, возможность обеспечить скрытность и секретность связи, возможность подавления сосредоточенных помех, возможность одновременной передачи (и приема) сообщений радиостанциями, работающими в одной и той же полосе частот, и т. д.

Как видно даже из приведенного краткого обзора, составные сигналы обладают рядом полезных свойств, объясняющих и оправдывающих проявляемый к ним интерес. Вместе с тем следует отметить, что в некоторых случаях достоинства таких сигналов преувеличиваются или трактуются не вполне адекватно. Это относится преимущественно к описательным разделам, где дается общая качественная характеристика составных сигналов, их особенностей, областей применения и т. п.

#### 1.4. ПРИЕМ СИГНАЛОВ

Пусть в некоторый ( $j$ -й) тактовый интервал на вход КС поступил элементарный сигнал  $y^{(i)}(t)$ ,  $i \in \{m_y\} = \{0, \dots, m_y - 1\}$ . Если коэффициент передачи на этом тактовом интервале для сигнала

$y^{(i)}(t)$  равен  $\mu_j^{(i)}$ , а время распространения по КС  $t_{pj}^{(i)}$ , то на выходе КС (на входе ДКСигн) будет выходной сигнал <sup>1)</sup>

$$y_{\text{вых}j}^{(i)}(t - t_{pj}^{(i)}) = \mu_j^{(i)} y^{(i)}(t - t_{pj}^{(i)}), \quad t_{0j} \leq t \leq t_{0j} + \tau, \quad (1.70)$$

где  $t_{0j}$  и  $\tau$  — момент начала сигнала  $y^{(i)}(t)$  и его длительность.

Обозначая  $t - t_{pj}^{(i)} = t'$ , запишем (1.70) в виде

$$y_{\text{вых}j}^{(i)}(t') = \mu_j^{(i)} y^{(i)}(t'), \quad t_{0j}^{(i)} \leq t' \leq t_{0j}^{(i)} + \tau, \quad (1.71)$$

где  $t_{0j}^{(i)} = t_{0j} - t_{pj}^{(i)}$ . (1.72)

Наконец, заменяя в аргументе  $t'$  на  $t$ , получим вместо (1.71)

$$y_{\text{вых}j}^{(i)}(t) = \mu_j^{(i)} y^{(i)}(t), \quad t_{0j}^{(i)} \leq t \leq t_{0j}^{(i)} + \tau. \quad (1.73)$$

На входе ДКСигн действует также стационарная аддитивная помеха  $\xi(t)$ , так что результирующий сигнал (на входе ДКСигн) с учетом (1.73) равен

$$y_{\text{рез}j}^{(i)}(t) = \mu_j^{(i)} y^{(i)}(t) + \xi(t), \quad t_{0j}^{(i)} \leq t \leq t_{0j}^{(i)} + \tau. \quad (1.74)$$

Задача ДКСигн состоит в том, чтобы определить, какой из возможных элементарных сигналов передается на  $j$ -м тактовом интервале (сам факт передачи элементарного сигнала полагается известным). Эта задача решается с помощью операции демодуляции (§ 1.1).

Сигналы с выхода КС перед тем, как они будут демодулированы, обычно подвергаются ряду линейных преобразований — усилению, фильтрации, переносу спектра в другой частотный диапазон и т. д. Устройство, осуществляющее эту предварительную обработку сигналов, можно объединить названием *приемник*. Тогда ДКСигн представляется в виде структурной схемы рис. 1.10 (сиг-

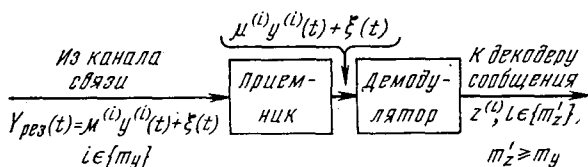


Рис. 1.10

налы на входе и выходе приемника обозначены одинаково, поскольку различие между ними для рассматриваемого здесь вопроса роли не играет).

Из теории потенциальной помехоустойчивости известно, что структура оптимального демодулятора состоит из  $m_y$  ветвей (суб-

<sup>1)</sup> Вообще коэффициент передачи КС и время распространения сигнала в нем являются случайными функциями времени  $\mu(t)$ ,  $t_p(t)$ . Однако в большинстве случаев можно считать, что на интервале времени, соизмеримом с длительностью элементарного сигнала, значения  $\mu$  и  $t_p$  неизменны. Именно поэтому  $\mu_j$  и  $t_{pj}$  записаны не как функции времени, а как постоянные величины. В тех случаях, когда такое допущение слишком грубо (например, при передаче по каналам с быстрыми замираниями), следует писать  $\mu_j(t)$  и  $t_{pj}(t)$ .



каналов), выходы которых подводятся к общему решающему устройству (РУ), как показано на рис. 1.11. В каждом субканале смесь сигнала и помехи подвергается обработке по алгоритмам  $\psi_0, \dots, \psi_i, \dots, \psi_{m_y-1}$ . Обработка начинается в момент, совпадающий с началом принимаемого элементарного сигнала и заканчивается в момент его окончания<sup>1)</sup>. В этот же момент с помощью ключа  $K$ , управляемого стробирующим устройством, берутся отсчеты на выходе субканалов (момент взятия отсчета называется также моментом стробирования)  $y'_0, \dots, y'_i, \dots, y'_{m_y-1}$ , из которых РУ выбирает наибольший. Если наибольшим оказался отсчет  $y'_i$ , то на выходе РУ вырабатывается элементарный символ  $z^{(i)}, i \in \{m'_z\} = \{0, \dots, m'_z - 1\}$ ,  $m'_z = m_y$ , который и поступает к ДКСообщ.

Из (1.72) и (1.73) видно, что в общем случае время существования элементарного сигнала на входе декодера есть функция  $j$  и  $i$ .

Поэтому на любом тактовом интервале  $j$  это время будет зависеть от того, какой из  $m_y$  возможных элементарных сигналов передается. Следовательно, в этой ситуации точная синхронизация между моментами окончания элементарного сигнала и моментами стробирования принципиально невозможна. Однако в большинстве случаев зависимость времени распространения от вида

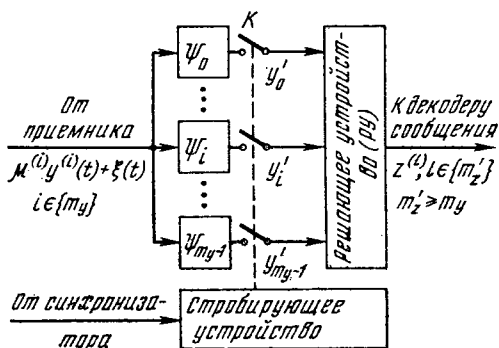


Рис. 1.11

элементарного сигнала настолько мала, что ею можно пренебречь. Зависимость же времени распространения от номера тактового интервала принципиально может быть измерена и учтена.

Можно усовершенствовать алгоритм работы РУ таким образом, чтобы не только выбрать из  $m_y$  отсчетов  $y'_i$  наибольший, но и указать некоторые его статистические характеристики, например, апостериорную вероятность или хотя бы принадлежность ее к некоторой конечной области значений. В этом случае  $m'_z > m_y$ .

В общем случае основание алфавита выходных символов  $m'_z$  и основание алфавита элементарных сигналов  $m_y$  находятся в соотношении

$$m'_z \geq m_y. \quad (1.75)$$

Как будет показано ниже, при  $m'_z > m_y$  открываются возможности повышения помехоустойчивости по сравнению со случаем  $m'_z = m_y$ .

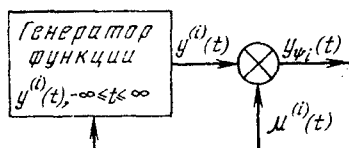
<sup>1)</sup> Описанная ситуация имеет место при синхронном приеме (только он рассматривается в этой работе).

Учитывая также (1.18) и (1.49), вместо (1.75) получим

$$m'_y = m'_z \geq m_y = m_z. \quad (1.76)$$

Изложенное выше справедливо для всех случаев  $\eta \geq 1, \beta \geq 1$ .

Из теории потенциальной помехоустойчивости известно также, что в каждом субканале оптимального демодулятора (рис. 1.11) должно быть устройство, вырабатывающее точную копию соответствующего элементарного сигнала. Другими словами, в субканале, реализующем алгоритм  $\psi_i, i \in \{m_y\}$ , вырабатывается функция



от синхронизатора

Рис. 1.12

$$y_{\Psi_i}(t) = \mu^{(i)}(t) y^{(i)}(t), \quad -\infty \leq t \leq \infty, \quad (1.77)$$

которая в точности совпадает с функцией (1.73).

Математически это приводит к требованию выполнения равенства

$$y_{\Psi_i}(t) = y_{\text{вых}j}^{(i)}(t), \quad t_{0j}^{(i)} \leq t \leq t_{0j}^{(i)} + \tau \quad (1.78)$$

для всех  $i \in \{m_y\}, j = 0, 1, 2, \dots$

Структурная схема устройства для получения функции вида (1.77) представлена на рис. 1.12. Это устройство, которое в дальнейшем будем называть *когерентным гетеродином*<sup>1)</sup>, состоит из генератора функции  $y^{(i)}(t), -\infty \leq t \leq \infty$ , и перемножителя. К генератору от синхронизатора подводится управляющий сигнал, несущий информацию о значении  $t_{0j}^{(i)} = t_{0j} - t_{pj}^{(i)}$ , так, чтобы функция (1.77) в точности совпадала с функцией (1.73) на любом тактовом интервале  $j$ .

Генератор функции  $y^{(i)}(t)$  в общем случае представляет совокупность  $\beta \geq 1$  генераторов, полностью идентичных генераторам переносчиков в КСигн (рис. 1.6). Значения параметров генераторов устанавливаются такими, как в генераторах переносчиков при поступлении на вход КСигн кодовой матрицы видеоимпульсов  $\|A_i(t)\|$ .

Реализация когерентного гетеродина связана с серьезными трудностями. Во-первых, это трудности измерения истинных значений  $t_{0j}, t_{pj}^{(i)}$  и  $\mu_j^{(i)}$  и, во-вторых, трудности, связанные с неизбежными флуктуациями параметров генераторов переносчиков (в КСигн) и генераторов функций  $y^{(i)}(t), i \in \{m_y\}$  (в когерентных гетеродинах).

Чем больше степень отклонения от точного равенства в (1.78), тем хуже помехоустойчивость демодулятора. Может оказаться, что ухудшение помехоустойчивости за счет нарушения равенства в

<sup>1)</sup> Этот термин применяется в литературе в более узком смысле, когда функция  $y^{(i)}(t)$  является гармоническим колебанием. Однако применение к общему случаю не повлечет за собой каких-либо недоразумений.

(1.78) настолько велико, что имеет смысл вообще изменить алгоритм обработки в субканалах, сделав отсчеты  $y'$  независимыми от параметров когерентного гетеродина и всех или, по крайней мере, наиболее нестабильных немодулируемых параметров переносчика. Хотя такое мероприятие принципиально снижает помехоустойчивость по сравнению со случаем оптимального алгоритма обработки в субканалах и при точном выполнении равенства (1.78), тем не менее может оказаться, что полученная помехоустойчивость выше той, которая была бы при оптимальном алгоритме, но неточном выполнении равенства (1.78). Дополнительным преимуществом изменения алгоритма является упрощение демодулятора, связанное с исключением из его состава когерентных гетеродинов.

Демодулятор, в субканалах которого отсутствуют когерентные гетеродины, называется *некогерентным*. Он получил широкое распространение, что объясняется изложенными выше соображениями.

Если отказ от использования когерентного гетеродина включить в число исходных условий, то можно синтезировать *оптимальный некогерентный демодулятор*. Вообще оптимальных демодуляторов может быть столько, сколько имеется вариантов исходных условий.

На практике часто применяются заведомо неоптимальные демодуляторы, основными достоинствами которых являются простота, дешевизна, малые вес и габариты и т. п. Нередки случаи, когда реальная помехоустойчивость таких неоптимальных демодуляторов не намного хуже помехоустойчивости оптимальных, особенно с учетом неизбежных отклонений последних от оптимальности.

Выше указывалось, что при выполнении условия  $m'_z > m_y$  помехоустойчивость повышается по сравнению со случаем  $m'_z = m_y$ . При  $m'_z = m_y$  РУ демодулятора на основании выбора элементарного сигнала, для которого апостериорная вероятность оказалась наибольшей, выносит окончательное решение о принимаемом элементарном сигнале. При этом не принимается в расчет ни абсолютное значение этой вероятности, ни ее относительная величина. Чем меньше абсолютное значение и (или) относительная величина максимальной апостериорной вероятности, тем более вероятно, что принятое решение ошибочно. Для пояснения сказанного на рис. 1.13

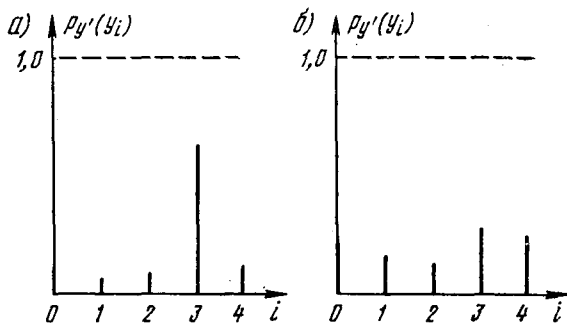


Рис. 1.13

представлены два случая распределения апостериорных вероятностей для принимаемых сигналов (принято  $m_y=5$ ): на рис. а максимальная вероятность весьма «контрастна» на фоне остальных вероятностей, а на рис. б «контрастность» существенно хуже. Ясно, что в первом случае решение будет более надежно, чем во втором. Однако при  $m'_z = m_y$  получателю выдается окончательное решение без какого-либо указания о его надежности.

Предположим теперь, что алгоритм работы РУ изменен таким образом, чтобы не только определять максимальную апостериорную вероятность, но и степень ее «контрастности». Эта дополнительная информация может быть использована различным образом. Например, ее можно доставлять получателю информации. Но можно использовать ее и в самом РУ, выбрав некоторое пороговое значение «контрастности» и считая все элементарные сигналы, при приеме которых «контрастность» максимальной апостериорной вероятности оказалась ниже порога, вообще не принятыми («стертыми»). Можно также использовать информацию о «контрастности» максимальной апостериорной вероятности в ДКСообщ. Последнее целесообразно в том случае, когда передаваемая информация закодирована кодом с избыточностью.

Во всех случаях может оказаться, что «контрастность» слишком мала для принятия достаточно обоснованного решения. Тогда соответствующие элементы сообщения «стираются» и считаются вообще не принятыми, либо по каналу обратной связи (КОС), если его можно ввести в СПДИ, посылается запрос на их повторную передачу.

Выбор способа определения «контрастности» и места использования информации о «контрастности» зависит от ряда соображений, среди которых определяющую роль играют назначение СПДИ, характеристики ПС, вид кодирования и модуляции, допустимая сложность аппаратуры и т. д. Множество принимаемых в случае учета «контрастности» решений удовлетворяет условию  $m'_z > m_y$ .

Рассмотрим некоторые известные методы приема, учитывающие «контрастность» максимальной апостериорной вероятности. Наиболее известным является метод приема с сигналом стирания, описанный, например, в [13, 67, 153]. В этом случае РУ не только определяет номер элементарного сигнала, для которого апостериорная вероятность максимальна, но и относительную разность между наибольшей и ближайшей к ней апостериорными вероятностями. Если эта разность превышает пороговый уровень, то принимается решение о том, что передавался элементарный сигнал, для которого апостериорная вероятность оказалась наибольшей. Если же она (разность) оказалась ниже порогового уровня, то фиксируется некий условный символ «стирания», означающий отказ от вынесения решения. Этот символ либо поступает к ПС, либо передается по КОС в качестве запроса на повторение. Тогда  $m'_z = m_y + 1$ .

Развитием данного метода является метод приема с двумя градациями верности [13]. В этом случае интервал возможных значе-

ний относительной разности между наибольшей и ближайшей к ней по величине апостериорными вероятностями делится на две области, расположенные выше и ниже некоторого порогового значения. На выходе демодулятора указываются номер элементарного сигнала, для которого апостериорная вероятность максимальна, и номер области, в которую попадает значение относительной разности. В этом случае  $m'_z = 2m_y$ .

Очевидно, что идею метода приема с двумя градациями верности можно развить дальше, введя  $n_{ГВ} \geq 2$  градаций. В этом общем случае  $m'_z = n_{ГВ} m_y$ .

Прием с  $n_{ГВ}$  градациями верности целесообразен в случае применения кодов с избыточностью. Идея состоит в том, что если между двумя кодовыми комбинациями имеется различие в  $d$  символах, то после стирания  $d-1$  символа они все еще будут отличаться в одном символе. Для кодов с избыточностью минимальное расстояние ( $d_{\min}$ ) между разрешенными кодовыми комбинациями всегда больше единицы. Следовательно, в принятой кодовой комбинации целесообразно стереть  $d_{\min}-1$  наименее надежных символов, что повысит вероятность правильного декодирования. Очевидно, что увеличение  $n_{ГВ}$  будет способствовать повышению точности отбора ненадежных символов и поэтому целесообразно. Однако с ростом  $n_{ГВ}$  будет возрастать и сложность ДКСигн и ДКСообщ.

Различные варианты построения ДКСообщ, использующие получаемую от демодулятора информацию о «контрастности» максимальной апостериорной вероятности для принимаемого элементарного сигнала, описаны, например, в [13, 160, 168]. Отметим, что вычисление вероятности правильного декодирования кодовой комбинации указанными методами связано с серьезными математическими трудностями, поэтому часто приходится ограничиваться оценками. Вопросы вычисления помехоустойчивости при декодировании с учетом надежности символов наиболее полно рассмотрены в [168].

Все методы приема при  $m'_z > m_y$  обеспечивают более высокую помехоустойчивость, чем в случае  $m'_z = m_y$  [13, 160, 168]. Это повышение помехоустойчивости есть результат лучшего сопряжения операций демодуляции и декодирования [13]. Оптимальное сопряжение этих процедур и, следовательно, наилучшая помехоустойчивость достигаются при приеме в целом.

## 1.5. КЛАССИФИКАЦИЯ СПДИ

Проведенный выше анализ показывает, что возможны структуры СПДИ с различными комбинациями значений  $m_y$ ,  $\eta$ ,  $\beta$ . Сама СПДИ при этом считается одноканальной в том смысле, что она содержит один ИС и один ПС, а также что каждое сообщение на пути от ИС к ПС последовательно проходит через одни и те же устройства.

Дальнейшее обобщение состоит в представлении СПДИ в виде многоканальной структуры (рис. 1.14). В каждом из  $L > 1$  каналов на передающей стороне имеются каналные источник сообщений (ИСК), кодер сообщения (КСообщ) и кодер сигнала (КСигн), а на приемной — каналные декодер сигнала (ДКСигн), декодер

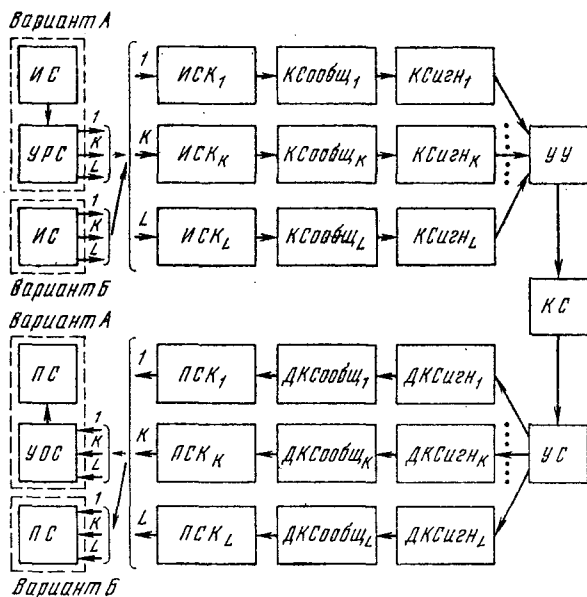


Рис. 1.14

сообщения (ДКСообщ) и получатель сообщений (ПСК). Кроме того, на передающей стороне имеется устройство уплотнения (УУ), а на приемной — устройство селекции (УС).

В зависимости от того, является ли ИС устройством с  $L=1$  или  $L>1$  выходами, а ПС — с  $L=1$  или  $L>1$  входами, возможны два варианта построения ИСК и ПСК, показанные на рис. 1.14, как варианты А и Б. В варианте А после ИС вводится устройство разделения сообщений (УРС), разделяющее последовательный поток сообщений на выходе ИС на  $L>1$  отрезков, поступающих одновременно каждый в свой канал. Соответственно перед ПС вводится устройство объединения сообщений (УОС). В варианте Б УРС и УОС не нужны, поскольку число входов в ПС и число выходов в ИС полагается совпадающим с числом каналов. Если же одно из этих условий не выполняется, то требуется соответствующее УРС или УОС. Возможны также комбинации вариантов А и Б.

В общем случае каналы в многоканальной структуре могут быть неодинаковыми. Однако можно привести немало оснований в пользу целесообразности выполнения каналов идентичными. Например, если «ценность» всех сообщений, передаваемых по  $L$  каналам, одинакова, выполнение каналов идентичными вполне естественно. Такое же решение следует принять в случае, когда инфор-

мация о сравнительной «ценности» передаваемых по  $L$  каналам сообщений неизвестна. Наконец, выполнение всех  $L$  каналов идентичными облегчает изготовление, настройку и ремонт аппаратуры.

Особенностью многоканальной структуры СПДИ является то, что все ее каналы работают синхронно, поскольку ИС и ПС в этой

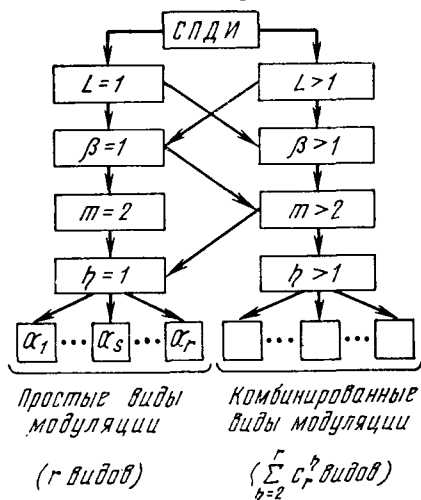


Рис. 1.15

системе общие. Следовательно, синхронизирующее устройство может быть общим для всех каналов<sup>1)</sup>. Также общим может быть КОС, если он предусмотрен. Правда, сказанное справедливо, строго говоря, лишь для неискажающего КС с постоянными параметрами. Однако с той или иной степенью приближения это справедливо и для многих реальных КС.

С учетом вышеизложенного классификационная схема СПДИ представлена на рис. 1.15. Она позволяет определить все возможные комбинации значений<sup>2)</sup>  $L$ ,  $\beta$ ,  $m$ ,  $\eta$ , которые сведены в табл. 1.1, составленную по рис. 1.15. В соответствии с рисунком и таблицей СПДИ можно разделить на одноканальные ( $L=1$ ) и многоканальные ( $L>1$ ). Каждая из них может быть как бинарной ( $m=2$ ), так и многопозиционной ( $m>2$ ).

В бинарной системе может быть только одна комбинация значений  $\beta$  и  $\eta$  ( $\beta=1, \eta=1$ ). В многопозиционной системе таких комбинаций может быть четыре ( $\beta=1, \eta=1, \beta=1, \eta>1; \beta>1, \eta=1, \beta>1, \eta>1$ ), причем лишь одна из них ( $\beta=1, \eta=1$ ) совпадает с комбинацией для бинарной системы. Отсюда видно, что бинарная система является простейшей.

При  $\eta=1$  возможны только простые виды модуляции, а при  $\eta>1$  — ряд комбинированных видов, когда одновременно модулируются 2, 3, ...,  $\eta$  параметров. Общее количество возможных видов модуляции определяется (1.38).

<sup>1)</sup> Примером такой многоканальной СПДИ с общим синхронизирующим устройством является описанная в [8] аппаратура типа ЗАТОЗ.

<sup>2)</sup> На рис. 1.15 основание алфавита сигналов обозначено не  $m$ , а просто  $\eta$ . Такое обозначение будет применяться и дальше везде, где это не может повести к недоразумениям.

Таблица 1.1

		$L > 1$		
$m = 2$	$m > 2$			
$\beta = 1$	$\beta = 1$	$\beta = 1$	$\beta > 1$	$\beta > 1$
$\eta = 1$	$\eta = 1$	$\eta > 1$	$\eta = 1$	$\eta > 1$

Руководствуясь рис. 1.15 и табл. 1.1, можно предложить следующую схему словесного описания структур СПДИ:

а) количество каналов ( $L$ ); при  $L=1$  СПДИ называется одноканальной, при  $L>1$  — многоканальной;

б) количество позиций сигнала ( $m$ ); при  $m=2$  СПДИ называется бинарной, при  $m>2$  — многопозиционной или СПДИ с многопозиционными сигналами (МПС) для переносчика вида (1.69) количеством позиций сигнала по амплитуде, частоте и фазе будем обозначать соответственно  $m_a$ ,  $m_\omega$  и  $m_\varphi$ ;

в) количество переносчиков в КСигн ( $\beta$ ) указывается выражением: сигналы типа « $\beta=\Lambda$ »,  $\Lambda=1, 2, 3 \dots$ ;

г) наименование модулируемых параметров ( $1, \dots, \eta$ ); при переноске вида (1.69) и  $\eta=1$  возможны системы с АМ, ЧМ и ФМ, а при  $\eta>1$  — АЧМ, АФМ, ЧФМ, АЧФМ; для случая  $m=2$  эти обозначения сохраняются, а для  $m>2$  к ним добавляется буква М («многопозиционная»). Можно указывать также количество позиций сигнала по каждому модулируемому параметру (в скобках).

Приведем несколько примеров.

Пусть  $L=1$ ,  $m>2$ ,  $\beta=1$ ,  $\eta=1$  (модулируемый параметр — частота переносчика). Тогда эту СПДИ назовем одноканальной СПДИ с МЧМ с сигналами типа « $\beta=1$ ». Ту же СПДИ при  $\beta=\Lambda>1$  назовем одноканальной СПДИ с МЧМ с сигналами типа « $\beta=\Lambda$ ». СПДИ с параметрами  $L>1$ ,  $m>2$ ,  $\beta=\Lambda \geq 1$ ,  $\eta=2$  (модулируемые параметры — частота и фаза переносчика  $m_\omega=f$ ,  $f=1, 2, 3 \dots$ ;  $m_\varphi=\varphi$ ,  $\varphi=1, 2, 3 \dots$ ) назовем многоканальной СПДИ с МЧФМ ( $m_\omega=f$ ,  $m_\varphi=\varphi$ ) с сигналами типа « $\beta=\Lambda$ ».

В связи с предложенной здесь классификацией СПДИ рассмотрим некоторые терминологические вопросы. В официальных документах МККТТ, в частности [94, 155], вводятся термины «последовательная передача» и «параллельная передача» информации, которые получили распространение и в технической литературе, например, [8]. При «последовательной передаче» на каждом тактовом интервале передается реализация лишь одного переносчика, а при «параллельной» — более одного. Применительно к предложенной здесь классификации «последовательная передача» имеет место при  $L\beta=1$ , а «параллельная» — при  $L\beta>1$ . Как видно, разделение способов передачи на «последовательный» и «параллельный» лишь частично совпадает с разделением СПДИ на одно- и многоканальные.



2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ КАНАЛОВ

Согласно [179] каналом называется «совокупность средств, предназначенных для передачи сигнала», причем под «средством» может пониматься как устройство, так и физическая среда. Приведенное определение допускает известную неопределенность при отнесении к КС тех или иных элементов СПДИ, расположенных на стыке между КС и остальными элементами СПДИ. Именно по этой причине в литературе встречаются различные варианты определения состава КС.

Само по себе это не является недостатком. Нужно только четко понимать, что все варианты равноправны и для каждой ситуации следует только выбрать наиболее подходящий. В этом смысле весьма ценным является сделанное в [161] разъяснение, что «удобно называть каналом любую часть системы связи, которую по условиям решаемой задачи невозможно или нежелательно изменить».

В качестве примера рассмотрим состав КС при решении задач теории потенциальной помехоустойчивости и теории кодирования. В первом случае в состав КС включаются элементы, расположенные между КСсигн и ДКСигн, во втором — между КСообщ и ДКСобщ (см. рис. 1.2). В литературе эти каналы часто называют соответственно непрерывным и дискретным.

Любой КС состоит из линии связи (ЛС) и оконечных канальных устройств (ОКУ) (рис. 2.1). ЛС представляет собой тракт для распространения сигналов, соединяющий пространственно разнесенные точки расположения передающей и приемной частей системы связи. Видов ЛС существует бесчисленное множество. Эти виды можно разделить на две большие группы — естественные и искусственные.

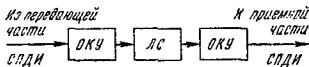


Рис. 2.1

Естественные ЛС — это физическая среда между передающей и приемной частями системы связи. Примером естественных ЛС являются радиолинии, акустические, гидроакустические, световые. Согласно установившейся традиции в названии естественных ЛС

часто указывается не только характер среды, но и некоторые особенности механизма распространения. Например, метеорные, ионосферные, тропосферные и т. д.

Искусственная ЛС — это созданный человеком тракт для передачи сигналов. К числу наиболее распространенных искусственных ЛС относятся проводные, которые, в свою очередь, делятся на воздушные и кабельные. Известны также такие искусственные ЛС, как волноводные и линии поверхностной волны.

Кроме того, существуют ЛС смешанного типа, состоящие из отдельных участков ЛС: искусственных и естественных.

Для значительного количества современных ЛС характерно разбиение на отрезки, между которыми помещается ретрансляционная аппаратура, осуществляющая ту или иную обработку сигнала и передачу его к следующему ретранслятору. Сюда относятся все виды радиорелейных и проводных линий дальней связи.

Оконечные канальные устройства служат для согласования ЛС с остальной частью СПДИ. Состав ОКУ зависит от типа ЛС и принятого варианта состава КС. Так, при дискретном КС в состав ОКУ включаются КСигн и ДКСигн. При непрерывном КС в состав ОКУ включаются лишь элементы на стыке между КСигн (ДКСигн) и ЛС. Следует учитывать, особенно при проведении конкретно-прикладных исследований, что современные многоканальные ЛС содержат ОКУ в качестве своей неотъемлемой составной части, причем характеристики их стандартизованы.

При прохождении по КС сигнал претерпевает некоторые изменения. Они проявляются в изменениях масштаба, временного положения и формы сигнала. В общем случае характер и величина изменений сигнала зависят от времени (при прочих неизменных условиях). Во многих случаях, однако, зависимость от времени либо невелика, либо не оказывает заметного влияния на ту или иную характеристику СПДИ (например, помехоустойчивость), так что ею можно пренебречь. По этому признаку каналы разделяются на два класса: каналы с переменными и постоянными параметрами<sup>1)</sup>.

На выходе КС (на входе приемной части СПДИ), помимо сигнала, действуют также аддитивные помехи. Они возникают как в самом канале, так и во входных цепях приемника, а также поступают извне. Однако принято считать, что все они поступают в канал извне и являются одним из параметров канала.

В самом общем виде модель КС может быть представлена структурной схемой, показанной на рис. 2.2, где ЭК — эквивалентный КС (в общем случае — нелинейный четырехполюсник);  $\xi(t)$  — аддитивные помехи. Такая модель, однако, неудобна по той причи-

---

<sup>1)</sup> Впрочем, каналы с постоянными параметрами можно рассматривать также как частный случай каналов с переменными параметрами. Точка зрения зависит от вида решаемой задачи.

не, что математическое описание ЭК получается сложным, поскольку все разнообразные свойства КС сосредоточены в одном элементе структурной схемы. С этой точки зрения целесообразно представлять модель КС в виде цепочки звеньев, каждое из которых отображает тот или иной вид изменений сигнала при прохождении его через КС. Этот принцип используется дальше при рассмотрении различных КС.

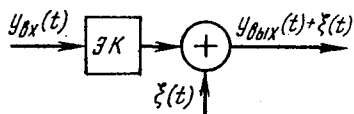


Рис. 2.2

## 2.2. КАНАЛЫ С ПОСТОЯННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Модель КС с постоянными параметрами представлена на рис. 2.3а, где линейный фильтр ( $\Phi$ ) и безынерционный нелинейный элемент (НЭ) осуществляют изменение формы сигнала соответ-

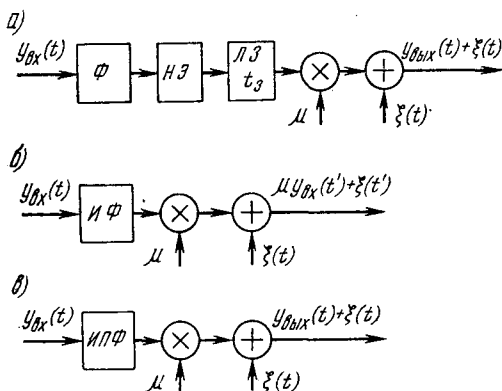


Рис. 2.3

венно за счет линейных и нелинейных искажений; неискажающая линия задержки (ЛЗ) — задержку сигнала (на время  $t_3 = t_p$ ); переменное устройство — изменение масштаба сигнала в  $\mu$  раз и суммирующее устройство — введение в КС аддитивной помехи  $\xi(t)$ . Параметры каждого из этих элементов модели КС не зависят от времени.

Строго говоря, КС с постоянными параметрами не существует. Однако имеются КС, где изменения параметров невелики, так что в первом приближении ими можно пренебречь. В некоторых случаях к КС с постоянными параметрами можно отнести и КС с существенными изменениями параметров, если только эти изменения достаточно медленны, так что за время, соизмеримое с длительностью сеанса связи, ими можно пренебречь. Следует учитывать также, что изменения различных параметров КС неодинаково влияют на характеристики СПДИ, например, помехоустойчивость. Если же параметры, существенно влияющие на помехоустойчивость, изменяются мало, то можно такой канал считать каналом с постоянными параметрами. Пример — канал с флуктуирующей фазой сигнала при некогерентном приеме, когда причиной флуктуаций фазы являются флуктуации времени задержки сигнала ( $t_3$ ). Имеется в виду, что амплитуда флуктуаций  $t_3$  достаточно мала для того, чтобы можно было пренебречь изменениями

огибающей но в то же время достаточно велика для того, чтобы изменения фазы сигнала перекрывали диапазон  $\pm\pi$ .

Линейные и нелинейные искажения могут быть скомпенсированы, если на выходе КС включить линейный фильтр и нелинейный элемент с соответствующими характеристиками. Задержку сигнала скомпенсировать принципиально невозможно, однако всегда можно изменить начало отсчета времени, введя новое время  $t' = t - t_3$ .

Уменьшение масштаба сигнала в  $\mu$  раз, в принципе, тоже можно скомпенсировать, введя на выходе КС соответствующий усилитель. Однако характеристики СПДИ, например помехоустойчивость, определяются не масштабом сигнала, а отношением мощностей сигнала и помехи. Изменить же это отношение таким образом невозможно.

С учетом изложенного модель КС можно представить в виде, показанном на рис. 2.3б, где ИФ — идеальный (неискажающий) фильтр, амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики (АЧХ и ФЧХ) которого удовлетворяют условиям [81]:

$$\left. \begin{aligned} |K(i\omega)| &= 1 \\ \varphi(\omega) &= -\omega d \end{aligned} \right\}, \quad 0 \leq \omega \leq \infty, \quad (2.1)$$

где  $d = \text{const} > 0$  — тангенс угла наклона ФЧХ<sup>1)</sup> к оси  $\omega$ .

Здесь и в дальнейшем изложении АЧХ представляется в виде нормированной функции.

Практически, конечно, не требуется строго идеальной компенсации, так что возможность применения такой простейшей модели к реальным КС должна оцениваться, исходя из условий решаемой задачи. Во многих случаях такая модель оказывается приемлемой. Например, большинство задач теории потенциальной помехоустойчивости для КС с постоянными параметрами решены именно для такой модели.

Компенсация линейных и нелинейных искажений сигнала является достаточно сложной технической проблемой, особенно если эти искажения велики. Правда, в современных КС степень нелинейных искажений жестко нормируется на достаточно низком уровне, так что даже без компенсации этим видом искажений сигнала можно пренебречь. Что же касается линейных искажений, то более реалистично представить линейный фильтр в модели КС не в виде ИФ, а в виде фильтра с неравномерной АЧХ и нелинейной ФЧХ. Обычно АЧХ и ФЧХ реальных КС имеют сложный вид, так что следует прибегать к какой-нибудь подходящей аппроксимации. Широко применяемой аппроксимацией является идеальный полосовой

---

<sup>1)</sup> Обычно в литературе ФЧХ изображается в виде растущей функции  $\omega$ . На самом деле ФЧХ в полосе пропускания имеет отрицательную производную по  $\omega$  [26], т. е. ФЧХ следует изображать в виде убывающей функции  $\omega$ , что и сделано в (2.1). Хотя отмеченная неточность, как правило, не приводит к ошибкам, все же лучше ее избегать.

фильтр (ИПФ), АЧХ и ФЧХ которого описываются выражениями:

$$|K(i\omega)| = \begin{cases} 1, & \omega_H \leq \omega \leq \omega_B \\ 0, & \omega < \omega_H, \omega > \omega_B \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -\omega d + \varphi(\omega_{ц}), & \omega_H \leq \omega \leq \omega_B \\ \text{произвольная} & \omega < \omega_H, \omega > \omega_B \\ \text{функция} & \end{cases}$$

где  $\omega_H$  и  $\omega_B$  — соответственно круговые частоты нижнего и верхнего срезов ИПФ;

$$\omega_{ц} = \frac{\omega_B + \omega_H}{2}. \quad (2.3)$$

Модель КС при такой аппроксимации показана на рис. 2.3в, а АЧХ и ФЧХ ИПФ — на рис. 2.4а.

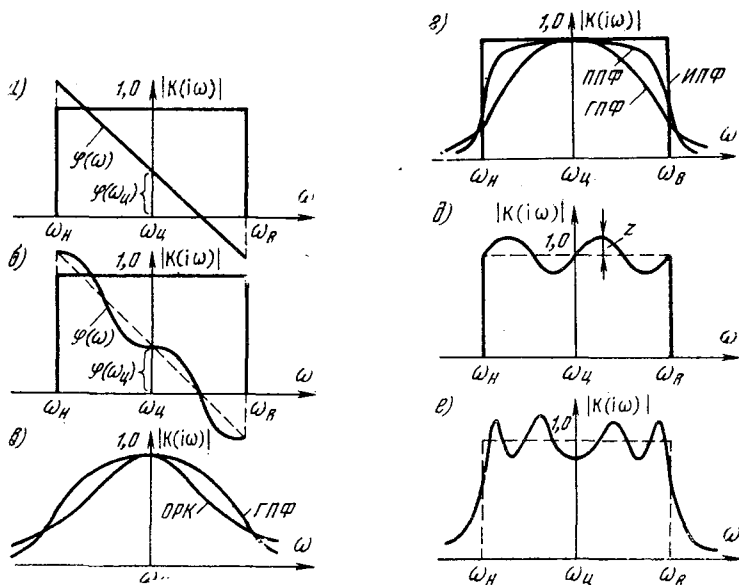


Рис. 2.4

Аппроксимация КС в виде ИПФ имеет свои достоинства и недостатки. К числу достоинств относятся:

— простое и наглядное графическое представление АЧХ и ФЧХ;

— простота аналитического выражения для АЧХ и ФЧХ;

— четкое и однозначное разграничение полос «пропускания» и «непропускания»;

— разработанная методика анализа прохождения сигнала и помех через ИПФ, причем результаты, как правило, получаются в виде, пригодном для инженерных расчетов.

К недостаткам аппроксимации в виде ИПФ следует отнести:  
 — физическую нереализуемость ИПФ;  
 — отсутствие в формулах для АЧХ и ФЧХ каких-либо параметров, с помощью которых можно было бы изменять АЧХ и (или) ФЧХ для изучения влияния этих изменений на помехоустойчивость и другие характеристики СПДИ<sup>1)</sup>.

Недостатки, как видно, не столь существенны и во многих случаях перекрываются отмеченными достоинствами.

Более точное отображение реальной ФЧХ дает ее аппроксимация в виде нелинейной функции  $\omega$ . Различные виды нелинейности ФЧХ исследованы, например, в [4, 36, 86, 149, 214, 215]. Как указывается в [86, 149], в КС, содержащем фазовые корректоры, хорошей аппроксимацией ФЧХ является линейная функция  $\omega$ , на которую наложена гармоническая компонента. Аналитически такая ФЧХ определяется уравнением вида

$$\varphi(\omega) = -\omega d + \varphi(\omega_n) + b \sin c \frac{\omega - \omega_n}{\omega_b - \omega_n}, \quad (2.4)$$

где  $b \geq 0$ ;  $c = 2\pi l$ ;  $l \geq 0$ .

Пример такой аппроксимации ФЧХ при  $l=2$  показан на рис. 2.4б (АЧХ такая же, как для ИПФ).

Обычно на амплитуду гармонической компоненты ФЧХ ограничений сверху не накладывает. Можно показать, однако, что такое ограничение существует. Оно возникает из-за того, что ФЧХ в полосе пропускания имеет отрицательную производную по  $\omega$  [26]. Исследуя с учетом этого положения уравнение (2.4), получим

$$0 \leq b \leq \frac{d}{c} (\omega_b - \omega_n). \quad (2.5)$$

Представление ФЧХ в виде (2.4) с учетом (2.5) позволяет изучить влияние отклонений ФЧХ от линейности на различные характеристики СПДИ, в частности, на ее помехоустойчивость. Примером таких исследований являются работы [36, 86, 105, 149, 214]. Общий вывод состоит в том, что по мере увеличения степени нелинейности ФЧХ помехоустойчивость ухудшается.

Аналогично для изучения влияния отклонений АЧХ от идеализированной прямоугольной формы следует применить ту или иную аппроксимацию. Выбор подходящей аппроксимирующей функции зависит как от действительной АЧХ изучаемого КС, так и от вида решаемой задачи. Как и для ФЧХ, возможна аппроксимация монотонными и колебательными функциями от  $\omega$ . При аппроксимации монотонными функциями можно, например, представить

<sup>1)</sup> Это не совсем справедливо по отношению к ФЧХ, поскольку уравнение ФЧХ, как видно из (2.2), содержит параметры  $d$  и  $\varphi(\omega_n)$ . Однако этого недостаточно для изучения встречающихся на практике отклонений ФЧХ от вида (2.2), поскольку при любом значении  $\varphi(\omega_n)$  и  $d$  ФЧХ остается линейной функцией  $\omega$ .

АЧХ в виде полосового фильтра, описываемого гауссовой кривой (ГПФ)

$$|K(i\omega)| = \exp(-a\Delta\omega)^2, \quad (2.6)$$

где  $\Delta\omega = \omega - \omega_{ц}$ ;  $\omega_{ц}$  — резонансная (центральная) частота, при которой значение АЧХ максимально;  $a$  — произвольное действительное число. Такая аппроксимация применена в [75, 76].

Другой пример — аппроксимация АЧХ уравнением кривой одиночного резонансного контура (ОРК)

$$|K(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(\omega/\omega_{ц} - \omega_{ц}/\omega)^2}}, \quad (2.7)$$

где  $Q \gg 1$  — добротность колебательного контура.

Графики ГПФ и ОРК показаны на рис. 2.4в.

Удобным приемом для излучения влияния вида АЧХ на характеристики СПДИ является аппроксимация АЧХ подходящим семейством функций, зависящих от параметров. В качестве примера рассмотрим семейство функций, крайними членами которого являются ГПФ и ИПФ. Графики этого семейства представлены на рис. 2.4г, где одна из АЧХ, промежуточных между ГПФ и ИПФ, обозначена ППФ (промежуточный полосовой фильтр). Для нахождения этого семейства примем в качестве исходной функции ур-ние (2.6), определяющее ГПФ. Произведем некоторые преобразования этого уравнения, для чего вычислим эффективную ширину полосы пропускания ГПФ по формуле

$$\Delta\omega_{эф} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} |K(i\omega)|^2 d\omega.$$

Подставляя сюда значение  $|K(i\omega)|$  из (2.6), получим

$$\Delta\omega_{эф} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} (1/a), \quad (2.8)$$

откуда

$$a = \frac{\sqrt{\pi}}{\Delta\omega_{эф} \sqrt{2}}. \quad (2.9)$$

Подставляя полученное значение  $a$  из (2.9) в (2.6) и обозначая  $x = \frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{эф}}$ , получим уравнение ГПФ в форме

$$K(x) = \exp\left(-\frac{\pi}{2} x^2\right). \quad (2.10)$$

Будем искать семейство функций, исходя из (2.10), в виде

$$K(x) = \exp\left[-\frac{\pi}{2} x^2 \gamma(x)\right], \quad (2.11)$$

где  $\gamma(x)$  — пока неизвестная функция  $x$ , принимающая значение

$\gamma(x)=1$  для ГПФ. Чтобы найти значение  $\gamma(x)$  для ИПФ, запишем уравнение ИПФ в тех же координатах, что и (2.10):

$$K(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 0,5 \\ 0, & |x| > 0,5 \end{cases}. \quad (2.12)$$

Легко видеть, что для ИПФ

$$\gamma(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq 0,5 \\ \infty, & |x| > 0,5 \end{cases}. \quad (2.13)$$

Графики  $\gamma(x)$  для ГПФ и ИПФ показаны на рис. 2.5. Там же пунктиром показано несколько кривых для семейства функций  $\gamma(x)$  для ППФ, построенных на основе свойств  $\gamma(x)=\gamma(-x)$  и  $\gamma(x=0)=0$ . Для более определенно-го выбора  $\gamma(x)$  следует наложить на искомое семейство функций некоторые дополнительные ограничения. Естественным ограничением является требование, чтобы эффективные полосы пропускания для всех членов семейства были равными. Легко определить из (2.12), что для ИПФ

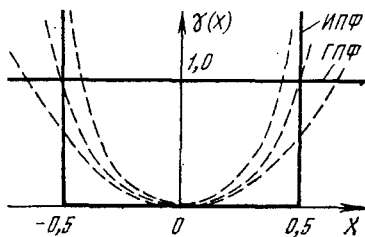


Рис. 2.5

$$\Delta x_{эф} = 1. \quad (2.14)$$

Следовательно, с учетом (2.11) и (2.14) получим

$$\Delta x_{эф} = 2 \int_0^{\infty} \exp[-\pi x^2 \gamma(x)] dx = 1. \quad (2.15)$$

Уравнение (2.15) тоже не позволяет определить функцию  $\gamma(x)$  однозначно. Однако с его помощью можно контролировать допустимость выбора того или иного вида этой функции.

Выберем, например,

$$\gamma(x) = (2x)^{2n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.16)$$

что соответствует уравнению четной параболы  $n$ -го порядка.

Подставляя значение  $\gamma(x)$  из (2.16) в (2.11), получим

$$K(x) = \exp\left[-\frac{\pi}{2} x^2 (2x)^{2n}\right], \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.17)$$

Легко видеть, что для ГПФ  $n=0$ , для ИПФ  $n=\infty$ , а для ППФ  $0 < n < \infty$ . Величина  $n$ , таким образом, есть не что иное, как параметр искомого семейства функций, изменяя который от 0 до  $\infty$ , можно пробежать все семейство от ГПФ до ИПФ.

Выясним, удовлетворяет ли функция (2.16) условию (2.15). Для этого вычислим  $\Delta x_{эф}$  по (2.15). Получим  $\Delta x_{эф} =$

$$= 2 \int_0^{\infty} \exp[-\pi x^2 (2x)^{2n}] dx.$$



Воспользовавшись подстановкой  $2x=y$ , приведем выражение  $\Delta x_{эф}$  к виду  $\Delta x_{эф} = \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{\pi}{4} y^{2(1+n)}\right] dy$ . Применяв еще раз подстановку  $y^{2(1+n)}=z^2$ , получим

$$\Delta x_{эф} = \frac{1}{1+n} \int_0^{\infty} z^{-\frac{n}{1+n}} \exp\left(-\frac{\pi}{4} z^2\right) dz.$$

Интеграл такого типа имеется в [32], ф-ла (860.17). Воспользовавшись ею, получим  $\Delta x_{эф} = \frac{\Gamma[1/2(1+n)]}{2(1+n) \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right)^{\frac{1}{1+n}}}$ .

$$\Delta x_{эф} = \frac{\Gamma[(2n+3)/2(n+1)]}{(0,88623)^{\frac{1}{1+n}}}.$$

После некоторых дополнительных преобразований приведем выражение для  $\Delta x_{эф}$  к окончательному виду:

$$\Delta x_{эф} = \frac{\Gamma[(2n+3)/2(n+1)]}{(0,88623)^{\frac{1}{1+n}}}.$$

Расчет зависимости  $\Delta x_{эф}=f(n)$  по этой формуле показал, что максимально возможное отклонение  $\Delta x_{эф}$  от 1 составляет 4,8% (некоторые цифры приведены в табл. 2.1). Следовательно, можно считать, что практически выбор функции  $\gamma(x)=(2x)^{2n}$ ,  $n=0, 1, 2, \dots$  удовлетворяет условию (2.15).

Таблица 2.1

$n$	0	1	2	5	10	100	$\infty$
$\Delta x_{эф}$	1,0	0,952	0,963	0,975	0,985	$\approx 1$	1,0

При аппроксимации АЧХ колебательными функциями удобна гармоническая аппроксимация [36], так что АЧХ представляется выражением

$$|K(i\omega)| = \begin{cases} 1 + z \cos \omega p, & \omega_n \leq \omega \leq \omega_b \\ 0, & \omega < \omega_n, \omega > \omega_b \end{cases}, \quad (2.18)$$

где  $1 \geq z \geq 0$ ;  $p = \frac{2\pi l}{\omega_b - \omega_n}$ ;  $l \geq 0$ .

Еще большее приближение к АЧХ реальных КС дает аппроксимация полиномами Чебышева [2, 11]. Примеры обоих видов аппроксимации АЧХ колебательными функциями показаны на рис. 2.4д и е. Возможна также аппроксимация АЧХ отрезками кривых различной формы (косинусоид, парабол, прямых и т. д.).

Интересная идея аппроксимации частотных характеристик полосовых фильтров (ПФ) изложена в [4]. Она состоит в том, что

ПФ с произвольными АЧХ и ФЧХ заменяются двумя ПФ (или четырьмя ФНЧ) с идеальными (линейными) ФЧХ и эквивалентными АЧХ. Преимущество этого метода состоит в том, что анализ прохождения сигналов через ПФ заметно упрощается.

Вопросам прохождения сигналов через линейные системы посвящена весьма обширная литература. Наиболее полный обзор ее дается в [4]. Из других книг по этому вопросу следует отметить [45], где изложен инженерный метод расчета переходных процессов, сочетающих простоту и точность.

Расчет искажений сигнала представляет достаточно громоздкую задачу, поэтому необходимы дальнейшие исследования по упрощению методики расчета хотя бы для некоторых важных частных случаев.

Критерием допустимости тех или иных отклонений АЧХ и ФЧХ КС от идеальных является степень ухудшения помехоустойчивости. Работы по вопросу о влиянии вида АЧХ и ФЧХ КС на помехоустойчивость пока немногочисленны и сводятся, главным образом, к [75, 76, 86, 105, 136, 149, 180, 194, 201, 204, 209, 210, 216].

Выше предполагалось, что КС является изолированным в том смысле, что его взаимовлияние с другими системами связи не учитывалось. Хотя такое предположение в некоторых случаях вполне допустимо, оно не позволяет даже сформулировать задачу об определении степени взаимовлияния данного канала (системы) связи с другими. Для постановки такой задачи необходимо разделить общий фильтр модели КС

(рис. 2.3) на две части — передающую ( $\Phi_{\text{прд}}$ ) и приемную ( $\Phi_{\text{прм}}$ ). Воздействие данной системы на другие будет теперь определяться характеристиками фильтра  $\Phi_{\text{прд}}$ , а воздействие других систем на данную — характеристиками фильтра  $\Phi_{\text{прм}}$ . Для пояснения сказанного на рис. 2.6 представлен случай взаимовлияния двух КС.

Влияние первого канала на второй характеризуется членом  $\xi_{12}(t)$ , а второго на первый —  $\xi_{21}(t)$ .

Определение рациональных, а тем более оптимальных АЧХ и ФЧХ фильтров с учетом даже такой простейшей модели взаимовлияния, как на рис. 2.6, является достаточно сложной задачей. Эта задача еще более усложняется, если число взаимовлияющих каналов увеличивается, как, например, в многоканальных системах. Примером исследования влияния характеристик  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$  на помехоустойчивость является работа [38].

Другой причиной взаимовлияний между КС является нелинейность их амплитудных характеристик. Если при рассмотрении изолированного КС нелинейность в большинстве случаев можно пре-

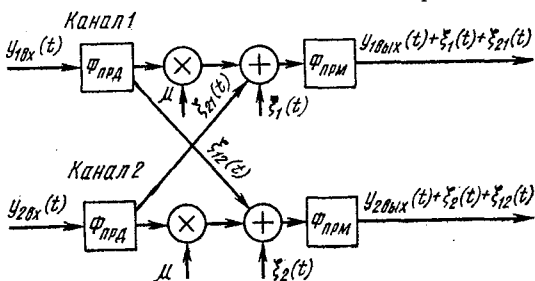


Рис. 2.6

небрежь, то при рассмотрении взаимовлияния такое допущение часто оказывается слишком грубым.

В настоящее время задача расчета взаимовлияний решается лишь при весьма сильных упрощениях. Методика таких расчетов изложена, например, в [12, 14], где имеется также библиография.

В заключение параграфа отметим, что к числу каналов с постоянными параметрами относятся такие широко распространенные каналы, как проводные и кабельные, многие радиоканалы в диапазоне укв в пределах прямой видимости, радиоканалы в диапазоне длинных и сверхдлинных волн, радиоканалы с ретрансляцией через ИСЗ, перспективные волноводные и световодные каналы. Последнее справедливо только в том случае, если метод передачи и приема сигнала нечувствителен к медленным изменениям фазы сигнала. Примеры — некогерентный прием сигналов с прямыми видами модуляции, передача и прием относительными видами модуляции. Имеется также в виду, что длительность сеанса связи много меньше квазипериода медленных замираний.

### 2.3. КАНАЛЫ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Если хотя бы один параметр КС, оказывающий существенное влияние на помехоустойчивость СПДИ, зависит от времени, то такой канал относится к числу КС с переменными параметрами.

Для превращения модели КС с постоянными параметрами в модель КС с переменными параметрами достаточно ввести «блок переменных параметров» (БПП), как показано на рис. 2.7. В наибо-

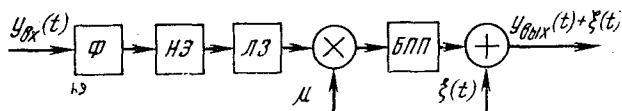


Рис. 2.7

лее общем виде БПП характеризуется случайной импульсной реакцией <sup>1)</sup>  $g(t, \tau)$  [161]. Для упрощения анализа модели обычно на БПП налагаются некоторые ограничения. Так, из условий физической осуществимости следует, что любая реализация  $g(t, \tau)$  удовлетворяет условию

$$g(t, \tau) = 0, \tau < 0. \quad (2.19)$$

Другое условие состоит в том, что  $g(t, \tau)$ , рассматриваемая как функция  $t$  (при  $\tau = \text{const}$ ), является стационарным случайным процессом <sup>2)</sup>. Еще одно ограничение сводится к ограничению памяти

<sup>1)</sup> Под импульсной реакцией  $g(t, \tau)$  здесь понимается отклик на выходе в момент времени  $t$  при условии, что на вход в момент времени  $t - \tau$  подан единичный импульс (дельта-функция).

<sup>2)</sup> Вообще функцию  $g(t, \tau)$  можно считать стационарным случайным процессом лишь на ограниченном интервале времени, по терминологии [59] — локально-стационарным случайным процессом.

БПП. Это означает, что импульсная реакция БПП становится пренебрежимо малой при  $\tau \geq \tau_{\text{пр}}$ , т. е.  $g(t, \tau_{\text{пр}}) \approx 0$ ,  $0 \leq \tau_{\text{пр}} < \infty$ .

Как утверждается в [161], эти ограничения выполняются для всех реально используемых КС. С их учетом в [161] построены различные модели БПП, наиболее общие из которых воспроизводятся на рис. 2.8а и б. Обе эти модели отражают один и тот же КС. Какая из моделей удобнее для анализа — зависит главным образом от вида сигнала. В то же время в [161] подчеркивается, что физическая сущность прохождения сигнала в КС может быть весьма мало похожей на каждую из этих моделей.

Сложность моделей, представленных на рис. 2.8а и б, зависит от количества ветвей, которые, в свою очередь, определяется шириной полосы частот, пропускаемых КС.

Поскольку полоса пропускания для данного вида АЧХ определяется произвольно, а модель получается тем более точной, чем шире выбрана полоса пропускания, то возникает противоречие между точностью модели и ее сложностью. Оно полностью исчезает, если принять, что КС имеет АЧХ, соответствующую ИПФ, поскольку в этом случае полоса пропускания определяется однозначно. Можно также сделать вывод, что указанное противоречие ослабляется по мере увеличения коэффициента прямоугольности АЧХ КС [59, 67].

Основной причиной изменения параметров КС является многолучевое (многопутное) распространение сигнала, приводящее к интерференции сигналов, пришедших по различным путям. Время распространения (запаздывания) и коэффициент передачи по каждому лучу являются случайными функциями времени. Этот механизм хорошо отображается моделью рис. 2.8б, где  $\tau_{zi}(t)$  и  $\mu_i(t)$  —

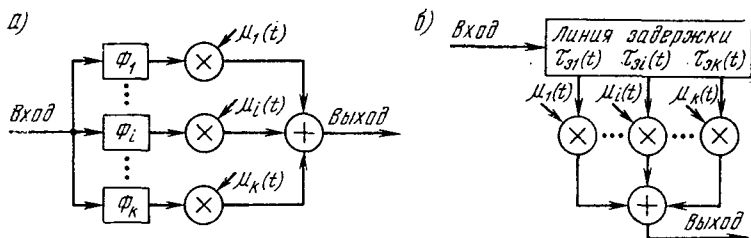


Рис. 2.8

соответственно время запаздывания сигнала и коэффициент передачи по  $i$ -му лучу. Классификация каналов с переменными параметрами проводится по статистическим свойствам случайных процессов  $\tau_{zi}(t)$  и  $\mu_i(t)$ .

Каналы с внутрисимвольной и междусимвольной интерференцией. К таким каналам относятся каналы, для которых максимальная разность времени распространения от

<sup>1)</sup> Здесь и далее учитываются только лучи, по которым передается энергия сигнала, соизмеримая с энергией, переносимой лучом максимальной интенсивности.

дельных лучей<sup>1)</sup> ( $\Delta\tau_{з. макс}$ ) много меньше длительности элементарного сигнала ( $\tau$ ), т. е.  $\Delta\tau_{з. макс} \ll \tau$ . Если же  $\Delta\tau_{з. макс}$  соизмеримо или больше  $\tau$ , т. е.

$$\Delta\tau_{з. макс} \approx \tau,$$

то такие каналы относятся к каналам с междусимвольной интерференцией.

Каналы с медленными и быстрыми замираниями. Разделение каналов по этому признаку производится на основании сопоставления квазипериода замирания ( $\tau_{зам}$ ) с длительностью элементарного сигнала: если  $\tau_{зам} \gg \tau$ , то замирания называются медленными; если же  $\tau_{зам} \approx \tau$ , то — быстрыми. Вместо терминов «медленные» и «быстрые» употребляются также термины «гладкие во времени» и «селективные во времени».

Нетрудно заметить, что деление замираний на медленные и быстрые является достаточно грубым. Можно, конечно, ввести и большее число градаций. В некоторых случаях так и поступают, выделяя отдельно «сверхбыстрые» замирания, когда [59]  $\tau_{зам} < \tau$ , и «замирания с нулевой скоростью», когда [161]  $\tau/\tau_{зам} \rightarrow 0$ .

Каналы с общими и селективными замираниями. Характеризуются тем, что все частотные компоненты сигнала флуктуируют по одному и тому же случайному закону. Если это условие не выполняется, то говорят о канале с селективными замираниями. Конечно, каналов с общими замираниями в строгом смысле этого понятия не существует, к ним относят каналы, где селективность проявляется незначительно.

Реальные КС характеризуются различными сочетаниями вышеперечисленных свойств, как показано в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Скорость замираний	Частотные свойства замираний	Вид интерференции
Медленные	Общие	Внутрисимвольная
»	Селективные	»
»	Общие	Междусимвольная
»	Селективные	»
Быстрые	Общие	Внутрисимвольная
»	Селективные	»
»	Общие	Междусимвольная
»	Селективные	»

Необходимо подчеркнуть, что отнесение КС к одному из вариантов сочетаний, приведенных в табл. 2.2, определяется не только свойствами самого КС, но и видом передаваемых сигналов и способом приема. Действительно, отнесение КС к той или иной категории по данному классификационному признаку зависит от соотношения между длительностью элементарного сигнала и соответст-

вующим временным параметром КС (максимальной разностью времени распространения лучей — при делении на каналы с внутри-междусимвольной интерференцией; квазипериодом замираний — при делении на каналы с медленными и быстрыми замираниями). При делении на каналы с общими и селективными замираниями длительность элементарного сигнала также играет решающую роль, поскольку она определяет ширину спектра элементарного сигнала. Влияние же способа приема проявляется в следующем. Во-первых, само понятие элементарного сигнала зависит от способа приема (поэлементного или приема в целом). Во-вторых, способ приема (когерентный или некогерентный, оптимальный или неоптимальный) влияет на то, какие из флуктуирующих параметров сигнала оказывают существенное влияние на помехоустойчивость.

Кроме приведенной выше классификации, в литературе встречаются и другие. Так, для каналов с частотнозависимыми параметрами предложено деление на каналы I и II рода в зависимости от величины произведения ширины энергетического спектра замираний ( $\Delta\Omega_{\text{зам}}$ ) на длительность памяти канала ( $\tau_{\text{пр}}$ ), а именно: условию  $\Delta\Omega_{\text{зам}} \tau_{\text{пр}} < 2\pi$  соответствуют каналы I рода, а все прочие — каналы II рода [161]. Там же приведено шесть типичных вариантов каналов I и II рода, а также показано, что используемые в настоящее время каналы являются каналами I рода.

Более подробные сведения по указанным вопросам имеются в [59, 67, 160, 161]. Там же приведена обширная библиография.

Для определения влияния замираний сигнала на помехоустойчивость необходимо знание статистических характеристик параметров сигнала на выходе КС. Их можно получить как теоретически, так и экспериментально. Так, в [161] рассмотрены два примера, приводящие к релеевской и обобщенно-релеевской функции распределения коэффициента передачи. В [59] получен более общий вид функции распределения, названный четырехпараметрическим (поскольку эта функция содержит четыре параметра), из которого можно получить ряд частных случаев, в том числе релеевскую и обобщенно-релеевскую функции распределения. В [59] проведен также сравнительный анализ полученного четырехпараметрического распределения с ранее исследованным в литературе  $m$ -распределением и показано, что хотя  $m$ -распределение во многих случаях удовлетворительно аппроксимирует четырехпараметрическое, все же в некоторых случаях расхождения могут быть существенными. Кроме того,  $m$ -распределение принципиально не может воспроизвести тонкую структуру четырехпараметрического распределения, в частности, возможность бимодального распределения. Преимущество  $m$ -распределения перед четырехпараметрическим состоит в его большей математической простоте [59].

В настоящее время накоплен значительный опыт по экспериментальным измерениям функций распределения в реальных КС. По данным [59], опирающимся на многочисленные литературные источники, в (60÷70)% (а по некоторым данным даже 90%) каналов, использующих механизм отражения от ионосферы (тропосфе-

ры), амплитуда сигналов распределена по обобщенно-релеевскому закону (включая и чисто релеевский закон). Примерно в 20% каналов обнаружены замирания более глубокие, чем релеевские (под-релеевские).

В [161] приведены следующие данные о функциях распределения амплитуды сигнала в различных каналах: в диапазонах средних и коротких волн релеевские и обобщенно-релеевские замирания встречаются одинаково часто; в диапазоне укв при дальнем ионосферном и тропосферном распространении замирания чаще всего подчиняются релеевскому закону, а при ближнем — обобщенно-релеевскому с резко выраженной регулярной составляющей. Обширные данные о статистических характеристиках замираний в каналах с дальним тропосферным распространением на укв приведены в [31].

На основании приведенных данных можно сделать вывод о том, что аппроксимация функции распределения амплитуды сигнала на выходе КС с переменными параметрами обобщенно-релеевским законом охватывает весьма значительную часть современных КС. Во то же время эта функция достаточно проста в математическом смысле, особенно по сравнению с общим случаем четырехпараметрического распределения и даже аппроксимирующего его  $m$ -распределения.

Нельзя, однако, не отметить важность исследования КС с переменными параметрами, характеризующимися более глубокими замираниями, чем релеевские, а именно, каналов с подрелеевским и усеченно-нормальным распределением [59]. Во-первых, такие КС характеризуются весьма низкой (при прочих равных условиях) помехоустойчивостью и, во-вторых, встречаются на практике не столь редко [31, 59].

Кроме замираний интерференционного характера, в реальных КС наблюдаются также медленные замирания, обусловленные, например, изменением физических констант среды распространения. Квазипериод таких замираний, называемых абсорбиционными [161], измеряется часами, сутками, месяцами и даже годами. По данным [31, 59, 161] эти замирания обычно хорошо аппроксимируются нормально-логарифмическим законом.

Следует подчеркнуть различие в характере использования функций распределения, описывающих замирания интерференционного и неинтерференционного происхождения. В первом случае они используются для определения среднего значения помехоустойчивости на интервале локальной стационарности, а во втором — для определения надежности связи по помехоустойчивости [59]. Эта надежность, аналогично аппаратурной надежности, может определяться, например, процентом общего времени, в течение которого помехоустойчивость не падает ниже некоторого заданного уровня.

В некоторых КС наблюдаются специфические «замирания», проявляющиеся в кратковременных, но весьма резких уменьшениях коэффициента передачи вплоть до полного «обрыва» канала. Теоретически такие «замирания» должны наблюдаться в любых каналах, поскольку они обязаны своим происхождением несовершенст-

ву контактных соединений (штепсельных разъемов, паяк и т. п.), вмешательству обслуживающего персонала при измерениях параметров каналов и т. д. Заметное влияние на помехоустойчивость такие «замирания» оказывают в современных каналах дальней связи, образованных на многоканальных проводных, кабельных и радиорелейных линиях [8, 16, 29, 35, 52, 117]. Такие «замирания» получили наименование кратковременных прерываний.

Статистические характеристики кратковременных прерываний изучены пока слабо. Некоторые данные имеются в работах [8, 52, 56, 117]. Наблюдается заметный разброс параметров потока кратковременных прерываний для разных КС и в разное время суток.

Интенсивность потока кратковременных прерываний увеличивается в дневное время, что связывается как с увеличением нагрузки на ЛС, так и с вмешательством обслуживающего персонала [35, 52, 56, 117, 184].

Рассмотрим параметры функций распределения, описывающих замирания в КС. В наиболее общем случае четырехпараметрического распределения эти параметры следующие:  $m_x, m_y$  — математические ожидания ортогональных компонент комплексного коэффициента передачи канала;  $\sigma_x^2, \sigma_y^2$  — дисперсии этих ортогональных компонент. Можно ввести и другую систему параметров, достоинством которой является более наглядный физический смысл [59]. Параметр

$$q^2 = \frac{m_x^2 + m_y^2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = \frac{P_{с. \text{ стац}}}{P_{с. \text{ фл}}}, \quad (2.20)$$

где  $P_{с. \text{ стац}}$  — мощность стационарной составляющей сигнала;  $P_{с. \text{ фл}}$  — мощность флуктуирующей (рассеянной) составляющей сигнала. Этот параметр, как видно из (2.20), определяет отношение мощностей стационарной и флуктуирующей компонент сигнала и может меняться от значений  $q^2=0$  (канал без стационарной составляющей) до  $q^2=\infty$  (канал с постоянными параметрами). В реальных КС обычно  $q^2 \leq 50$  [31, 59]. Параметр

$$\beta^2 = \sigma_x^2 / \sigma_y^2 \quad (2.21)$$

определяет отношение дисперсий ортогональных компонент комплексного коэффициента передачи КС и характеризует степень асимметрии КС по ортогональным компонентам. Поскольку можно так же записать  $\beta^2 = \sigma_y^2 / \sigma_x^2$ , то параметр  $\beta^2$  заключен в пределах  $0 \leq \beta^2 \leq 1$ . Параметр

$$\varphi_p = \arctg \frac{m_y}{m_x} \quad (2.22)$$

есть не что иное, как фазовый угол вектора, определяющего стационарную составляющую сигнала. Параметр  $\varphi_p$  заключен в пределах  $0 \leq \varphi_p \leq \frac{\pi}{2}$ . Параметр

$$\overline{\gamma^2} = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + m_x^2 + m_y^2 \quad (2.23)$$



определяет среднее значение коэффициента передачи КС по мощности.

Представляющее наибольший практический интерес обобщенно-релеевское распределение получается из общего четырехпараметрического распределения, если положить  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma^2$ , что соответствует симметрии КС по ортогональным компонентам ( $\beta^2=1$ ).

При  $m_x = m_y = 0$ ,  $\sigma_x^2 > 0$ ,  $\sigma_y^2 > 0$ ,  $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$ , что соответствует значениям  $q^2=0$ ,  $0 < \beta^2 < 1$ , из общего четырехпараметрического распределения получается подрелеевское. Если, кроме того,  $\sigma_x^2 = 0$  (или  $\sigma_y^2 = 0$ ), то получим усеченно-нормальное распределение — наиболее тяжелый (в смысле помехоустойчивости) случай.

## 2.4. ПОМЕХИ В КАНАЛАХ СВЯЗИ

Помехи можно разделить на две категории: мультипликативные и аддитивные. Действие мультипликативных помех проявляется в изменении параметров КС по случайному закону, а аддитивных в том, что результирующий сигнал на выходе КС равен сумме выходного сигнала и помехи:

$$y_{\text{рез}}(t) = y_{\text{вых}}(t) + \xi(t). \quad (2.24)$$

Аддитивные помехи можно разделить на три вида: флуктуационные, сосредоточенные и импульсные<sup>1)</sup>.

Конечно, можно классифицировать аддитивные помехи и по другим признакам, например, широкополосные и узкополосные, искусственные и естественные, преднамеренные и непреднамеренные и т. д. Выбор способа классификации зависит от того, с какой точки зрения и в каких целях рассматриваются помехи.

**Флуктуационные помехи.** Основной причиной помех этого вида являются флуктуации, обусловленные тепловым движением носителей заряда, а также дискретной природой электромагнитного излучения [166]. Статистические характеристики флуктуаций зависят от свойств источников этих помех. Во многих случаях флуктуационная помеха хорошо аппроксимируется нормальным распределением мгновенных значений. Это позволяет ограничиваться только двумя моментами распределения — математическим ожиданием и дисперсией (обычно математическое ожидание равно нулю). Кроме того, энергетический спектр флуктуационной помехи обычно настолько широк, что в пределах полосы пропускания КС его можно считать неизменным. На этом основании флуктуационную помеху часто аппроксимируют белым шумом, под которым понимается случайный процесс с равномерным на всех частотах энергетическим спектром (или с автокорреляционной функцией в виде

<sup>1)</sup> Применяются и другие термины, например, флуктуационная помеха иногда называется гладкой, вместо терминов «сосредоточенные» и «импульсные» употребляются термины «сосредоточенные по спектру» и «сосредоточенные по времени» помехи, иногда вместо термина «сосредоточенные по спектру» употребляется термин «станционные» (этим подчеркивается их происхождение — воздействие сигналов других радиостанций).

дельта-функции). Таким образом, наиболее часто употребляемая аппроксимация флуктуационной помехи — нормальный белый шум с нулевым средним.

Сосредоточенные помехи. Происхождение помех этого вида — воздействие сигналов других радиостанций (систем связи), а также других каналов на данный. Энергетический спектр такого рода помехи (от каждого мешающего источника) сосредоточен в относительно узкой полосе частот, соизмеримой или даже существенно меньшей полосы пропускания КС<sup>1</sup>).

В простейшем случае в КС действует сосредоточенная помеха от одного источника. Если бы такая ситуация наблюдалась в течение длительного времени, то, изучив свойства мешающего сигнала, можно было бы выработать способ защиты от его мешающего воздействия. К сожалению, такая простейшая ситуация реально почти не встречается и в КС действует постоянно изменяющаяся по случайному закону совокупность сосредоточенных помех от многих источников. Изучение статистических характеристик таких помех представляет чрезвычайно сложную задачу, поскольку они, как правило, образуют нестационарный случайный процесс, параметры которого зависят не только от времени, но и от географического района расположения системы связи, направления линии связи, диапазона частот, параметров антенной системы и т. д.

Наиболее надежным способом получения статистических характеристик сосредоточенных помех являются экспериментальные измерения. Однако полученные таким образом данные трудно экстраполировать на системы связи, работающие в других условиях. Более того, эти данные быстро стареют и для данной ситуации, если меняется насыщенность радиосредствами данного района, интенсивность их излучений, расписание сеансов связи, характер передаваемой информации и т. д.

Учитывая изложенное, часто прибегают к довольно грубым аппроксимациям сосредоточенных помех. Так, весьма распространенной является следующая модель воздействия сосредоточенных помех на КС. Большинство сосредоточенных помех имеет малую интенсивность (по сравнению с интенсивностью полезного сигнала), так что совместно они образуют шумовой фон, аналогичный флуктуационной помехе. Эта добавочная флуктуационная помеха суммируется с уже имеющейся в канале, а более мощные сосредоточенные помехи, количество которых обычно невелико, рассматриваются отдельно. Количество одновременно действующих в данном КС сосредоточенных помех, каждая из которых превосходит по интенсивности некоторый фиксированный уровень, аппроксимируется каким-либо подходящим законом с учетом результатов экспериментальных измерений, а также теоретических соображений. Так, в [160] показано, что для этих целей подходит закон Пуассона. Одна-

---

<sup>1</sup>) Сказанное справедливо для узкополосных систем связи. Если же рассматривать влияние широкополосных систем на узкополосные или друг на друга, то помеху следует считать флуктуационной [93].

ко количественное определение параметров этого закона тоже представляет трудную задачу.

Еще более простая аппроксимация состоит в том, что сосредоточенная помеха представляется в виде модулированного сигнала постоянной мощности от одного источника помех.

Более подробные сведения по этому вопросу, в том числе относительно способов борьбы с мешающим действием сосредоточенных помех, можно найти в [93, 144, 153, 160, 161] <sup>1)</sup>.

**И м п у л ь с н ы е п о м е х и.** Помехи этого вида, как и флуктуационные помехи, представляют собой последовательность импульсов со случайными амплитудой, длительностью и временем появления (а также формой). Отличие от флуктуационных помех состоит в том, что интервалы между соседними импульсами существенно больше их длительности, а длительность импульсов, в свою очередь, существенно меньше длительности элементарного сигнала. Амплитуда импульсов помехи существенно больше амплитуды сигнала <sup>2)</sup>.

Источники импульсных помех весьма разнообразны. К ним относятся атмосферные разряды и различные промышленные электроустановки (системы зажигания двигателей внутреннего сгорания, аппараты для электросварки, рентгеновские установки, линии электропередач и т. д.). Импульсные помехи образуются также при работе коммутационного оборудования в сетях связи. Это особенно характерно для каналов современных многоканальных систем дальней связи, где импульсные помехи наряду с кратковременными прерываниями являются основной причиной ошибок при передаче дискретной информации.

Адекватной статистической характеристикой импульсных помех является совместная функция распределения амплитуд, длительностей и времени появления (строго говоря, сюда следовало бы добавить также форму импульсов). К сожалению, никаких надежных сведений о характере таких функций распределения пока не имеется. Наиболее изученным является вопрос о функциях распределения амплитуд импульсных помех. Теоретические и экспериментальные аппроксимации функций распределения амплитуд импульсных помех, обусловленных атмосферными разрядами, получены в [70—73, 79, 192, 196]. Эти аппроксимации имеют различный характер. Наиболее удобной для анализа является аппроксимация в виде нормально-логарифмического закона. В [55] показано, что расхождения между нормально-логарифмической и другими вида-

---

<sup>1)</sup> Большое количество работ по указанному вопросу имеется в периодической печати, например, работы В. Ф. Комарова в журналах «Радиотехника» (№ 8, 1971; № 9, 1972), «Радиотехника и электроника» (№ 9, 1972) и А. А. Сикарева в журналах «Радиотехника» (№ 8, 1968; № 8, 1970), «Проблемы передачи информации» (вып. 4, 1971).

<sup>2)</sup> Поскольку параметры импульсной помехи являются случайными, то сопоставление их с фиксированными параметрами сигналов следует понимать в статистическом смысле, т. е. так, что существует конечная вероятность указанных соотношений.

ми аппроксимаций незначительны. Поэтому можно считать нормально-логарифмическую аппроксимацию функции распределения амплитуд импульсных помех, обусловленных атмосферными разрядами, достаточно обоснованной.

Имеются данные, например, в [54, 104], что функция распределения амплитуд импульсных помех, обусловленных промышленными электроустановками, также хорошо аппроксимируется нормально-логарифмическим законом.

Среди аппроксимаций, отличных от нормально-логарифмического закона, следует отметить приведенную в [112] аппроксимацию вида

$$p(x) = \frac{v}{2\sqrt{2}\Gamma\left(\frac{1}{v}\right)\sigma} \exp\left(-\frac{|x|^v}{2^{\frac{v}{2}}\sigma^v}\right),$$

где  $\Gamma(a)$  — гамма-функция;  $v$  и  $\sigma$  — параметры. При  $0,5 < v < 1$  эта формула хорошо аппроксимирует функцию распределения амплитуд атмосферных помех на частотах ниже 100 МГц, а при  $1 \leq v \leq 2$  — функцию распределения амплитуд импульсных помех типа ударного возбуждения контура. Близость параметра  $v$  к единице или двум показывает степень «перекрывтия» импульсов помехи: при  $v=1$  «перекрывтия» отсутствуют, а при  $v=2$  импульсы следуют столь часто, что происходит их полное «перекрывтие» и функция распределения помехи превращается в нормальную.

Функция распределения амплитуд импульсных помех, наблюдающихся в каналах современных многоканальных систем дальней связи, обычно аппроксимируется гиперболическим законом [82, 184, 189—191].

О характере функций распределения времени появления можно судить лишь по виду функций распределения ошибок, измеренных в КС, где основным источником ошибок являются импульсные помехи. Впрочем, обычно при измерениях ошибок не производится их разделение по видам помех, так что подобное суждение неизбежно будет ориентировочным. Единственное, что можно сказать достаточно определенно, это то, что импульсные помехи распределены во времени неравномерно и имеют тенденцию к группированию. Статистические характеристики распределения ошибок во времени, полученные в результате экспериментальных измерений, имеются в многочисленных работах [82, 117, 146 и др.]. На основании полученных данных в [1, 3, 24, 115, 116, 182] предложены различные модели каналов, описывающие характер группирования ошибок. Эти модели можно приближенно экстраполировать и на модели временного распределения импульсных помех. Нередко функцию распределения времени появления импульсных помех аппроксимируют законом Пуассона или даже равномерным законом [69, 195, 221], исходя из физических соображений о природе импульсных помех.

Сведений о функциях распределения длительностей импульсных помех еще меньше. Они имеются лишь в работе [217]. В [59] ука-

зывается, что обычно импульсные помехи имеют длительность в диапазоне  $10^{-5}$ — $10^{-8}$  с. В большинстве же работ импульсная помеха аппроксимируется дельта-функцией<sup>1)</sup>).

Сведения о форме импульсных помех имеются в [25], где указывается, что промышленные импульсные помехи обычно имеют огибающие приблизительно треугольной формы с различной степенью сглаживания. Часто они по форме приближаются к колокольным. В других случаях их можно аппроксимировать прямоугольником, треугольником или трапецией.

Несмотря на крайне ограниченные сведения о длительностях и форме импульсных помех, есть основания считать, что спектр импульсных помех весьма широк по сравнению со спектром сигнала. Обычно принимается, что спектр импульсных помех равномерен в пределах полосы пропускания КС, а его интенсивность пропорциональна амплитуде помехи. Разумеется, такая идеализация тем более допустима, чем меньше ширина полосы пропускания КС. В частности, подобная идеализация считается приемлемой для современных телефонных каналов. Косвенным подтверждением этому может служить, например, экспериментально установленный факт [157], что при передаче дискретной информации в нескольких частотных диапазонах, расположенных внутри телефонного канала, ошибки в подавляющем большинстве случаев происходят одновременно (полагается, что причиной их являются импульсные помехи).

Совокупность различных видов аддитивных помех. В реальных КС действуют одновременно аддитивные помехи всех видов. Конечно, удельный вес и статистические характеристики каждой из них в различных КС неодинаковы, что создает большой набор вариантов суммарных помех. Еще большее число вариантов получится, если учесть, что параметры составляющих суммарной помехи зависят от времени суток, сезона, метеорологических условий и т. д.

Следует различать два аспекта проблемы построения модели суммарных помех в реальных КС. Первый состоит в определении компонент суммарной помехи для реальных КС, второй — в разработке методики определения статистических характеристик суммарной помехи по статистическим характеристикам ее компонент.

Основным инструментом исследования компонент суммарной помехи являются экспериментальные измерения в реальных КС с последующей статистической обработкой полученных результатов. При этом необходимо обращать серьезное внимание на отработку методики измерений и правильное толкование полученных результатов, учитывая, что любой измерительный прибор (или их комплекс) подвержен воздействию не только измеряемой компоненты суммарной помехи, но и всех остальных компонент, действующих в измеряемом КС. Как альтернативу методики измерения отдель-

---

<sup>1)</sup> В книге А. С. Виницкого «Модулированные фильтры и следящий прием ЧМ сигналов», «Советское радио», 1969 (§ 6.4) предлагается термин «условная дельта-функция». Там же дается подробное объяснение ее смысла.

ных компонент суммарной помехи можно указать на методику измерения статистических характеристик суммарной помехи в целом. Вопрос о преимуществах и недостатках той или иной методики выходит за рамки настоящей работы.

При разработке методики определения статистических характеристик суммарной помехи по статистическим характеристикам ее компонент следует помнить о том, что с точки зрения практических приложений весьма важно, чтобы полученные результаты были не слишком сложными в математическом смысле. Поэтому при анализе необходимо вводить упрощающие предположения и аппроксимировать сложные математические выражения более удобными для практических применений. По-видимому, целесообразно начинать с более простых ситуаций.

Параметры, характеризующие статистику суммарной помехи и ее компонент, следует выбирать так, чтобы облегчить их экспериментальное определение в реальных КС.

Второй аспект проблемы — методика определения статистических характеристик суммарной помехи — разработан меньше. В опубликованных работах рассматриваются лишь отдельные частные случаи. Так, в [54] получена одномерная плотность вероятности амплитуды суммарной помехи, компонентами которой являются нормальный белый шум и импульсная помеха с нормально-логарифмической функцией распределения амплитуд. В [164] рассмотрен вопрос о построении модели реального комплекса помех в коротковолновом диапазоне. Модель суммарной помехи в радиоканалах рассматривалась также в [88].

Следует отметить, что создание статистической модели суммарной помехи с учетом всех ее компонент не является единственным возможным способом учета помех в реальных КС. Например, можно рассматривать прием сигнала в присутствии сосредоточенных помех на фоне всех прочих помех. Как указывается в [144], такой прием в ряде случаев упрощает анализ помехоустойчивости. В то же время упрощается построение статистической модели суммарной помехи, поскольку одна из ее компонент (сосредоточенная помеха) исключается. Особенно удобен такой прием, когда суммарная помеха состоит всего из двух компонент — флуктуационной и сосредоточенной.

В заключение следует отметить, что, хотя уже накоплен большой экспериментальный материал по помехам в реальных КС, все же его нельзя считать достаточным для уверенного описания помех во многих конкретных КС.

## **2.5. ПОМЕХИ ТИПА НОРМАЛЬНОГО БЕЛОГО ШУМА**

В реальных КС обычно действует совокупность помех различного рода и происхождения. Тем не менее в подавляющем числе работ по помехоустойчивости учитывается только флуктуационная составляющая суммарной помехи, причем она, как правило, аппроксимируется нормальным белым шумом с нулевым математическим ожиданием. Такая приверженность исследователей к этому виду по-

мех основывается на целом ряде важных факторов, наиболее существенные из которых обсуждаются ниже.

Математическое описание нормального белого шума наиболее просто по сравнению со всеми другими видами помех. Действительно, в частотной области белый шум описывается единственным параметром — спектральной плотностью мощности  $\nu_0^2$  —, который к тому же легко поддается измерениям. Во временной области белый шум описывается функцией автокорреляции, совпадающей с дельта-функцией, которая, как известно, обладает рядом ценных свойств, в частности, фильтрующим свойством [66, 156], что существенно упрощает выкладки при анализе помехоустойчивости.

Из нормальности функции распределения мгновенных значений помехи вытекает, что она полностью определяется математическим ожиданием, дисперсией и функцией автокорреляции. А поскольку математическое ожидание и функция автокорреляции нормального белого шума имеют вполне определенные значения, то остается единственным параметром — дисперсия. Для характеристики белого шума вместо дисперсии используется другой параметр — его спектральная плотность мощности  $\nu_0^2$ . Это объясняется следующим. Дисперсия случайного процесса с равномерной спектральной плотностью  $\nu_0^2$  в диапазоне частот  $\Delta f$  равна  $\sigma^2 = \nu_0^2 \Delta f$ . Если положить  $\Delta f = \text{const}$ , то  $\sigma^2$  и  $\nu_0^2$ , как параметры процесса, равноправны. В случае белого шума  $\Delta f = \infty$  и, следовательно, при  $\nu_0^2 > 0$  получим  $\sigma^2 = \infty$ , что физически невозможно. В практических приложениях устранение этого физического абсурда достигается принятием значения  $\Delta f$  конечным, но достаточно большим. Нормальный случайный процесс обладает также весьма ценным для анализа свойством инвариантности по отношению к линейным преобразованиям. Помеха типа нормального белого шума является в некотором смысле наиболее опасным видом помехи, поскольку из всех случайных процессов с одинаковыми дисперсиями случайный процесс с нормальной функцией распределения обладает наибольшей энтропией и, следовательно, в наибольшей степени снижает пропускную способность канала [60, 112, 161, 174].

Нормальный белый шум является хорошей аппроксимацией аддитивных помех во многих реальных КС. В частности, это справедливо по отношению ко многим радиоканалам в диапазоне укв, поскольку импульсные помехи атмосферного и промышленного происхождения здесь незначительны, а станционные помехи сравнительно легко устраняются выбором рабочей частоты в менее загруженных участках диапазона, применением пространственной и (или) поляризационной избирательности и т. д. Примером таких КС являются каналы космической радиосвязи и наземной радиосвязи с ретрансляцией через ИСЗ [9, 53], приобретающие сейчас все большее значение <sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Конечно, и в каналах указанных видов возможно преобладание других видов помех, например станционных, в том числе создаваемых преднамеренно.

Если суммарная помеха состоит из флуктуационной и сосредоточенной, либо флуктуационной и импульсной компонент, то можно построить ДКСигн таким образом, чтобы сосредоточенная (импульсная) компонента была существенно подавлена и помехоустойчивость определялась практически только флуктуационной компонентой [161]. Реально можно добиться подавления сосредоточенных (импульсных) помех в несколько тысяч раз по мощности. Правда, при этом ДКСигн становится неоптимальным по отношению к флуктуационной помехе, однако, в первом приближении этим можно пренебречь либо учесть некоторым увеличением спектральной плотности мощности флуктуационной помехи.

Сложнее обстоит дело при одновременном воздействии всех трех видов помех. Задача оптимизации ДКСигн для этого случая пока не решена [161]. Тем не менее применяемые на практике компромиссные решения дают во многих случаях существенное подавление сосредоточенных и импульсных помех, так что помехоустойчивость тоже определяется в первую очередь действием флуктуационных помех.

Декодер сигнала, оптимальный или субоптимальный для суммы флуктуационной и сосредоточенной (или импульсной) компонент, включает в себя, как правило, схему, оптимальную или субоптимальную для флуктуационных помех [152, 161]. Поэтому исследование помехоустойчивости при флуктуационных помехах является составной частью исследования при наличии сосредоточенных (или импульсных) помех. Например, при воздействии флуктуационных и импульсных помех весьма эффективен ДКСигн, состоящий из схемы, оптимальной (субоптимальной) по отношению к флуктуационным помехам, и обнаружителя импульсных помех, выходной сигнал которого используется для коррекции ошибок (методами корректирующих кодов или обратной связи). Помехоустойчивость такой схемы, вычисленная в предположении, что в КС действуют только флуктуационные помехи, будет достаточно близка к истинной, если обеспечена высокая степень коррекции ошибок, возникающих от импульсных помех.

Как видно из вышеизложенного, исследования помехоустойчивости, равно как и других характеристик СПДИ, при учете только флуктуационной помехи, аппроксимируемой нормальным белым шумом, остаются актуальными, а полученные результаты пригодны для применения и в условиях воздействия также сосредоточенных (или импульсных) помех. Конечно, все это общеизвестно, и если здесь этому вопросу уделяется столько места, то только с целью обратить внимание на то, что в последнее время наблюдается тенденция к принижению исследований, в которых учитывается действие только флуктуационной помехи. Такие работы нередко являются чисто академическими, не представляющими практического интереса. И, наоборот, работы, в которых учитывается действие других видов помех, трактуются как единственно заслуживающие внимания. Такая постановка вопроса, как видно из вышеизложенного, неправильна. Дополнительные, но не менее важные,



доводы в обоснование ее неправильности состоят в следующем. Исследования с учетом сосредоточенных и (или) импульсных помех неизбежно носят частный характер, поскольку общей теории оптимального приема при негауссовых помехах пока не существует [161]. Большинство таких исследований проводится при весьма далеко идущих упрощающих предположениях относительно свойств помехи, сигнала и КС. К тому же полученные результаты во многих случаях затруднительно применить к реальным КС, поскольку помехи в них изучены весьма недостаточно.

Другой довод состоит в том, что подчеркивание важности исследований помехоустойчивости с учетом сосредоточенных и (или) импульсных помех косвенно отвлекает внимание от вопроса о важности борьбы с помехами в самих источниках их зарождения. Весьма характерным примером является положение, сложившееся сейчас в отношении СПДИ, работающих по проводным, кабельным и радиорелейным линиям. В этих каналах основное количество ошибок возникает из-за кратковременных перерывов и импульсных помех. На этом основании среди некоторой части специалистов укрепилось представление, что для таких каналов исследования с учетом только флуктуационной помехи не представляют никакого интереса. Эта точка зрения находит свое выражение в том, что подавляющее большинство работ в этой области посвящено исследованию статистических характеристик импульсных помех и обусловленных ими ошибок, а не причин возникновения этих помех и методов их устранения или хотя бы ослабления. Ошибочность и опасность такой точки зрения отмечается и в [161]. К счастью, в последнее время идея о целесообразности и возможности борьбы с самими причинами появления импульсных помех в этих каналах начинает пробивать себе дорогу, о чем свидетельствуют хотя бы работы [35, 52, 56, 143]. Интересно отметить, что возникновение значительной части ошибок за счет вмешательства технического персонала, несовершенства коммутационного оборудования и других аналогичных причин отмечалось во многих работах, например [52, 117, 184]. Однако из этого факта не делалось должных выводов.

В связи с огромным разнообразием способов построения СПДИ весьма важное значение приобретает сравнительный анализ их различных типов. Естественно, что сравниваемые системы должны быть поставлены в равноправные условия. Не вдаваясь здесь в подробное обсуждение этого вопроса, укажем лишь, что требование равноправных условий включает равенство помех. Но помехи в реальных КС отличаются огромным разнообразием и поскольку общих методов анализа при негауссовых помехах пока не существует, то сравнительный анализ неизбежно должен проводиться, по крайней мере, при нескольких вариантах помех. Такой анализ оказывается весьма сложным и громоздким, а полученные результаты имеют ограниченную область применения. Проведение сравнительного анализа в предположении действия помехи типа нормального белого шума существенно улучшает дело. Действи-

тельно, особые свойства этого вида помехи упрощают анализ, а полученные результаты имеют общее значение, поскольку в конце концов сосредоточенные (или импульсные) помехи могут быть существенно подавлены, так что основным видом помехи станет нормальный белый шум. Даже в том случае, когда специальные меры к подавлению сосредоточенных (или импульсных) помех не применяются, т. е. используются ДКСигн, оптимальные (субоптимальные) по отношению к помехе типа нормального белого шума, полученные выводы (по крайней мере, качественно) остаются в силе. Это означает, что если сравниваются  $i$ - и  $j$ -я системы, оптимизированные в предположении действия помехи типа нормального белого шума и лучшей оказалась  $j$ -я система, то можно предположить, что она останется лучшей и в случае, когда помеха отличается от нормального белого шума<sup>1)</sup>. В частности, проведенный в настоящей работе сравнительный анализ многопозиционных и бинарных систем показывает, что если многопозиционные системы имеют преимущество перед бинарными в условиях воздействия помехи типа нормального белого шума, то это преимущество сохраняется и для импульсных помех.

Итак, из сказанного вытекает, что, несмотря на наличие во многих реальных КС сложного комплекса помех, исследования, в которых предполагается действие только помехи типа нормального белого шума, остаются актуальными. Поэтому в настоящей работе основное внимание уделяется анализу в условиях воздействия помехи типа нормального белого шума. Анализ при других видах помех преследует лишь цель уточнения полученных результатов применительно к некоторым важным частным случаям.

Сказанное относительно особой роли помехи типа нормального белого шума отнюдь не умаляет важности исследований при учете других видов помех. Мы стремились только по возможности разумно осветить истинное значение исследований при разных видах помех и тем самым способствовать более гармоничному сосуществованию исследований различных направлений.

---

<sup>1)</sup> При необходимости количественные показатели для того или иного вида помехи могут быть уточнены дополнительным исследованием. Такое исследование будет вполне целенаправленным, поскольку качественно вопрос уже решен.

### 3.1. ОБЩИЕ СООБРАЖЕНИЯ О ВЫБОРЕ ВНЕШНИХ ПАРАМЕТРОВ СПДИ

Любая СПДИ характеризуется совокупностью параметров, определяющих ее качества с точки зрения потребителя. Эти параметры назовем внешними. В свою очередь, каждый из них зависит от совокупности внутренних параметров, определяющих структуру СПДИ. Потребитель стремится получить систему с оптимальной (или хотя бы достаточно рациональной) совокупностью внешних параметров, не интересуясь при этом внутренними параметрами. Проектировщик же должен найти такую оптимальную (рациональную) совокупность внутренних параметров, которая обеспечивала бы оптимальную (рациональную) совокупность внешних параметров.

Естественно, что при этом одной из основных становится проблема точного количественного определения понятия оптимальности (рациональности) совокупности внешних параметров или, что то же самое, проблема выбора критерия оценки системы. Подробный анализ этой проблемы будет проведен в четвертой главе. Здесь укажем лишь, что при оценке по любому критерию внешние параметры системы разделяются на существенные и несущественные. Из совокупности существенных параметров формируется тот или иной критерий, остальные же (несущественные) параметры во внимание не принимаются. Очевидно, что чем больше внешних параметров учитывает критерий, тем (при прочих равных условиях) более объективной будет оценка. С другой стороны, с ростом числа учитываемых параметров сложность оценки возрастает. Поэтому ограниченное число внешних параметров, учитываемых в существующих критериях оценки, является вынужденным компромиссом между объективностью оценки и ее сложностью. Недостаток объективности (по крайней мере, частично) компенсируется тем, что оценка производится в несколько этапов, причем на каждом выбирается совокупность внешних параметров, не учтенных ранее.

Проведенный в [142] и здесь, в четвертой главе, анализ показал, что на первом (теоретическом) этапе оценки наиболее существен-

ными внешними параметрами СПДИ являются скорость передачи информации, помехоустойчивость, занимаемая полоса частот и превышение сигнала над помехой.

### 3.2. СКОРОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Собственно передача информации происходит в СУ СПДИ. В КСообщ и ДКСообщ информация лишь подвергается описанным в первой главе преобразованиям, подготавливающим ее к введению в СУ (в КСообщ) или в ПС (в ДКСообщ). Существенно отметить, что скорость преобразований может быть какой угодно, поскольку потери информации в процессе преобразований в КСообщ и ДКСообщ отсутствуют, поэтому скорость преобразований в КСообщ выбирается с учетом характеристик ИС и СУ, а в ДКСообщ — характеристик СУ и ПС. На этом основании КСообщ можно рассматривать как согласующее устройство между ИС и СУ не только по существу выполняемых в нем преобразований, но и по скорости их выполнения. Аналогичную роль играет ДКСообщ в отношении согласования СУ и ПС. Следовательно, введенные в § 1.1 понятия эквивалентный ИС (ЭИС) и ПС (ЭПС) пригодны и для рассматриваемого здесь вопроса о скорости передачи информации.

Скорость передачи информации в СПДИ естественно определить как среднее количество информации, получаемое ЭПС в единицу времени:

$$R = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{J_{\text{ЭПС}}(\Delta T)}{\Delta T}, \quad (3.1)$$

где  $J_{\text{ЭПС}}(\Delta T)$  — количество информации, получаемое ЭПС за время  $\Delta T$ ;  $\Delta T$  — сумма всех интервалов времени, в течение которых на вход ЭПС поступает информация.

Значение  $J_{\text{ЭПС}}(\Delta T)$  определяется как разность между количеством информации, произведенным ЭИС за время  $\Delta T$ , и количеством информации, потерянным в СУ за то же время:

$$J_{\text{ЭПС}}(\Delta T) = J_{\text{ЭИС}}(\Delta T) - J_{\text{СУ}}(\Delta T). \quad (3.2)$$

Подставляя значение  $J_{\text{ЭПС}}(\Delta T)$  из (3.2) в (3.1), получим

$$R = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{J_{\text{ЭИС}}(\Delta T) - J_{\text{СУ}}(\Delta T)}{\Delta T}. \quad (3.3)$$

Производительность ЭИС равна

$$R_{\text{ЭИС}} = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{J_{\text{ЭИС}}(\Delta T)}{\Delta T}. \quad (3.4)$$

Введем понятие удельных потерь информации как среднее количество информации, теряющееся в СУ в единицу времени:

$$R_{\text{СУ}} = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{J_{\text{СУ}}(\Delta T)}{\Delta T}. \quad (3.5)$$

Теперь с учетом (3.4) и (3.5) вместо (3.3) получим

$$R = R_{\text{ЭИС}} - R_{\text{СУ}}. \quad (3.6)$$

Основная трудность, возникающая при попытках применения (3.6) для определения скорости передачи информации, состоит в том, что входящая в него величина  $R_{\text{СУ}}$  является сложной функцией свойств ЭИС, СУ, ЭПС и помехи. Существенное упрощение (3.6) возможно, если учесть, что практическую ценность имеют только такие СПДИ, в которых удельные потери информации невелики. Это позволяет пренебречь в правой части (3.6) членом  $R_{\text{СУ}}$ , и тогда для  $R$  получим приближенное выражение

$$R = R_{\text{ЭИС}}. \quad (3.7)$$

Потери информации в СУ учитываются как отдельный внешний параметр СПДИ, определяющий верность, т. е. степень соответствия между переданными и принятыми сообщениями (сигналами).

Выводы о приемлемости и целесообразности указанного упрощения выражения для  $R$  сделаны в ряде работ, например, [83, 60].

Выражение (3.7) можно ввести также по определению, как это сделано, например, в [13]. В этом случае никаких ограничений на удельные потери информации не накладывается, поэтому (3.7) становится точным выражением. Таким образом, независимо от трактовки выражение (3.7) пригодно для определения скорости передачи информации в реальных СПДИ. В дальнейшем (3.7) будет употребляться как введенное по определению.

Для получения выражений, связывающих скорость передачи информации с внутренними параметрами СПДИ, рассмотрим случай, когда буквы алфавита ЭИС кодируются равномерным кодом и статистическое кодирование не производится. В этом случае вместо (3.4) запишем

$$R_{\text{ЭИС}} = \frac{H(\text{ЭИС})}{n \tau}, \quad (3.8)$$

где  $H(\text{ЭИС})$  — энтропия на букву алфавита ЭИС;  $\tau$  — длительность элементарного кодового символа (точнее, элементарного кодового видеопульса);  $n$  — количество элементарных символов в кодовой комбинации, соответствующей букве ЭИС.

Значение  $n$  определяется выражением  $n = n_{\text{инф}} + n_{\text{изб. п. к}}$ , где  $n_{\text{инф}}$  — количество информационных символов в кодовой комбинации;  $n_{\text{изб. п. к}}$  — количество избыточных символов в кодовой комбинации, вводимых в ПК.

При наличии в СПДИ канала обратной связи некоторые отрезки сообщения будут переданы более одного раза, что эквивалентно

введению дополнительной избыточности. Обозначая общее (эквивалентное) количество элементарных символов в кодовой комбинации с учетом обоих видов избыточности  $n_3$  и подставляя его вместо  $n$  в (3.8), получим

$$R_{\text{ЭИС}} = \frac{H(\text{ЭИС})}{n_3 \tau}, \quad (3.9)$$

$$\text{где } n_3 = n_{\text{инф}} + n_{\text{изб. п. к}} + n_{\text{изб. о. с}} = n_{\text{инф}} + n_{\text{изб}}; \quad (3.10)$$

$n_{\text{изб. о. с}}$  — среднее на кодовую комбинацию количество избыточных символов, образующееся за счет того, что некоторые отрезки сообщения при наличии КОС передаются более одного раза<sup>1)</sup>;

$$n_{\text{изб}} = n_{\text{изб. п. к}} + n_{\text{изб. о. с}}.$$

Подставляя теперь значение  $R_{\text{ЭИС}}$  из (3.9) в (3.7), получим выражение

$$R = \frac{H(\text{ЭИС})}{n_3 \tau}, \quad (3.11)$$

которое и является исходным для дальнейшего анализа. Преобразуем его, умножив и поделив правую часть на  $\frac{\log N_x}{\log m}$ . Тогда вместо (3.11) получим

$$R = \frac{H(\text{ЭИС})}{\log N_x} \cdot \frac{\log m}{n_3} \cdot \frac{\log m}{\tau}. \quad (3.12)$$

Определим смысл каждого из сомножителей в правой части (3.12). Первый сомножитель можно представить в виде коэффициента

$$K_{\text{энтр}} = \frac{H(\text{ИС})}{H_{\text{макс}}(\text{ИС})}, \quad (3.13)$$

характеризующего различие между действительным и максимально возможным (при  $N = \text{const}$ ) значениями энтропии ИС. В этом легко убедиться, если учесть, что  $\log N_x = a \log N$ ,  $H_{\text{макс}}(\text{ИС}) = \log N$  и  $H(\text{ЭИС}) = aH(\text{ИС})$  [83, 92, 160, 161].

Коэффициент  $K_{\text{энтр}}$  характеризует избыточность ИС, обусловленную неравновероятностью букв ИС и наличием корреляционных связей между ними, т. е. статистикой ИС. Эту избыточность назовем поэтому *статистической*<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Передача сообщения более одного раза возможна и без наличия КОС. Типичным примером являются СПДИ с  $t$ -кратным повторением каждой кодовой комбинации. В этом случае  $n_{\text{изб. о. с}} = (t-1)(n_{\text{инф}} + n_{\text{изб. п. к}})$ . Такой метод применялся, в частности, в аппаратуре Бодо—Вердана [161].

<sup>2)</sup> Обычно в литературе статистическая избыточность определяется коэффициентом  $r = 1 - \frac{H(\text{ИС})}{H_{\text{макс}}(\text{ИС})}$ . Используя (3.13), легко установить связь между  $r$  и  $K_{\text{энтр}}$ :  $r = 1 - K_{\text{энтр}}$ .

Применительно к вопросу о скорости передачи информации коэффициент  $K_{\text{энтр}}$  характеризует снижение скорости за счет статистической избыточности.

Второй сомножитель в правой части (3.12) характеризует *нестатистическую* избыточность, содержащуюся в передаваемой информации. Действительно, количество информационных символов в кодовой комбинации равно

$$n_{\text{инф}} = \left\lceil \frac{\log N_x}{\log m} \right\rceil, \quad (3.14)$$

где  $\lceil z \rceil$  — ближайшее к  $z$  большее целое. Общее количество кодовых комбинаций при фиксированных значениях  $m$  и  $n_{\text{инф}}$  равно  $N_{\Sigma} = m^{n_{\text{инф}}}$ , превышает требуемое ( $N_x$ ), если  $\left\lceil \frac{\log N_x}{\log m} \right\rceil > \frac{\log N_x}{\log m}$ . Следовательно, величина  $\frac{\log N_x}{\log m}$  определяет некоторое фиктивное значение количества информационных символов  $n_{\text{инф}}^{(\text{фискт})}$ , удовлетворяющее уравнению

$$N_x = m^{n_{\text{инф}}^{(\text{фискт})}}. \quad (3.15)$$

В отличие от величины  $n_{\text{инф}}$ , которая может принимать только целочисленные значения, величина  $n_{\text{инф}}^{(\text{фискт})}$  может быть любой (в положительной области).

Тогда второй сомножитель в правой части (3.12) можно представить в виде коэффициента

$$K_{\text{изб}} = n_{\text{инф}}^{(\text{фискт})} / n_{\text{инф}} \quad (3.16)$$

или с учетом (3.10) в форме

$$\begin{aligned} K_{\text{изб}} &= n_{\text{инф}}^{(\text{фискт})} / (n_{\text{инф}} + n_{\text{изб. п. к}} + n_{\text{изб. о. с}}) = \\ &= \frac{(n_{\text{инф}}^{(\text{фискт})} / n_{\text{инф}})}{\left(1 + \frac{n_{\text{изб. п. к}}}{n_{\text{инф}}} + \frac{n_{\text{изб. о. с}}}{n_{\text{инф}}}\right)}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Из (3.17) видно, что нестатистическая избыточность определяется тремя составляющими. Первая зависит от различия между  $n_{\text{инф}}$  и  $n_{\text{инф}}^{(\text{фискт})}$ , а вторая и третья — от значений  $n_{\text{изб. п. к}}$  и  $n_{\text{изб. о. с}}$  (при  $n_{\text{инф}} = \text{const}$ ).

Легко видеть, что вторая и (или) третья составляющие избыточности полностью устраняются, если положить  $n_{\text{изб. п. к}} = 0$  и (или)  $n_{\text{изб. о. с}} = 0$ . Однако выбор  $n_{\text{изб. п. к}} > 0$  и (или)  $n_{\text{изб. о. с}} > 0$  производится преднамеренно с целью улучшения другого важного внешнего параметра СПДИ — помехоустойчивости. Следовательно, эти составляющие избыточности уместно назвать *преднамерен-*

ными. Общая преднамеренная избыточность, как видно из (3.17), определяется выражением

$$K_{\text{изб. пр}} = \frac{1}{1 + \frac{n_{\text{изб. п. к}}}{n_{\text{инф}}} + \frac{n_{\text{изб. о. с}}}{n_{\text{инф}}}}, \quad (3.18)$$

которое можно представить также в виде

$$K_{\text{изб. пр}} = \frac{1}{1 + K_{\text{изб. п. к}} + K_{\text{изб. о. с}}}, \quad (3.19)$$

где с учетом (3.14)

$$\left. \begin{aligned} K_{\text{изб. п. к}} &= \frac{n_{\text{изб. п. к}}}{n_{\text{инф}}} = \frac{n_{\text{изб. п. к}}}{\left[ \frac{\log N_x}{\log m} \right]} \\ K_{\text{изб. о. с}} &= \frac{n_{\text{изб. о. с}}}{n_{\text{инф}}} = \frac{n_{\text{изб. о. с}}}{\left[ \frac{\log N_x}{\log m} \right]} \end{aligned} \right\}. \quad (3.20)$$

Естественно также избыточность, остающуюся после устранения преднамеренной избыточности ( $n_{\text{изб. п. к}}=0$ ,  $n_{\text{изб. о. с}}=0$ ), назвать *непреднамеренной*. Из (3.17) легко определить, что непреднамеренная избыточность с учетом (3.14) и (3.15) равна

$$K_{\text{изб. непр}} = \frac{n_{\text{инф}}^{(\text{фискт})}}{n_{\text{инф}}} = \frac{\frac{\log N_x}{\log m}}{\left[ \frac{\log N_x}{\log m} \right]}. \quad (3.21)$$

Тогда с учетом (3.18) и (3.21) вместо (3.17) получим

$$K_{\text{изб}} = K_{\text{изб. непр}} K_{\text{изб. пр}}. \quad (3.22)$$

Используя (3.19), можно преобразовать (3.22) к виду:

$$K_{\text{изб}} = \frac{K_{\text{изб. непр}}}{1 + K_{\text{изб. п. к}} + K_{\text{изб. о. с}}}. \quad (3.23)$$

Коэффициент  $K_{\text{изб}}$  характеризует снижение скорости за счет нестатистической избыточности, а его составляющие — коэффициенты  $K_{\text{изб. непр}}$  и  $K_{\text{изб. пр}}$  — соответственно за счет непреднамеренной и преднамеренной избыточности.

Для выяснения смысла третьего сомножителя в правой части (3.12) заметим, что

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq K_{\text{энтр}} \leq 1 \\ 0 \leq K_{\text{изб}} \leq 1 \end{aligned} \right\}. \quad (3.24)$$

Тогда, полагая  $K_{\text{энтр}} = K_{\text{изб}} = 1$ ; из (3.12) получим

$$R_{\text{макс}} = \frac{\log m}{\tau}. \quad (3.25)$$



Следовательно, третий сомножитель в правой части (3.12) есть не что иное, как *максимальная скорость передачи информации*. Теперь вместо (3.12) запишем

$$R = K_{\text{энтр}} K_{\text{изб}} R_{\text{макс}}. \quad (3.26)$$

Рассмотрим более общий случай, когда производится также статистическое кодирование. Эта операция сводится к такой последовательности преобразований, при которой сначала устраняются (полностью или частично) корреляционные связи между буквами, а затем производится собственно статистическое кодирование полученного алфавита. Как методы декорреляции, так и методы собственно статистического кодирования могут быть различными [83, 92, 160, 161]. Цель же всегда одна — сократить в максимально возможной степени среднее количество элементарных кодовых символов в кодовых комбинациях, соответствующих буквам кодируемого алфавита. А это эквивалентно увеличению скорости передачи информации в  $\frac{n_{\text{инф}}}{n_{\text{инф. ст}}}$  раз, где  $n_{\text{инф. ст}}$  — среднее количество информационных символов в кодовой комбинации при статистическом кодировании. В теории статистического кодирования эта величина называется *коэффициентом сжатия* [92] и равна

$$K_{\text{сж}} = \frac{n_{\text{инф}}}{n_{\text{инф. ст}}}. \quad (3.27)$$

Теория статистического кодирования разработана, главным образом, для неравномерных кодов<sup>1)</sup>, в то время как теория помехоустойчивого кодирования, наоборот, для равномерных кодов. Поэтому полученный на выходе СК неравномерный код должен быть преобразован в равномерный. Для этого последовательность кодовых символов на выходе СК разбивается на блоки равной длины, рассматриваемые как кодовые комбинации равномерного кода. Если выбрать длину блока равной  $n_{\text{инф}}$ , то скорость передачи информации получим, умножив правую часть (3.26) на коэффициент  $K_{\text{сж}}$ , определяемый (3.27):

$$R = K_{\text{энтр}} K_{\text{сж}} K_{\text{изб}} R_{\text{макс}}. \quad (3.28)$$

В теории статистического кодирования используется также *коэффициент относительной эффективности*, определяемый как [92]:

$$K_{\text{отн. эф}} = \frac{\min n_{\text{инф. ст}}}{n_{\text{инф. ст}}}, \quad (3.29)$$

где  $\min n_{\text{инф. ст}}$  — минимально возможное значение  $n_{\text{инф. ст}}$  согласно [160, 161] равно

$$\min n_{\text{инф. ст}} = \frac{H(\text{ЭИС})}{\log m}. \quad (3.30)$$

<sup>1)</sup> Примером статистических равномерных кодов являются уже упоминавшиеся в § 1.1 так называемые «регистрационные коды», широко применяемые в буквопечатной телеграфии [160, 161].

Используя (3.30), после несложных преобразований можно представить  $K_{сж}$  в виде

$$K_{сж} = \frac{K_{отн. \text{ эф}}}{K_{энтр}} \frac{n_{инф}}{n_{инф}^{(фikt)}}. \quad (3.31)$$

Подстановка значения  $K_{сж}$  из (3.31) в (3.28) с учетом (3.17) и (3.18) позволяет представить выражение для скорости передачи информации еще в такой форме:

$$R = K_{отн. \text{ эф}} K_{изб. \text{ пр}} R_{макс}. \quad (3.32)$$

Наибольшие затруднения при вычислении скорости передачи информации для случая, когда производится статистическое кодирование, вызывает определение величины  $n_{инф. \text{ ст}}$ , являющейся функцией вида

$$n_{инф. \text{ ст}} = f[N, a, m, p_{\omega}(A_i)]; \quad i = \overline{1, N}; \quad \omega = \overline{0, \omega_{макс}}$$

где  $p_{\omega}(A_i)$  — вероятность появления на выходе ИС буквы  $A_i$ , если перед этим появилась последовательность из  $\omega$  букв  $A_k, \dots, A_r, A_k, A_r \in \{A\}$ ;  $\omega_{макс}$  — максимальное количество букв алфавита  $\{A\}$ , между которыми имеются отличные от нуля корреляционные связи.

Минимальное значение  $n_{инф. \text{ ст}}$  определяется (3.30) и гарантируется при  $a \rightarrow \infty$  [83, 92, 161]. Вообще,  $n_{инф. \text{ ст}}$  является невозрастающей функцией  $a$ . Хотя аналитическое выражение этой функции в общем случае неизвестно, значение  $n_{инф. \text{ ст}}$  можно вычислить для любого конкретного значения  $a$  [83, 92, 160, 161]. Важно отметить, что крутизна функции  $n_{инф. \text{ ст}}(a)$  убывает с ростом  $a$ , так что практически всегда целесообразно ограничиться конечным значением  $a$ . Учитывая, что с ростом  $a$  возрастает сложность кодера и увеличиваются задержки в передаче информации, можно рекомендовать методике, состоящую в вычислении и оценке приемлемости значений  $n_{инф. \text{ ст}}$  последовательно для  $a = 1, 2, 3, \dots$

Как отмечалось в § 1.1, укрупнение алфавита не единственно возможный вид функционального преобразования над ансамблем  $\{A\}$ . В частности, для уменьшения  $n_{инф. \text{ ст}}$  можно применить другие виды преобразований, относящиеся к классу дифференциальных (операция укрупнения относится к классу интегральных преобразований) [92]. Примерами таких преобразований являются предсказание и его различные модификации. Однако метод предсказания не гарантирует, что  $n_{инф. \text{ ст}}$  достигнет своего минимально возможного значения, определяемого (3.30).

Основное достоинство метода предсказания состоит в простоте технической реализации (по сравнению с методом укрупнения). Это, в частности, видно из того, что основание алфавита (преобразованного) равно не  $N_x = N^a$ , как при укрупнении, а  $N_x = 2N + 1$  или даже  $N_x = N + 1$  (в зависимости от выбранной модификации).

После преобразования по методу предсказания можно применить и второе преобразование — укрупнение. Целесообразность такого двойного преобразования требует специального исследования, выходящего за рамки настоящей работы.

Для определенности в дальнейшем будем полагать, что над ансамблем  $\{A\}$  совершается операция укрупнения.

Следует отметить также, что статистика ИС часто известна лишь приближенно. Обычно с наибольшей точностью известно одномерное распределение, а распределения более высоких порядков известны весьма ориентировочно либо вообще неизвестны. Естественно, что в этих случаях эффективность статистического кодирования может быть определена также лишь ориентировочно.

Обращаясь к выражениям (3.28) или (3.32), видим, что скорость передачи информации определяется произведением нескольких сомножителей. Каждый из них является параметром соответствующего элемента структурной схемы СПДИ. Именно, в выражении (3.28) коэффициенты  $K_{\text{энтр}}$ ,  $K_{\text{сж}}$ ,  $K_{\text{изб}}$  и  $R_{\text{макс}}$  являются параметрами соответственно ИС, СК, ПК и ҚОС, КСигн. Каждый из этих коэффициентов зависит от тех или иных внутренних параметров СПДИ. Выясним, по каким внутренним параметрам сомножители выражения для скорости передачи информации зависимы или независимы, поскольку этим определяются возможности независимой регулировки параметров соответствующих элементов структурной схемы СПДИ.

Рассмотрим с этой целью общий вид функциональных зависимостей для всех сомножителей, выбрав в качестве исходного выражение (3.28). С учетом полученных выше соотношений запишем:

$$\left. \begin{aligned} K_{\text{энтр}} &= f_1 [N, p_w(A_i)]; i = \overline{1, N}; \omega = \overline{0, \omega_{\text{макс}}} \\ K_{\text{сж}} &= f_2 [N, a, m, p_w(A_i)]; i = \overline{1, N}; \omega = \overline{0, \omega_{\text{макс}}} \\ K_{\text{изб}} &= f_3 (N, a, m, n_{\text{изб}}) \\ R_{\text{макс}} &= f_4 (m, \tau) \end{aligned} \right\}. \quad (3.33)$$

Аргументы  $N$  и  $p_w(A_i)$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $\omega = \overline{0, \omega_{\text{макс}}}$ , являются параметрами ИС и поэтому полагаются заданными. Следовательно, коэффициент  $K_{\text{энтр}}$ , зависящий только от этих аргументов, также является заданным<sup>1)</sup>.

В отличие от этого, аргументы  $a$ ,  $m$ ,  $n_{\text{изб}}$  и  $\tau$  могут выбираться вообще произвольно (в пределах своих допустимых значений), что и позволяет изменять величину сомножителей выражения для скорости передачи информации и, следовательно, саму скорость. Как видно из (3.33), аргументы  $n_{\text{изб}}$  и  $\tau$  входят каждый лишь в одно уравнение, в то время как  $a$  и  $m$  — более чем в одно. Следовательно, сомножители выражения (3.28) по отношению к внутренним параметрам СПДИ  $n_{\text{изб}}$  и  $\tau$  взаимонезависимы. По отношению к параметру  $a$  взаимозависимыми являются коэффициенты  $K_{\text{сж}}$  и  $K_{\text{изб}}$ , а по отношению к параметру  $m$  — сомножители  $K_{\text{сж}}$ ,  $K_{\text{изб}}$  и  $R_{\text{макс}}$ .

<sup>1)</sup> Термин «заданный» следует понимать в том смысле, что аргументы коэффициента  $K_{\text{энтр}}$  не могут быть изменены при проектировании СПДИ. В то же время, как отмечалось выше, эти аргументы, а следовательно, и определяемые ими значения  $K_{\text{энтр}}$  могут быть неизвестными или известными приближенно.

Таким образом, независимо можно изменять лишь сомножители  $K_{\text{изб}}$  и  $R_{\text{макс}}$  за счет изменения соответственно  $n_{\text{изб}}$  и  $\tau$ . Изменение же внутренних параметров СПДИ  $a$  и  $m$  влечет за собой изменение сразу двух или даже трех сомножителей.

Можно уточнить полученные результаты, представив коэффициент  $K_{\text{изб}}$  в виде двух сомножителей, определяющих преднамеренную и непреднамеренную избыточность, как это следует из (3.22). Используя также выражения (3.19), (3.20) и (3.21), запишем следующие функциональные зависимости для составляющих коэффициента  $K_{\text{изб}}$ :

$$\left. \begin{aligned} K_{\text{изб. непр}} &= k_1(N, a, m) \\ K_{\text{изб. п. к}} &= k_2(N, a, m, n_{\text{изб. п. к}}) \\ K_{\text{изб. о. с}} &= k_3(N, a, m, n_{\text{изб. о. с}}) \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Из (3.34) следует, что независимо можно изменять лишь параметры ПК<sub>1</sub> и КОС за счет изменения соответственно значений  $n_{\text{изб. п. к}}$  и  $n_{\text{изб. о. с}}$ . Непреднамеренная же составляющая избыточности независимо изменяться не может.

Влияние параметров  $n_{\text{изб}}$  и  $\tau$  на скорость передачи информации  $R$  имеет простой характер, хорошо видный из (3.18) и (3.25). В отличие от этого, параметры  $a$  и  $m$  влияют на  $R$  более сложным образом, что требует специального анализа. Следует подчеркнуть, что этот анализ преследует ограниченную цель установления характера соответствующих зависимостей (включая их графическую интерпретацию), выявления их специфических особенностей и т. д., но отнюдь не нахождение оптимальных (рациональных) значений  $a$  и  $m$ . Такая задача может быть поставлена и решена только в рамках общей оценки СПДИ, поскольку внутренние параметры  $a$  и  $m$  влияют также на другие существенные внешние параметры СПДИ<sup>1)</sup>.

Поскольку аналитическое выражение для коэффициента  $K_{\text{сж}}$  неизвестно, то при анализе влияния аргумента  $a$  ограничимся исследованием коэффициента  $K_{\text{изб}}$ , а при анализе влияния  $m$  — коэффициентов  $K_{\text{изб}}$  и  $R_{\text{макс}}$ .

Рассматривая зависимость  $K_{\text{изб}}(a)$ , обратим, прежде всего, внимание на то, что непреднамеренная избыточность, определяемая (3.21), полностью исчезает, если выполняется условие  $N_x = m^l$ , где  $l = 1, 2, 3, \dots$ . Поскольку  $N_x = N^a$ , то это эквивалентно условию  $N = m^{\frac{l}{a}}$ . Легко видеть, что при  $N = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$  и конечных значениях  $l$  и  $a$  это условие может выполняться только для некоторых сочетаний  $N$  и  $m$ . Однако, если условие конечности со значений  $l$  и  $a$  снять, то непреднамеренная избыточность может быть сделана

<sup>1)</sup> Конкретный характер влияния  $a$  и  $m$  на другие внешние параметры СПДИ рассматривается в последующих параграфах этой главы. Отметим также, что сказанное распространяется на внутренние параметры  $n_{\text{изб}}$  и  $\tau$ .

сколь угодно малой при любых сочетаниях  $N$  и  $m$  при  $a \rightarrow \infty$ . Это можно показать, обратившись к (3.21) и учтя, что

$$\lim_{N_x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\log N_x}{\log m}}{\left[ \frac{\log N_x}{\log m} \right]} = 1, \quad (3.35)$$

а условие  $N_x \rightarrow \infty$  при  $N = \text{const}$  эквивалентно условию  $a \rightarrow \infty$ .

Увеличение  $a$  означает укрупнение алфавита ИС. При этом увеличивается также коэффициент  $K_{\text{сж}}$ , причем [83, 92, 160, 161]

$$\lim_{N_x \rightarrow \infty} K_{\text{энтр}} K_{\text{сж}} = 1. \quad (3.36)$$

Поскольку также

$$\lim_{N_x \rightarrow \infty} \left[ \frac{\log N_x}{\log m} \right] = \infty,$$

то из (3.22) с учетом (3.21), (3.25), (3.18) и (3.14) следует, что

$$\lim_{N_x \rightarrow \infty} K_{\text{изб}} = 1. \quad (3.37)$$

Наконец, из (3.36) и (3.37) следует, что

$$\lim_{N_x \rightarrow \infty} K_{\text{энтр}} K_{\text{сж}} K_{\text{изб}} = 1. \quad (3.38)$$

Следовательно, из (3.28) с учетом (3.38) получим

$$\lim_{N_x \rightarrow \infty} R = R_{\text{макс}}. \quad (3.39)$$

Ценность полученных асимптотических выражений состоит в том, что они подтверждают целесообразность операции укрупнения алфавита ИС. Однако, как всякие асимптотические выражения, они не позволяют судить о характере и особенностях функции при конечных значениях аргумента. В то же время укрупнение алфавита ИС приводит к усложнению СПДИ и увеличению задержки в передаче информации, что ставит предел допустимым значениям  $N_x$  (вернее, значениям  $a$  при  $N = \text{const}$ ). Поэтому проведем анализ функции  $R(N_x)$  при конечных значениях  $N_x$  (более точно, функции  $K_{\text{изб}}(N_x)$ , поскольку аналитическое выражение функции  $K_{\text{сж}}(N_x)$  неизвестно).

С этой целью на рис. 3.1 по (3.22) с учетом (3.21), (3.19) и (3.20) построены графики зависимостей  $K_{\text{изб}}(N_x)$  для  $n_{\text{изб}} = 0; 2$ . Из рис. 3.1 видно, что функция  $K_{\text{изб}}(N_x)$  имеет пилообразный характер. На каждом интервале  $m^{l-1} \leq N_x \leq m^l$ ,  $l = 1, 2, 3, \dots$  значение  $K_{\text{изб}}$  растёт от  $K_{\text{изб. мин}}(l) = \frac{l-1}{l+n_{\text{изб}}}$  до  $K_{\text{изб. макс}}(l) = \frac{l}{l+n_{\text{изб}}}$ . О характере стремления  $K_{\text{изб}}$  к пределу при росте  $N_x$  следует судить по значениям  $K_{\text{изб. мин}}$ , поскольку именно они наиболее отличаются от предельных, а (3.35) и (3.37) гарантируют достижение предела

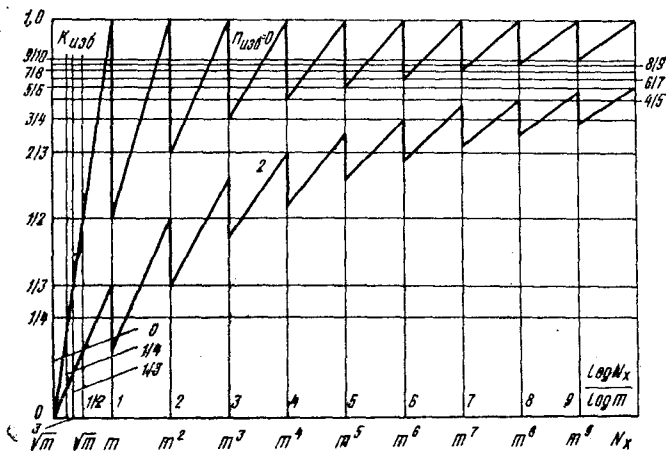


Рис. 3.1

также и для самого неблагоприятного случая. Хорошо видно, что стремление  $K_{изб. мин}$  к единице с ростом  $N_x$  происходит весьма медленно. Если потребовать, чтобы  $K_{изб. мин} \geq \frac{l-1}{l+n_{изб}}$ , то необходимое значение  $N_x$  определится из выражения

$$N_x \geq m^{(l-1)} = m \cdot \frac{K_{изб. мин}}{1-K_{изб. мин}} (n_{изб} + 1), \quad (3.40)$$

справедливость которого подтверждает рис. 3.1. Вычисленные по (3.40) значения  $N_x$  для нескольких сочетаний  $K_{изб. мин}$  и  $m$  при  $n_{изб} = 0$  сведены в табл. 3.1, откуда видно, что даже при не слишком близких к единице значениях  $K_{изб. мин}$  требуются достаточно

Таблица 3.1

$K_{изб. мин}$	Вычисленные значения $N_x$ при			
	$m = 2$	$m = 4$	$m = 6$	$m = 8$
0,857	64	4096	46656	259894
0,9	256	65536	$\sim 1,68 \cdot 10^6$	$1,68 \cdot 10^7$
0,933	16384	$\sim 2,68 \cdot 10^8$	$\sim 7,8 \cdot 10^{10}$	$\sim 4,4 \cdot 10^{12}$

большие значения  $N_x$ , а с ростом  $m$  и  $K_{изб. мин}$  они увеличиваются катастрофически быстро. При  $n_{изб} > 0$  требуемые значения  $N_x$  еще увеличатся. Это означает, что если принимать в расчет значения  $K_{изб. мин}$ , то метод уменьшения избыточности за счет укрупнения алфавита следует признать бесперспективным.

Однако из рис. 3.1 видно, что значение  $K_{изб}$  определяется не только абсолютным значением  $N_x$ , но и его положением внутри интервалов  $m^{l-1} \leq N_x \leq m^l$ . А поскольку  $N_x = N^a$ ,  $a = 1, 2, 3, \dots$ , то при  $N = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$  положение  $N_x$  относительно указанных интервалов может регулироваться выбором значения  $a$ . Влияние  $a$  на  $K_{изб}$  определяется выражением (3.17), если представить его в форме

$$K_{изб} = \frac{a \frac{\log N}{\log m}}{\left[ a \frac{\log N}{\log m} \right] + n_{изб}} \quad (3.41)$$

Для иллюстрации влияния  $a$  на  $K_{изб}$  на рис. 3.2 по (3.41) построены графики  $K_{изб} \left( \frac{\log N}{\log m} \right)$  при  $a = \text{const}$ ,  $n_{изб} = \text{const}$  (для простоты принято  $n_{изб} = 0$ ). Из графиков видно, что выбор значения  $a$ ,

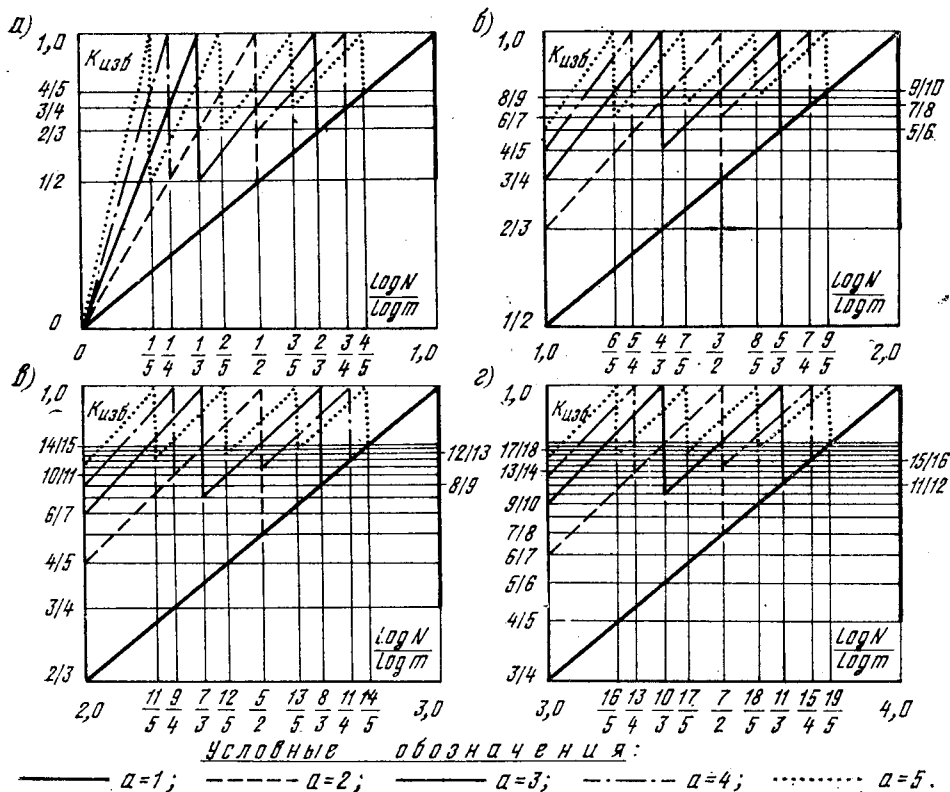


Рис. 3.2

максимизирующего  $K_{изб}$  при  $N = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$ , зависит от конкретных значений  $N$  и  $m$ . Например, если  $\frac{\log N}{\log m} = 1,15$ , то  $K_{изб}$  рас-

тет с ростом  $a$ . Если же  $\frac{\log N}{\log m} = 1,45$ , то наибольшее значение  $K_{изб}$  будет при  $a=2$ ; 4. Легко также определить, что коэффициент  $K_{изб}$  с ростом  $a$  увеличивается достаточно заметно. Однако по мере увеличения  $a$  рост  $K_{изб}$  замедляется, а при  $\frac{\log N}{\log m} = 1,45$  увеличивать  $a$  сверх значения  $a=2$  вообще нецелесообразно.

Из графиков рис. 3.2 также видно, что выбор  $a > 1$  приводит к увеличению  $K_{изб}$  лишь для значений  $l-1 \leq \frac{\log N}{\log m} \leq l-1 + \frac{a-1}{a}$ , а за пределами этого интервала  $K_{изб}$  остается таким же, как и при  $a=1$ .

При  $n_{изб} > 0$  характер зависимостей  $K_{изб} \left( \frac{\log N}{\log m} \right)$  при  $a = \text{const}$  останется таким же, как и при  $n_{изб} = 0$  изменятся лишь значения  $K_{изб}$ .

Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что выбор целесообразного (с точки зрения увеличения  $K_{изб}$ ) значения  $a$  существенно зависит от значений  $N$  и  $m$ .

Ранее было показано, что для определения влияния  $a$  на коэффициент  $K_{сж}$  целесообразно пользоваться методом вычисления его последовательно для значений  $a=1, 2, 3...$  Это целесообразно также при анализе функции  $K_{изб}(a)$ . Поскольку, как видно из (3.33), от  $a$  зависят только эти два коэффициента, то анализ функции  $R(a)$  также сводится к вычислению  $R$  последовательно для  $a=1, 2, 3...$

Графики рис. 3.1 и 3.2 построены без учета того, что величины  $N$ ,  $N_x$  и  $m$  могут принимать только целочисленные значения. Однако следует иметь в виду, что на этих графиках действительны только точки, соответствующие целочисленным значениям  $N$ ,  $N_x$  и  $m$ . В частности, переход от  $K_{изб. макс}$  к  $K_{изб. мин}$  должен происходить не при сколь угодно малом приращении  $N_x = m^l$ , а при изменении его от  $N_x = m^l$  до  $N_x = m^l + 1$ . На рис. 3.3 построены графики  $K_{изб}(N_x)$  для  $N_x = 2 \div 1000$ ,  $m = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$  и  $n_{изб} = 0$  (на чертеже при-

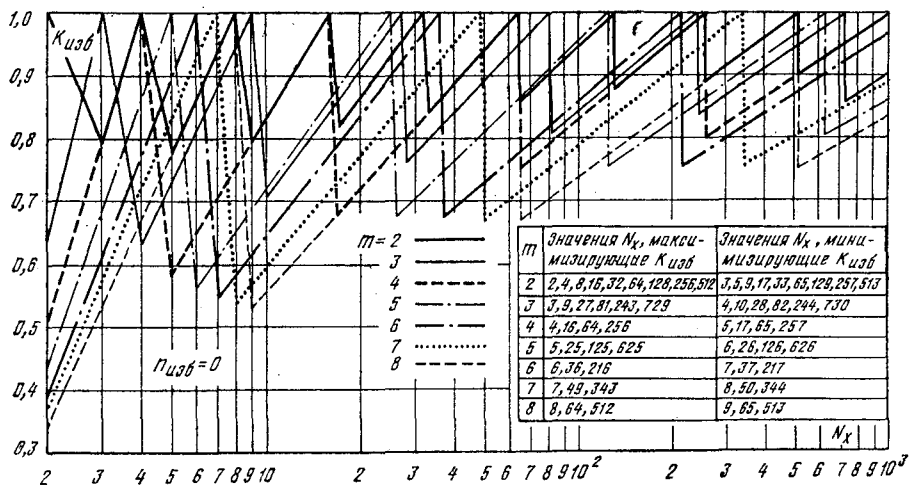


Рис. 3.3



введены также значения  $N_x = m^l$  и  $N_x = m^l + 1$ , при которых происходит скачок от  $K_{\text{изб. макс}}$  к  $K_{\text{изб. мин}}$ .

Перейдем к изучению функции  $R(m)$ . Для построения графиков целесообразно привести выражения для  $R$  и  $R_{\text{макс}}$  к безразмерной форме, для чего умножим правую и левую части (3.28) на  $\frac{\tau}{K_{\text{ЭНТР}} \log N_x}$ . Учитывая также, что зависимость  $K_{\text{сж}}(m)$  неизвестна, разделим их еще и на  $K_{\text{сж}}$ . Тогда из (3.28) получим

$$R' = R \frac{\tau}{K_{\text{ЭНТР}} \log N_x K_{\text{сж}}} = K_{\text{изб}}(m) R'_{\text{макс}}(m) = R'(m), \quad (3.42)$$

где

$$R'_{\text{макс}}(m) = R_{\text{макс}} \frac{\tau}{\log N_x}, \quad (3.43)$$

или после подстановки в (3.43) значения  $R_{\text{макс}}$  из (3.25)

$$R'_{\text{макс}}(m) = \frac{\log m}{\log N_x}. \quad (3.44)$$

Функция  $R'(m)$ , как легко определить из (3.42), подставляя значения  $K_{\text{изб}}(m)$  из (3.17) с учетом (3.14) и (3.15), а также  $R'_{\text{макс}}(m)$  из (3.44), имеет вид

$$R'(m) = \frac{1}{\left[ \frac{\log N_x}{\log m} \right] + n_{\text{изб}}}. \quad (3.45)$$

Графики функций  $R'_{\text{макс}}(m)$ ,  $K_{\text{изб}}(m)$  и  $R'(m)$  для  $n_{\text{изб}} = 0; 2$  построены на рис. 3.4. Как видно,  $R'_{\text{макс}}$  (а, следовательно, и  $R_{\text{макс}}$

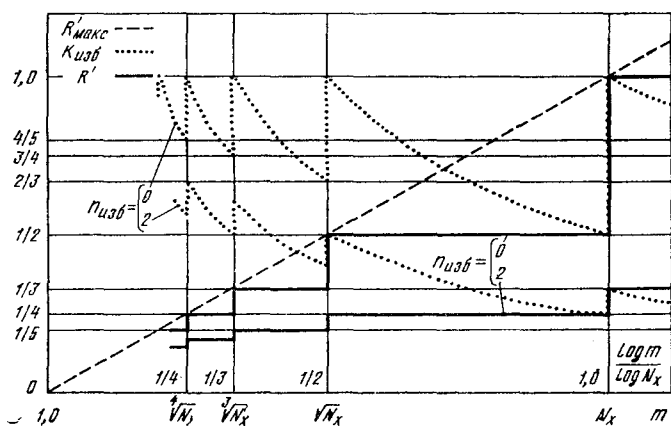


Рис. 3.4

при  $N_x = \text{const}$ ,  $\tau = \text{const}$ ) монотонно растет с ростом  $m$ , в то время как функция  $K_{\text{изб}}(m)$  имеет пилообразный характер, монотонно убывая на интервалах  $\sqrt[l]{N_x} \leq m < \sqrt[l-1]{N_x}$ ,  $l = 1, 2, 3, \dots$ , и увеличи-

ваясь скачком до значения  $K_{\text{изб}} = \frac{l}{l + n_{\text{изб}}}$  в конце каждого интервала. Функция  $R'(m)$  и, следовательно, функция  $\frac{R(m)}{K_{\text{сж}}(m)}$  при  $K_{\text{энтр}} = \text{const}$ ,  $N_x = \text{const}$ ,  $\tau = \text{const}$  имеет ступенчатый характер, причем границы каждой ступеньки совпадают с границами интервалов монотонного убывания функции  $K_{\text{изб}}(m)$ . Следовательно, скорость передачи информации увеличивается с ростом  $m$  не монотонно, а скачкообразно, оставаясь в диапазоне  $\sqrt[l]{N_x} \leq m \leq \sqrt[l-1]{N_x}$  неизменной и равной  $\frac{1}{l + n_{\text{изб}}}$ . Величина

$$\max R'(m) = \frac{1}{l + n_{\text{изб}}} \quad (3.46)$$

достигается при  $m = N_x$  и остается неизменной в пределах  $N_x \leq m \leq \infty$ .

Графики рис. 3.4 построены без учета того, что  $m$  может принимать только целочисленные значения. Характер изменения графиков  $R'_{\text{макс}}(m)$ ,  $K_{\text{изб}}(m)$  и  $R'(m)$  с учетом целочисленности значений  $m$  иллюстрируется на рис. 3.5. Особенно велика разница при малых значениях  $m$ , а с ростом  $m$  она проявляется только на концах интервалов  $\sqrt[l]{N_x} \leq m \leq \sqrt[l-1]{N_x}$ .

Графики рис. 3.4 и 3.5 наглядно иллюстрируют, что важно не только абсолютное значение  $m$ , но и его расположение внутри интервала  $\sqrt[l]{N_x} \leq m \leq \sqrt[l-1]{N_x}$ . Например, из рис. 3.5б следует, что при изменении  $m$  от 9 до 10 значение  $K_{\text{изб}}$  увеличивается от 0,7 до 1,0, т. е. на 43%. Одновременно увеличивается и  $R'_{\text{макс}}$  на 7%, так что общее увеличение скорости составляет 50%. Но основной вклад в приращение скорости дает именно увеличение  $K_{\text{изб}}$ , обусловленное тем, что изменение значения  $m$  с 9 на 10 означает переход  $m$  из интервала  $l=3$  в следующий интервал  $l=2$ . Если же увеличивать  $m$  с 8 до 9, то из рис. 3.5б видно, что скорость передачи информации при этом не изменяется.

Для суждения о значениях  $K_{\text{изб}}(m)$  при значениях  $N_x$ , превышающих принятые на рис. 3.5, на рис. 3.6 построены графики функции  $K_{\text{изб}}(m)$  при  $N_x = 10^4$ ;  $10^5$ ;  $10^6$  для значений  $m \leq 32$ ,  $n_{\text{изб}} = 0$ . Эти графики показывают, что даже при столь больших значениях  $N_x$  неудачный выбор значения  $m$  может привести к заметному уменьшению скорости передачи информации.

Проведенный анализ показывает, что с точки зрения повышения скорости передачи информации увеличение числа позиций  $m$  целесообразно. Однако увеличение скорости с ростом  $m$  происходит не монотонно, а более сложным образом, так что функция  $\frac{R(m)}{K_{\text{сж}}(m)}$  имеет ступенчатый характер, существенно зависящий от величины  $N_x$ , определяемой значением  $a$  при  $N = \text{const}$ . Кроме того, существует предельное значение  $m = N_x$ , при котором достигается макси-

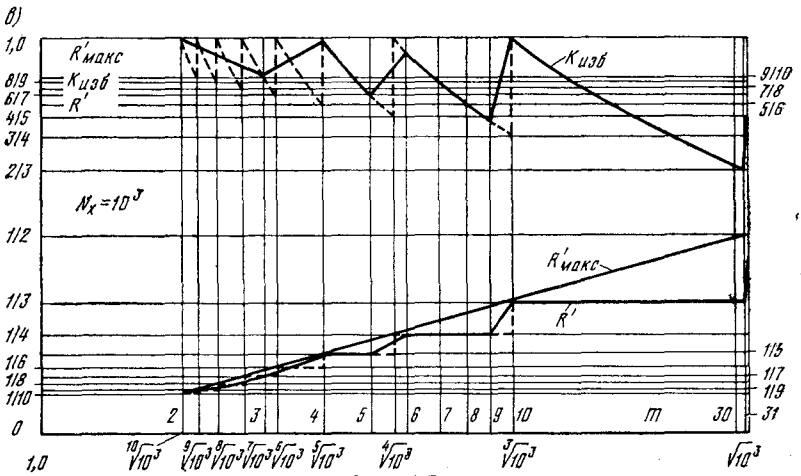
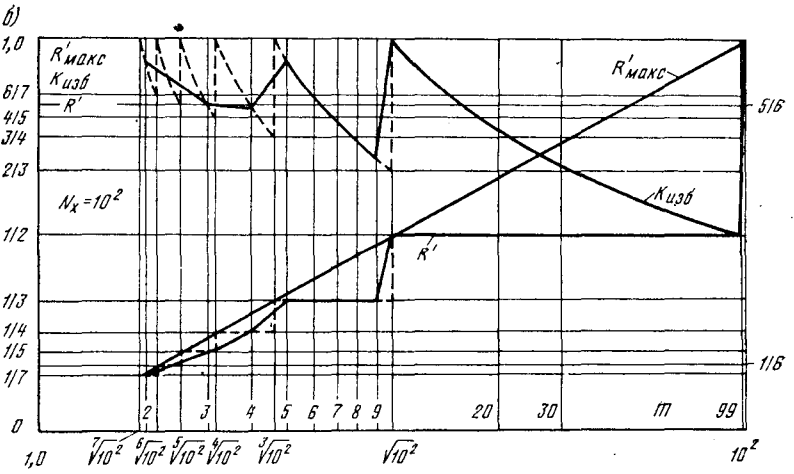
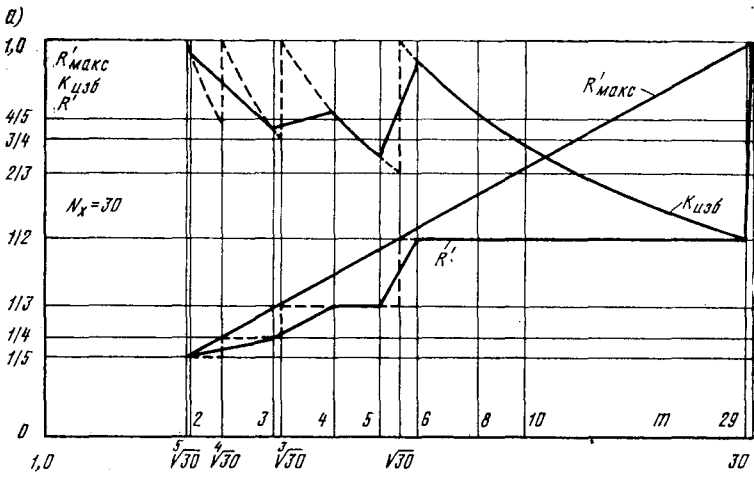


Рис. 3.5

мально возможная скорость передачи информации, определяемая (3.46).

Поскольку выше было рекомендовано вычислять  $R$  последовательно для значений  $a=1, 2, 3, \dots$ , то выбор целесообразного значения  $m$  также должен производиться для  $a=1, 2, 3, \dots$

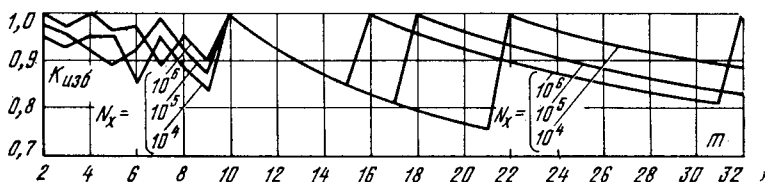


Рис. 3.6

Выигрыш в скорости передачи информации при переходе от бинарной к многопозиционной системе характеризуется коэффициентом  $B_R$ , равным

$$B_R = R_m / R_2, \quad (3.47)$$

где  $R_m, R_2$  — скорости передачи информации соответственно при  $m > 2$  и  $m = 2$ .

Воспользовавшись для определения  $R$  выражением (3.28), с учетом ряда ранее полученных выражений, представим (3.47), полагая также <sup>1)</sup>  $\tau_m = \tau_2 = \tau$ ,  $a_m = a_2 = a$ ,  $n_{изб\ m} = n_{изб\ 2} = n_{изб}$ , в форме

$$B_R = \frac{K_{сж\ m}}{K_{сж2}} \frac{[a \log_2 N] + n_{изб}}{[a \log_2 N] + n_{изб}}. \quad (3.48)$$

Аналитическое исследование (3.48) в общем случае невозможно, поскольку неизвестно аналитическое выражение для  $K_{сж}$ . В конкретных случаях, при известных параметрах ИС, можно вычислить значения  $K_{сж}$  последовательно для  $a=1, 2, 3, \dots$ , после чего определяется и  $B_R$ .

В частном случае, при отсутствии СК и ПК, а также КОС, что соответствует  $K_{сж} = 1$ ,  $n_{изб} = 0$ , из (3.48) получим

$$B_R = \frac{|\log_2 N_x|}{|\log_2 N_x| + \log_2 m}. \quad (3.49)$$

Легко убедиться, что в этом случае  $B_R > 1$  при  $m \geq 3$ ,  $N_x \geq 3$ , кроме единственного сочетания значений  $m=3$ ,  $N_x=4$ , при котором  $B_R=1$ . Значение  $B_R=1$  получается также при  $N_x=2$  во всем диапазоне  $m \geq 3$ . К сожалению, построение и анализ графиков  $B_R(m)$  при  $N_x = \text{const}$  весьма сложны. Поэтому результаты расчетов по (3.49) приведены ниже в виде таблиц; в каждой клетке ука-

<sup>1)</sup> Разумность этих ограничений вытекает из того, что в противном случае сравниваемые системы оказались бы в неравноправных условиях.

$B_R$	Вычисленные значения $N_x$ при					
	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$
1,0	$2^2$	—	—	—	—	—
5/4 (1,25)	$3^3+1 \div 2^5$	—	—	—	—	—
4/3 (1,33)	$3^3+1 \div 2^4$ $3^5+1 \div 2^8$	—	—	—	—	—
7/5 (1,4)	$3^4+1 \div 2^7$	—	—	—	—	—
(10/7) (1,43)	$3^6+1 \div 2^{10}$	—	—	—	—	—
3/2 (1,5)	$2^2+1 \div 2^3$ $2^5+1 \div 2^6$ $2^8+1 \div 2^9$	$2^2+1 \div 2^3$	$5^1+1 \div 2^3$	$6^1+1 \div 2^3$	$2^8$	—
8/5 (1,6)	$2^7+1 \div 3^5$	—	—	—	—	—
5/3 (1,67)	$2^9+1 \div 3^6$	$2^4+1 \div 2^5$	$5^3+1 \div 2^5$	—	—	—
7/4 (1,75)	$2^6+1 \div 3^4$	$2^6+1 \div 2^7$	$5^3+1 \div 2^7$	—	—	—
9/5 (1,8)	—	$2^8+1 \div 2^9$	—	—	—	—
2,0	$3^1 \div 3^2$	$2^1+1 \div 2^2$ $2^3+1 \div 2^4$ $2^5+1 \div 2^6$ $2^7+1 \div 2^8$ $2^9+1 \div 2^{10}$	$2^1+1 \div 2^2$ $2^3+1 \div 2^4$ $2^5+1 \div 2^6$ $2^7+1 \div 2^8$ $5^4+1 \div 2^{10}$	$2^1+1 \div 2^2$ $2^3+1 \div 2^4$ $6^2+1 \div 2^6$ $6^3+1 \div 2^8$	$2^1+1 \div 2^2$ $2^3+1 \div 2^4$ $7^2+1 \div 2^6$	$2^1+1 \div 2^2$ $2^3+1 \div 2^4$
9/4 (2,25)	—	—	$2^8+1 \div 2^9$	$2^8+1 \div 2^9$	$7^3+1 \div 2^9$	—
7/3 (2,33)	—	—	$2^6+1 \div 5^3$	$2^6+1 \div 2^7$	$2^6+1 \div 2^7$	$2^6+1 \div 2^7$

$B_R$	Вычисленные значения $N_x$ при					
	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$
5/2 (2,5)	—	—	$2^4+1 \div 5^3$ $2^9+1 \div 5^4$	$2^4+1 \div 2^5$ $2^9+1 \div 2^{10}$	$2^4+1 \div 2^5$ $2^9+1 \div 2^{10}$	$2^4+1 \div 2^5$ $2^9+1 \div 2^{10}$
8/3 (2,67)	—	—	—	$2^7+1 \div 6^3$	$2^7+1 \div 2^8$	$2^7+1 \div 2^8$
3,0	—	—	$5^1$	$2^2+1 \div 6^1$ $2^5+1 \div 6^2$	$2^2+1 \div 7^1$ $2^5+1 \div 7^2$ $2^8+1 \div 7^3$	$2^2+1 \div 2^3$ $2^5+1 \div 2^6$ $2^8+1 \div 2^9$

зан диапазон значений  $N_x$ , в пределах которого при  $m = \text{const}$  также  $B_R = \text{const}$ . В табл. 3.2 приведены результаты для диапазона  $N_x = 2^1+1 \div 2^{10}$ , а в табл. 3.3 — для  $N_x = 2^{10}+1 \div 2^{20}$ . Обе таблицы построены для значений  $m = 3 \div 8$ .

Анализ приведенных в табл. 3.2 и 3.3 данных показывает, что, хотя зависимость  $B_R$  от  $m$  и  $N_x$  имеет сложный характер, тенденция к увеличению  $B_R$  с ростом  $m$  и  $N_x$  проявляется вполне определенно. К такому же выводу можно прийти и из анализа табл. 3.4, построенной на основании табл. 3.2 и 3.3 и показывающей диапазон возможных значений  $B_R$  при  $m = \text{const}$  в диапазонах  $N_x = 2^1+1 \div 2^{10}$  и  $N_x = 2^{10}+1 \div 2^{20}$ . Вместе с тем из табл. 3.2 и 3.3 видно, что неудачный выбор значения  $m$  (при  $N_x = \text{const}$ ) может существенно уменьшить  $B_R$ . Например, из табл. 3.2 следует, что при  $N_x = 8$  выбор  $m = 7$  дает  $B_R = 1,5$ , а при  $m = 4; 5; 6; 8$  обеспечивается  $B_R = 2,0$ . На рис. 3.7 построены графики функций  $B_R(m)$  для нескольких значений  $N_x$ . Возрастающий ряд значений  $N_x$  на рис. а и б выбран так, что  $a$ -й член ряда был равен  $N_{xa} = N_{x1}^a$ . Это сделано для того, чтобы проследить влияние укрупнения алфавита ИС на значение  $B_R$ , для чего следует положить  $N_{x1} = N$ . Целесообразность укрупнения алфавита (выбор  $a \geq 1$ ) зависит от значений  $m$  и  $N$ , что совпадает с выводами, полученными при анализе рис. 3.2.

Из (3.49) можно определить

$$\lim_{N_x \rightarrow \infty} B_R = \log_2 m.$$

График функции  $\log_2 m = f(m)$  также показан на рис. 3.7.

Из рис. 3.7 а и б видно, что  $B_R$  достигает значения  $\log_2 m$  лишь при отдельных сочетаниях  $m$  и  $N_x$ . В то же время из табл. 3.2 и 3.3 можно установить, что имеются сочетания  $m$  и  $N_x$ , при которых  $B_R > \log_2 m$ <sup>1)</sup>. Несколько графиков  $B_R(m)$  для таких  $N_x$ , при кото-

<sup>1)</sup> Значения  $B_R > \log_2 m$  расположены в табл. 3.2 и 3.3 ниже жирной линии.

$B_R$	Вычисленное значение $N_x$ при					
	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$
1,0	—	—	—	—	—	—
13/9 (1,44)	$3^8 + 1 \div 2^{13}$	—	—	—	—	—
16/11 (1,45)	$3^{10} + 1 \div 2^{16}$	—	—	—	—	—
3/2 (1,5)	$3^7 + 1 \div 2^{12}$ $3^9 + 1 \div 2^{15}$ $3^{11} + 1 \div 2^{18}$	—	—	—	—	—
20/13 (1,54)	$3^{12} + 1 \div 2^{20}$	—	—	—	—	—
17/11 (1,545)	$2^{16} + 1 \div 2^{17}$	—	—	—	—	—
14/9 (1,55)	$2^{13} + 1 \div 2^{14}$	—	—	—	—	—
11/7 (1,57)	$2^{10} + 1 \div 2^{11}$	—	—	—	—	—
19/12 (1,58)	$2^{18} + 1 \div 2^{19}$	—	—	—	—	—
8/5 (1,6)	$2^{15} + 1 \div 3^{10}$	—	—	—	—	—
13/8 (1,625)	$2^{12} + 1 \div 3^8$	—	—	—	—	—
18/11 (1,64)	$2^{17} + 1 \div 3^{11}$	—	—	—	—	—
5/3 (1,67)	$2^{14} + 1 \div 3^9$ $2^{19} + 1 \div 3^{12}$	—	—	—	—	—
12/7 (1,71)	$2^{11} + 1 \div 3^7$	—	—	—	—	—

$B_R$	Вычисленное значение $N_x$ при					
	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$
11/6 (1,83)	—	$2^{10} + 1 \div 2^{11}$	—	—	—	—
13/7 (1,86)	—	$2^{12} + 1 \div 2^{13}$	—	—	—	—
15/8 (1,875)	—	$2^{14} + 1 \div 2^{16}$	—	—	—	—
17/9 (1,88)	—	$2^{16} + 1 \div 2^{17}$	—	—	—	—
19/10 (1,9)	—	$2^{18} + 1 \div 2^{19}$	—	—	—	—
2,0	—	$2^{11} + 1 \div 2^{12}$ $2^{13} + 1 \div 2^{14}$ $2^{15} + 1 \div 2^{16}$ $2^{17} + 1 \div 2^{18}$ $2^{19} + 1 \div 2^{20}$	$5^5 + 1 \div 2^{12}$ $5^6 + 1 \div 2^{14}$	—	—	—
19/9 (2,11)	—	—	$5^8 + 1 \div 2^{19}$	—	—	—
17/8 (2,125)	—	—	$5^7 + 1 \div 2^{17}$	—	—	—
15/7 (2,143)	—	—	$2^{14} + 1 \div 2^{15}$	—	—	—
13/6 (2,167)	—	—	$2^{12} + 1 \div 2^{13}$	$6^5 + 1 \div 2^{13}$	—	—
11/5 (2,2)	—	—	$2^{10} + 1 \div 2^{11}$	$6^4 + 1 \div 2^{11}$	—	—
20/9 (2,22)	—	—	$2^{19} + 1 \div 2^{20}$	—	—	—
9/4 (2,25)	—	—	$2^{17} + 1 \div 2^{18}$	—	—	—



$R_B$	Вычисленное значение $N_x$ при					
	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$
16/7 (2,285)	—	—	$2^{15}+1 \div 2^{16}$	$6^6+1 \div 2^{16}$	—	—
7/3 (2,33)	—	—	$2^{13}+1 \div 5^6$	$2^{13}+1 \div 2^{14}$	—	—
19/8 (2,375)	—	—	$2^{16}+1 \div 5^8$	$6^7+1 \div 2^{19}$	—	—
12/5 (2,4)	—	—	$2^{11}+1 \div 5^5$	$2^{11}+1 \div 2^{12}$	$7^4+1 \div 2^{12}$	—
17/7 (2,43)	—	—	$2^{16}+1 \div 5^7$	$2^{16}+1 \div 2^{17}$	$7^6+1 \div 2^{17}$	—
5/2 (2,5)	—	—	—	$2^{14}+1 \div 2^{15}$ $2^{19}+1 \div 2^{20}$	$7^5+1 \div 2^{15}$ $7^7+1 \div 2^{20}$	—
18/7 (2,57)	—	—	—	$2^{17}+1 \div 2^{18}$	$2^{17}+1 \div 2^{18}$	—
13/5 (2,6)	—	—	—	$2^{12}+1 \div 6^5$	$2^{12}+1 \div 2^{13}$	$2^{12}+1 \div 2^{13}$
8/3 (2,67)	—	—	—	$2^{15}+1 \div 6^6$	$2^{15}+1 \div 2^{16}$	$2^{15}+1 \div 2^{16}$
19/7 (2,71)	—	—	—	$2^{18}+1 \div 6^7$	$2^{18}+1 \div 2^{19}$	$2^{18}+1 \div 2^{19}$
11/4 (2,75)	—	—	—	$2^{10}+1 \div 6^4$	$2^{10}+1 \div 2^{11}$	$2^{10}+1 \div 2^{11}$
14/5 (2,8)	—	—	—	—	$2^{13}+1 \div 2^{14}$	$2^{13}+1 \div 2^{14}$
17/6 (2,83)	—	—	—	—	$2^{16}+1 \div 7^6$	$2^{16}+1 \div 2^{17}$
20/7 (2,86)	—	—	—	—	$2^{19}+1 \div 7^7$	$2^{19}+1 \div 2^{20}$
3,0	—	—	—	—	$2^{11}+1 \div 7^4$ $2^{14}+1 \div 7^5$	$2^{11}+1 \div 2^{12}$ $2^{14}+1 \div 2^{15}$ $2^{17}+1 \div 2^{18}$

$m$	3	4	5	6	7	8	$N_x$
$B_R$	1,0 ÷ 2,0	1,5 ÷ 2,0	1,5 ÷ 3,0	1,5 ÷ 3,0	1,5 ÷ 3,0	2,0 ÷ 3,0	$2^1 + 1 \div 2^{10}$
	1,44 ÷ 1,71	1,88 ÷ 2,0	2,0 ÷ 2,43	2,167 ÷ 2,75	2,4 ÷ 3,0	2,6 ÷ 3,0	$2^{10} + 1 \div 2^{20}$

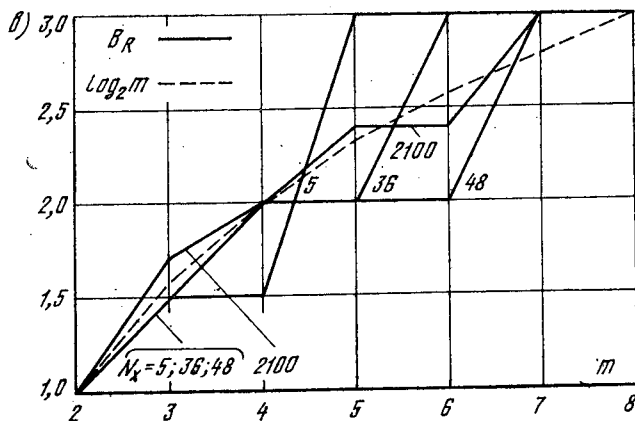
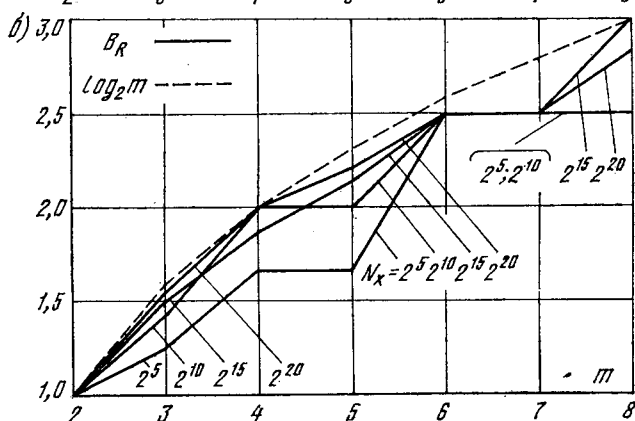
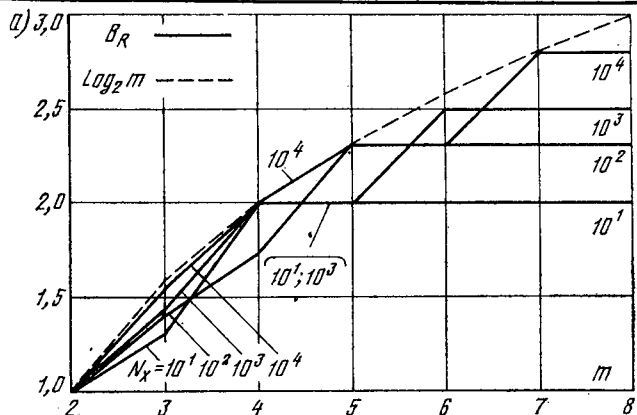


Рис. 3.7

рых возможны значения  $B_R > \log_2 m$ , показано на рис. 3.7в. Таким образом, хотя в большинстве случаев  $B_R \leq \log_2 m$ , возможны сочетания  $m$  и  $N_x$ , при которых  $B_R > \log_2 m$ .

Для многоканальной структуры получим

$$R = \sum_{i=1}^L R_i, \quad (3.50)$$

где  $L$  — число каналов в многоканальной структуре;  $R_i$  — скорость передачи информации в  $i$ -м канале.

Для случая идентичных каналов из (3.50) получим

$$R_L = LR, \quad (3.51)$$

где  $R$  — скорость передачи информации в одном канале.

Из проведенного рассмотрения видно, что скорость передачи информации в общем случае является функцией вида

$$R = f\{N, p_w(A_i), K_{\text{энтр}}, L, a, m, \tau, n_{\text{изб. п. к}}, n_{\text{изб. о. с}}\};$$

$$i = \overline{1, N}; \quad \omega = \overline{0, \omega_{\text{макс}}}. \quad (3.52)$$

Пределы возможных изменений значений аргументов функциональной зависимости для  $R$ , характер их изменения (непрерывный или дискретный), а также возможные значения для дискретно изменяющихся аргументов видны из табл. 3.5. Аргументы  $L, a, m, \tau, n_{\text{изб. п. к}}, n_{\text{изб. о. с}}$  в (3.52) взаимонезависимы. Среди них имеется, по крайней мере, один, который можно изменять плавно от 0 до  $\infty$

Таблица 3.5

Аргумент	Пределы изменения	Характер изменения	Возможные дискретные значения
$L$	$1 \leq L < \infty$	Дискретный	1, 2, 3, ...
$m$	$2 \leq m < \infty$	»	2, 3, 4, ...
$\tau$	$0 \leq \tau < \infty$	Непрерывный	—
$N$	$2 \leq N < \infty$	Дискретный	2, 3, 4, ...
$a$	$1 \leq a < \infty$	»	1, 2, 3, ...
$n_{\text{изб. п. к}}$	$0 \leq n_{\text{изб. п. к}} < \infty$	»	0, 1, 2, ...
$n_{\text{изб. о. с}}$	$0 \leq n_{\text{изб. о. с}} < \infty$	Непрерывный	—

(аргумент  $\tau$ ), причем, как видно из (3.12),  $R$  может плавно изменяться от 0 до  $\infty$ . Следовательно, одно и то же значение  $R$  может быть достигнуто при различных сочетаниях внутренних параметров СПДИ.

Интересная особенность внешнего параметра  $R$  состоит в том, что он не зависит от того, при каком сочетании значений  $\eta, \beta, m_s$  и видов модуляции получено значение  $m$ .

Если в качестве единицы информации принять двоичную единицу (бит), а в качестве единицы времени — секунду, то размерность  $R$  будет бит/с. Эту единицу и будем использовать в дальнейшем. Соответственно логарифмы оснований алфавитов сообщений и сигналов будем полагать равными двум.

Величина  $1/\tau$  определяет количество элементарных кодовых видеоимпульсов, отображающих символы кодовой комбинации, в единицу времени, и имеет различные названия: скорость манипуляции [29], скорость телеграфирования [89], техническая скорость [161], скорость передачи сигналов [48, 153]. Эта скорость выражается в бодах. По-видимому, наиболее удачным термином является скорость манипуляции.

Встречаются также понятия скорости передачи сообщений или данных, а также различных конкретных элементов сообщений — знаков, букв и т. п. Все эти понятия определяются как  $1/T_3$ , где  $T_3$  — длительность данного элемента сообщения.

### 3.3. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СПДИ

Помехоустойчивость согласно [166, 179] есть «способность системы передачи противостоять вредному действию помех». Вредное действие помех состоит в том, что принятое сообщение (сигнал) отличается от переданного. Различие между принятым и переданным сообщениями (сигналами) в [166, 179] предлагается оценивать величиной, имеющей название «*верность передачи информации*» (или просто «*верность*») <sup>1)</sup> и определяемой как «мера соответствия принятого сообщения (сигнала) переданному».

Верность при заданной помехе является количественной мерой помехоустойчивости. Эта мера может быть различной, в зависимости от того, каким образом оценивать степень соответствия между принятыми и переданными сообщениями (сигналами). Выбор меры верности в значительной степени произволен и зависит как от характера передаваемой информации, так и от назначения системы связи. Вместе с тем к мере верности следует предъявить и ряд заранее заданных требований. Среди них основными являются однозначность и практическая целесообразность.

Рассмотрим вопрос о выборе меры верности. Любая система связи не является изолированной, а составляет звено некоторой более общей системы. Принятая на выходе системы связи информация влияет на функционирование всей системы: если в ней есть ошибки, то они приведут к различным отклонениям от оптимального функционирования. Нежелательность того или иного отклонения зависит от назначения общей системы и определяется величиной убытков (потерь), которые при этом терпит система. Именно величина убытков (потерь) и должна быть выбрана в качестве меры верности. Эта мера удовлетворяет вышеприведенным требо-

<sup>1)</sup> В литературе вместо термина «верность» часто применяется термин «достоверность». В [179] этот термин не рекомендуется.

ваниям. Действительно, она однозначна, поскольку убытки можно измерить однозначно; она практически целесообразна, поскольку понятие убытков является наглядным и логически оправданным параметром качества функционирования системы. Что касается сложности, то введенная таким образом мера верности определяется характером зависимостей между различными видами ошибок и вызванных ими убытков.

Применительно к СПДИ верность определяется следующим образом. Пусть произошла ошибка вида  $A_i \rightarrow A_k$ , где  $A_i \in \{A\}$ ,  $A_k \in \{A'\}$ . Убытки, которые терпит при этом система, определим как

$$Y_{ik}(A) = r_{ik}(A) p_{ik}(A), \quad (3.53)$$

где  $p_{ik}(A)$  — вероятность ошибки вида  $A_i \rightarrow A_k$ ;  $r_{ik}(A)$  — весовой коэффициент, определяющий величину убытков от ошибки вида  $A_i \rightarrow A_k$  и определяемый как

$$r_{ik}(A) = \begin{cases} \geq 0, & i \neq k; \\ 0, & i = k. \end{cases} \quad (3.54)$$

Среднее значение убытков данного вида с учетом (3.53) равно

$$\overline{Y_{ik}(A)} = p(A_i) r_{ik}(A) p_{ik}(A). \quad (3.55)$$

Совокупность определяемых (3.55) средних значений убытков образует матрицу убытков:

$$\| p(A_i) r_{ik}(A) p_{ik}(A) \|, \quad (3.56)$$

Среднее значение убытков (потерь) по всем передаваемым буквам и всем видам ошибок определится из выражения

$$\overline{Y(A)} = \sum_{k=1}^{N'} \sum_{i=1}^N p(A_i) r_{ik}(A) p_{ik}(A). \quad (3.57)$$

Величина  $\overline{Y(A)}$  в теории статистических решений называется *средним риском*. Таким образом, *мерой верности для СПДИ является средний риск, определяемый (3.57)*.

В (3.57) в качестве элемента сообщения принята буква алфавита ИС. Но в качестве элемента сообщения можно рассматривать и некоторую совокупность из  $b=1, 2, 3, \dots$  букв (назовем ее командой). Тогда совершенно аналогично можно ввести средний риск для команды из  $b$  букв

$$\overline{Y[K(b)]} = \sum_{k=1}^{N'_b} \sum_{i=1}^{N_b} p[K_i(b)] r_{ik}[K(b)] p_{ik}[K(b)], \quad (3.58)$$

где  $K(b)$  — совокупность (команда) из  $b$  букв алфавита  $\{A\}$ ;  $p[K_i(b)]$  — вероятность передачи  $i$ -й команды;  $N_b = N^b$ ,  $N'_b \geq N_b = N^b$  — соответственно количество команд на входе и выходе СПДИ. Очевидно, что (3.57) является частным случаем (3.58) при  $b=1$ .

Следует подчеркнуть, что выбор  $b > 1$  не вносит каких-либо изменений в СПДИ (по сравнению со случаем  $b = 1$ ). В частности выбор значения  $a$  в КСообщ никак не связан со значением  $b$ .

Полученные выше выражения для среднего риска определены как средние по ансамблю. Полагая потоки команд (букв) и ошибок в сообщении стационарными случайными процессами, по крайней мере, на ограниченных отрезках времени (отрезках локальной стационарности), можно ввести средний риск как среднее по времени, т. е. определить  $\overline{Y[K(b)]}$  выражением вида

$$\overline{Y[K(b)]} = \lim_{n_{\Sigma}[K(b)] \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^{N'_b} \sum_{i=1}^{N_b} r_{ik}[K(b)] n_{ik}[K(b)]}{n_{\Sigma}[K(b)]}, \quad (3.59)$$

где  $n_{\Sigma}[K(b)]$  — общее количество переданных команд  $K(b)$ ;  $n_{ik}[K(b)]$  — количество команд, принятых с ошибкой вида  $K_i(b) \rightarrow K_k(b)$ .

Наибольшую трудность при вычислении среднего риска вызывает определение матрицы  $\|r_{ik}[K(b)]\|$ . В общем случае логично считать, что  $r_{ik}[K(b)]$  является некоторой функцией абсолютного значения разности между  $i$  и  $k$ , т. е.

$$r_{ik}[K(b)] = r(|i - k|).$$

Ничего более определенного относительно вида функции  $r$  в общем виде сказать нельзя. В конкретных случаях эта функция должна определяться с учетом назначения системы. Если отсутствуют четкие критерии, то при определении функции  $r$  неизбежен субъективизм. Несколько лучшие результаты можно получить, усреднив оценки функции  $r$  группой лиц (метод экспертных оценок). При выборе вида функции  $r$  учитываются также соображения удобства ее практического применения. В частности, находит применение представление  $r_{ik}[K(b)]$  в виде

$$r_{ik}[K(b)] = \begin{cases} |i - k|^{\alpha}, & i \neq k; \\ 0, & i = k, \end{cases} \quad (3.60)$$

где  $\alpha \geq 0$ . При таком представлении вопрос сводится к выбору значения коэффициента  $\alpha$ . При  $\alpha = 0$  из (3.60) получим

$$r_{ik}[K(b)] = \begin{cases} 1, & i \neq k; \\ 0, & i = k. \end{cases} \quad (3.61)$$

Этот вид функции  $r$  является наиболее благоприятным для вычисления среднего риска. Подставляя значение  $r_{ik}[K(b)]$  из (3.61) в (3.58), получим

$$\overline{Y[K(b)]} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N'_b} \sum_{i=1}^{N_b} p[K_i(b)] p_{ik}[K(b)]. \quad (3.62)$$

С учетом того, что  $\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N'_b} p_{ik}[K(b)] + p_{ii}[K(b)] = 1$  и  $\sum_{i=1}^{N_b} p [K_i(b)] = 1$ , преобразуем (3.62) к виду

$$\overline{Y[K(b)]} = 1 - \sum_{i=1}^{N_b} p [K_i(b)] p_{ii} [K(b)]. \quad (3.63)$$

По своему смыслу  $p_{ii}[K(b)]$  есть вероятность правильного приема этой команды. Следовательно, второй член в правой части (3.63) определяет вероятность правильного приема команды по всему множеству команд  $\{K(b)\} = \{K_1(b), \dots, K_{N_b}(b)\}$ , а вся правая часть (3.63) — вероятность ошибки (сбоя) при передаче команды из множества  $\{K(b)\}$ . Другими словами, при выполнении (3.61) средний риск совпадает с вероятностью сбоя команды:

$$\overline{Y[K(b)]} = P_{сб} [K(b)] = 1 - \sum_{i=1}^{N_b} p [K_i(b)] P_{пр} [K_i(b)], \quad (3.64)$$

где  $P_{пр}[K_i(b)]$  — вероятность правильного приема команды  $K_i(b)$ .

При определении среднего риска (вероятности сбоя команды) как среднего по времени вместо (3.59) в этом случае получим

$$\overline{Y[K(b)]} = P_{сб} [K(b)] = \lim_{n_{\Sigma} [K(b)] \rightarrow \infty} \frac{n [K(b)]}{n_{\Sigma} [K(b)]}, \quad (3.65)$$

где  $n[K(b)]$  — количество команд, принятых с ошибкой.

Элементы матрицы  $\|r_{ik}[K(b)]\|$  удовлетворяют условию (3.61) в том случае, когда ошибки всех видов в одинаковой степени нежелательны. Во многих практически важных случаях можно считать, что (3.61) достаточно хорошо соответствует истинной ситуации. Однако можно привести и немало примеров, когда это условие заведомо неприемлемо. В частности, это имеет место в случае, когда множество команд на выходе  $\{K'(b)\} = \{K'_1(b), \dots, K_{N'_b}(b)\}$  больше множества команд на входе  $\{K(b)\} = \{K_1(b), \dots, K_{N_b}(b)\}$ ,  $N'_b > N_b$ ,  $\{N'_b\} = \{N_b\} + \{N''_b\}$ . В этом случае ошибка вида  $K_i(b) \rightarrow K_k(b)$ ,  $i \in \{N_b\}$ ,  $k \in \{N''_b\}$  обнаруживается, что, конечно, не равноценно необнаруженной ошибке. Если полагать, что (3.61) приемлемо только для  $k \in \{N_b\}$ , то из (3.58) получим

$$\begin{aligned} \overline{Y[K(b)]} &= \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} p [K_i(b)] p_{ik} [K(b)] + \\ &+ \sum_{k=N_b+1}^{N'_b} \sum_{i=1}^{N_b} p [K_i(b)] r_{ik} [K(b)] p_{ik} [K(b)], \end{aligned} \quad (3.66)$$

а из (3.59) — соответственно

$$\overline{Y[K(b)]} = \lim_{n_{\Sigma}[K(b)] \rightarrow \infty} \frac{n_1[K(b)] + \sum_{k=N_b+1}^{N'_b} \sum_{i=1}^{N_b} r_{ik}[K(b)] n_{ik}[K(b)]}{n_{\Sigma}[K(b)]}, \quad (3.67)$$

где  $n_{ik}[K(b)]$  — количество команд, принятых с ошибкой вида  $K_i(b) \rightarrow K_k(b)$ ,  $i, k \in \{N_b\}$ .

Из СПДИ с  $N'_b > N_b$  наибольший практический интерес представляет случай  $N'_b = N_b + 1$ . Такие СПДИ могут работать в двух различных режимах: либо команда, оказавшаяся при приеме за пределами множества  $\{K(b)\}$  считается не доставленной получателю (стертой), либо она передается повторно (если имеется КОС). Для СПДИ со стиранием, полагая

$$r_{ik}[K(b)] = r_{ст}[K(b)], \quad i \in \{N_b\}, \quad k = N_b + 1, \quad (3.68)$$

из (3.67) с учетом (3.68) получим

$$\overline{Y[K(b)]} = P_{сб. необн}[K(b)] + r_{ст}[K(b)] P_{ст}[K(b)], \quad (3.69)$$

где  $P_{сб. необн}[K(b)]$  — вероятность необнаруженного сбоя команды  $K(b)$ , т. е. вероятность ошибки вида  $K_i(b) \rightarrow K_k(b)$ ;  $i, k \in \{N_b\}$ ;  $P_{ст}[K(b)]$  — вероятность стирания команды  $K(b)$ , т. е. вероятность ошибки вида  $K_i(b) \rightarrow K_k(b)$ ,  $i \in \{N_b\}$ ,  $k = N_b + 1$ .

Выражение (3.69) формально справедливо и для СПДИ с КОС, если обозначения  $P_{сб. необн}[K(b)]$  и  $P_{ст}[K(b)]$  заменить соответственно на  $P_{сб. необн. ост}[K(b)]$  и  $P_{ст. ост}[K(b)]$ , где индекс «ост» подчеркивает, что речь идет об остаточных вероятностях, т. е. вероятностях, которые будут зафиксированы после всех повторных передач команд. Очевидно, что при прочих равных условиях  $P_{ст. ост}[K(b)] < P_{ст}[K(b)]$  и  $P_{сб. необн. ост}[K(b)] \geq P_{сб. необн}[K(b)]$ , так что в общем случае

$$(\overline{Y[K(b)]})_{ст} \approx (\overline{Y[K(b)]})_{о. с.}$$

где индексы «ст» и «о. с» указывают на принадлежность среднего риска  $\overline{Y[K(b)]}$  соответственно СПДИ со стиранием или с КОС. Поскольку СПДИ с КОС сложнее, чем СПДИ со стиранием, то имеет смысл рассматривать только такие СПДИ с КОС, для которых справедливо  $(\overline{Y[K(b)]})_{ст} > (\overline{Y[K(b)]})_{о. с.}$

Уменьшение среднего риска в СПДИ с КОС (по сравнению с СПДИ со стиранием) достается, конечно, не даром. За него приходится расплачиваться усложнением СПДИ и увеличением задержек в передаче команд. Оставляя в стороне вопрос об усложнении СПДИ, рассмотрим последствия увеличения задержек. Здесь может быть два разных подхода.

Первый из них состоит в том, что задержки учитываются как параметр  $n_{изб. о. с}$  — среднее на кодовую комбинацию количество избыточных символов, образующееся за счет того, что некоторые



отрезки сообщения передаются более одного раза. При таком подходе выражение (3.69) с учетом добавления индексов «ост» в соответствующие вероятности оказывается справедливым для СПДИ с КОС не только формально, но и по существу.

Второй подход состоит в том, что задержки рассматриваются как дополнительные потери (убытки), учитываемые соответствующими весовыми коэффициентами. В этом случае вместо (3.69) получим

$$\overline{Y[K(b)]} = P_{\text{сб. необн. ост}} [K(b)] + r_{\text{ст}} [K(b)] P_{\text{ст. ост}} [K(b)] + P_{\text{ст}} [K(b)] M [i l T_k r_3 (i l T_k)], \quad (3.70)$$

где  $M(x)$  — математическое ожидание величины  $x$ ;  $i$  — количество повторных передач команды, попавшей в область стирания<sup>1)</sup>;  $l = 1, 2, 3, \dots$  — целое положительное число, зависящее от режима работы СПДИ с КОС<sup>2)</sup>;  $T_k$  — длительность команды;  $r_3(i l T_k)$  — весовой коэффициент убытков, которые терпит система при задержке в передаче команды на время  $t_3 = i l T_k$ ;  $P_{\text{ст}}[K(b)]$  — вероятность попадания команды  $K(b)$  в область стирания.

Естественно, при определении  $\overline{Y[K(b)]}$  выражением (3.70) в выражениях для  $R$  следует полагать  $n_{\text{изб. о. с}} = 0$ .

В общем случае невозможно отдать предпочтение тому или иному подходу. В конкретных ситуациях, разумеется, более целесообразным оказывается один из них. В частности, преимущество использования параметра  $n_{\text{изб. о. с}}$  состоит в том, что при этом не требуется определения весовых коэффициентов  $r_3(i l T_k)$ . В то же время  $n_{\text{изб. о. с}}$  с достаточной точностью определяется простым выражением [57]  $n_{\text{изб. о. с}} = \frac{P_{\text{ст}}[K(b)]}{1 - P_{\text{ст}}[K(b)]}$ .

Для определения помехоустойчивости СПДИ с КОС в литературе обычно используется выражение [57, 161]

$$P_{\text{сб}}[K(b)] = P_{\text{сб. необн. ост}} [K(b)] = \frac{P_{\text{сб. необн}} [K(b)]}{1 - P_{\text{ст}} [K(b)]}. \quad (3.71)$$

Легко видеть, что (3.71) получается из (3.70), если в последнем положить

$$r_3(i l T_k) = 0 \quad (3.72)$$

и

$$P_{\text{ст. ост}} [K(b)] = 0. \quad (3.73)$$

Таким образом, обычно используемое в литературе выражение для  $P_{\text{сб}}[K(b)]$  справедливо лишь при допущениях<sup>3)</sup> (3.72) и (3.73).

<sup>1)</sup> Повторные передачи команды необходимы для того, чтобы она была отождествлена с одной из разрешенных команд либо окончательно зафиксирована как стертая.

<sup>2)</sup> Если положить  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ , то при  $l = 0$  (3.70) переходит в (3.69). Это позволяет считать (3.70) общим выражением для систем с  $N'_b = N_b + 1$ .

<sup>3)</sup> Допущение (3.72) становится ненужным, если задержка за счет обратной связи учитывается параметром  $n_{\text{изб. о. с}}$ .

Упрощение в вычислении среднего риска, достигаемое при наложении условия (3.61), а для СПДИ с КОС также (3.72) и (3.73), настолько значительно, а точность определения истинных значений весовых коэффициентов настолько мала, что эти условия получили широкое применение. Однако поскольку весовые коэффициенты из выражений для среднего риска при этом вообще исчезают, а само понятие среднего риска заменяется понятием вероятности сбоя (команды), то возникает опасность неадекватного применения выражений для вероятности сбоя. Поэтому при оценке помехоустойчивости конкретных СПДИ следует всегда проверять приемлемость условий (3.61), (3.72) и (3.73).

В дальнейшем задержки будем учитывать параметром  $n_{изб. о. с.}$ . Будем также полагать, что условия (3.61) и (3.73) приемлемы и, следовательно, допустимо пользоваться выражениями не для среднего риска, а для вероятности сбоя.

Вероятность сбоя команды  $P_{сб}[K(b)]$  есть не что иное, как математическое ожидание случайного процесса, каким является процесс появления сбоев. Величина  $P_{сб}[K(b)]$  настолько неполно характеризует помехоустойчивость, насколько неполно математическое ожидание характеризует случайный процесс. В частности, она не дает никакого представления о характере распределения сбоев по сообщению — расположены ли они равномерно или группируются в «пачки», если да, то какова средняя длина этих «пачек», каков разброс длин «пачек» и расстояний между ними и т. д. А между тем для ПС характер распределения сбоев в общем случае не безразличен, поскольку он влияет на функционирование более общей системы, в которой работает СПДИ.

В последнее время появилось значительное число работ, в которых приводятся данные о характере распределения сбоев по сообщению. Обзор и критический анализ таких работ имеется в [161]. В принципе, данные о характере распределения сбоев по сообщению можно было бы использовать в качестве дополнительных показателей помехоустойчивости. Однако попытка построить общую теорию помехоустойчивости с учетом параметров, характеризующих распределение сбоев по сообщению, наталкивается на чрезвычайно большие трудности. В связи с этим оценка помехоустойчивости по одному параметру — вероятности сбоя команды — представляется единственно реальным выходом. Другое дело, что при вычислении вероятности сбоя команды должны быть по возможности учтены и параметры распределения сбоев по сообщению.

Рассмотрим вопрос о выборе смысла команды, т. е. о выборе числа букв алфавита ИС в команде. В общем случае смысл команды определяется тем, в каких целях используется в дальнейшем вероятность сбоя команды. Так, если помехоустойчивость определяется просто как один из внешних параметров СПДИ, то можно выбрать любое значение  $b$ . Важно лишь, чтобы оно было оговорено. Конечно, при этом желательно учитывать соображения удобства, простоты, естественности, сложившиеся правила и традиции и т. д. Например, если определяется помехоустойчивость

СПДИ, передающей буквенный текст, то рационально выбрать  $b = 1$ . Если же определяется помехоустойчивость СПДИ, работающей в системе управления, причем управление производится с помощью дискретного набора команд, в каждой из которых содержится одинаковое число букв  $b > 1$ , то помехоустойчивость следует определять вероятностью сбоя данной команды. Совершенно очевидно, что эти вероятности взаимосвязаны, так что, зная одну из них, в принципе, всегда можно определить другую.

Иначе стоит вопрос о выборе смысла команды, вероятность сбоя которой необходимо учитывать при сравнительной оценке СПДИ. В этом случае нельзя просто условиться выбирать какое-то значение  $b$ , а необходимо определить его с учетом наперед сформулированных требований, обеспечивающих равноправные условия для сравниваемых СПДИ.

Для установления условий равноправности обратимся к формулировке основной задачи теории передачи информации, как она изложена в § 1.1. Эта задача состоит в том, чтобы найти рациональное (оптимальное) строение КУ и ДКУ (в широком смысле) при заданных параметрах ИС, ПС, а также КС (непрерывного) и помех. Сравнительная оценка СПДИ, являясь, по существу, методом нахождения рационального строения КУ и ДКУ (в широком смысле)<sup>1)</sup>, также должна проводиться в тех же условиях, т. е. при фиксированных параметрах ИС, ПС, КС и помех. К этому следует добавить, что также и все внешние условия и ограничения должны быть положены равными для сравниваемых СПДИ. В частности, применительно к рассматриваемому вопросу о помехоустойчивости должны быть положены одинаковыми матрицы  $\|r_{ik}[K(b)]\|$ .

Сформулированные условия позволяют решить и вопрос о выборе значения  $b \geq 1$  в сравниваемых СПДИ, при котором обеспечивается их равноправность. Для этого потребуем, чтобы ансамбли команд в сравниваемых СПДИ были одинаковыми, а следовательно, одинаковым было и количество информации, содержащееся в аналогичных командах. Но как ансамбль команд, так и алфавит, из которого он образуется, одинаков для сравниваемых СПДИ. Более того, это один и тот же ансамбль, образуемый из алфавита одного и того же ИС. Следовательно, условие равноправности сравниваемых  $i$ - и  $j$ -й СПДИ сводится к тривиальному равенству

$$b_i = b_j. \quad (3.74)$$

Коль скоро вероятность сбоя команды из любого числа букв пригодна для использования в качестве меры помехоустойчивости, то вероятность сбоя команды, поделенная на некоторое постоянное число, также является подходящей мерой. Эту новую меру можно рассматривать как некое нормированное значение вероятности

<sup>1)</sup> Метод сравнения является вынужденным методом поиска рациональных способов построения кодирующего и декодирующего (в широком смысле) устройств, поскольку конструктивной теории нахождения оптимальных параметров этих устройств не существует.

сбоя команды. Но можно придать ей и определенный физический смысл, если соответствующим образом выбрать величину, на которую делится вероятность сбоя команды. Например, если в качестве такой величины выбрать среднее количество информации, содержащееся в команде ( $J_{\text{ср}}[K(b)]$ ), то нормированное значение приобретает смысл вероятности сбоя единицы информации:

$$P_{\text{сб. е. и}} = \frac{P_{\text{сб}}[K(b)]}{J_{\text{ср}}[K(b)]}. \quad (3.75)$$

В дальнейшем  $P_{\text{сб. е. и}}$ , определяемая (3.75), будет использоваться в качестве универсальной меры помехоустойчивости СПДИ.

В частном случае, когда  $b=la$ ,  $l=1, 2, 3, \dots$  и сбои букв происходят независимо, справедливо выражение

$$P_{\text{сб}}[K(b)] = lP_{\text{сб}}[K(a)], \quad (3.76)$$

где  $K(a)$  — команда из  $a$  букв алфавита ИС.

Учитывая также свойство аддитивности информации, на основании которого  $J_{\text{ср}}[K(b)] = lJ_{\text{ср}}[K(a)]$ , вместо (3.75) с учетом (3.76) получим  $P_{\text{сб. е. и}} = \frac{P_{\text{сб}}[K(a)]}{J_{\text{ср}}[K(a)]}$ .

Наконец, учитывая, что  $J_{\text{ср}}[K(a)] = H(\text{ЭИС})$ , представим выражение для  $P_{\text{сб. е. и}}$  в окончательной форме:

$$P_{\text{сб. е. и}} = \frac{P_{\text{сб}}[K(a)]}{H(\text{ЭИС})}. \quad (3.77)$$

Легко видеть, что величина  $P_{\text{сб. е. и}}$  инвариантна относительно значения  $b$  и в этом состоит ее основное преимущество перед  $P_{\text{сб}}[K(b)]$ . Не следует забывать, однако, что (3.77) справедливо только для оговоренных выше условий.

Рассмотрим несколько частных случаев, полагая, что условия, при которых справедливо выражение (3.77), выполняются.

В качестве первого примера рассмотрим случай простого кодирования и отсутствия КОС<sup>1)</sup>. Команда  $K(a)$  будет сбита, если сбит хотя бы один из составляющих ее элементарных кодовых символов (предполагается, что непреднамеренная избыточность, имеющаяся в простом коде, не используется для коррекции ошибок).

<sup>1)</sup> Простым будем называть такой метод кодирования, при котором число символов в кодовой комбинации совпадает с числом информационных символов. Это эквивалентно условию  $n_{\text{изб.п.к}}=0$ . Отсутствие КОС означает, что также  $n_{\text{изб.о.с}}=0$ . В литературе этот метод кодирования и соответствующий код имеют и другие наименования, например, примитивный [160, 161], первичный [150]. Вообще наблюдается заметный разнобой в терминологии, относящейся к кодированию. Так, существует деление кодов на безыбыточные и коды с избыточностью [19, 83] по признаку  $m^n = N_x$  или  $m^n > N_x$ . Синонимами этих терминов в [83] являются «полный код» и «неполный код». В [153] для кодов, названных здесь простыми, употребляется термин «минимальные коды», отождествляемый далее с термином «коды без избыточности». Примеры такой терминологической несогласованности можно было бы продолжить.

Полагая также, что сбои символов происходят независимо, получим

$$P_{сб} [K(a)] = 1 - \prod_{i=1}^{n_{инф}} (1 - P_{сб. э. с i}), \quad (3.78)$$

где  $P_{сб. э. с i}$  — вероятность сбоя  $i$ -го элементарного кодового символа.

Если все  $P_{сб. э. с i}$  одинаковы, что справедливо для симметричных дискретных каналов, то из (3.78) получим

$$P_{сб} [K(a)] = 1 - (1 - P_{сб. э. с})^{n_{инф}}. \quad (3.79)$$

Наконец, раскладывая член в скобках в правой части (3.79) по формуле бинома Ньютона, полагая  $P_{сб. э. с} \ll 1$  и отбрасывая члены второго и более высоких порядков малости, получим приближенное выражение

$$P_{сб} [K(a)] = n_{инф} P_{сб. э. с}. \quad (3.80)$$

Подставляя значение  $P_{сб} [K(a)]$  из (3.80) в (3.77), воспользовавшись (3.14), умножая знаменатель (3.77) на  $\frac{1}{\log N_x} \frac{\log N_x}{\log m} \log m = 1$  и используя очевидные равенства  $\log N_x = a \log N$ ,  $H(\text{ЭИС}) = aH(\text{ИС})$ ,  $H_{\max}(\text{ИС}) = \log N$ , получим

$$P_{сб. е. и} = \frac{1}{H_{\max}(\text{ИС})} \frac{\left[ \frac{\log N_x}{\log m} \right] P_{сб. э. с}}{\frac{\log N_x}{\log m}}. \quad (3.81)$$

Воспользовавшись также (3.13) и (3.21) вместо (3.81), получим окончательно

$$P_{сб. е. и} = \frac{1}{K_{энтр} K_{изб. неп}} \frac{P_{сб. э. с}}{\log m}. \quad (3.82)$$

В качестве второго примера рассмотрим случай кодирования кодом с избыточностью. Избыточность используется для исправления (коррекции) части ошибок. Все остальные допущения остаются теми же. Если принять, что корректирующий код исправляет все ошибки вплоть до кратности  $c$ , то вероятность сбоя команды  $K(a)$  определяется выражением<sup>1)</sup>

$$P_{сб} [K(a)] = 1 - \sum_{i=0}^c C_n^i P_{сб. э. с}^i (1 - P_{сб. э. с})^{n-i}, \quad (3.83)$$

где  $n = n_{инф} + n_{изб. п. к}$ .

<sup>1)</sup> Второй член в квадратных скобках в правой части (3.83) соответствует известной из теории вероятностей формуле, определяющей вероятность того, что событие с вероятностью  $P_{сб. э. с}$  при  $n$  независимых испытаниях произойдет не более  $c$  раз [66].

Воспользовавшись тем, что  $\sum_{i=0}^c C_n^i p^i (1-p)^{n-i} + \sum_{i=c+1}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i} = 1$ , а также доказанным в [61, 118] соотношением (для  $P_{\text{сб. э. с}} \ll 1$ )

$$\sum_{i=c+1}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i} \leq C_n^{c+1} p^{c+1},$$

вместо (3.83) получим приближенное выражение

$$P_{\text{сб}}[K(a)] = C_n^{c+1} P_{\text{сб. э. с}}^{c+1}. \quad (3.84)$$

Аналогичное выражение получено в [161] на основании простых рассуждений о том, что при  $n P_{\text{сб. э. с}} \ll 1$  вероятность сбоя  $c+1$  символа значительно меньше, чем  $c$  и менее символов.

Подставляя значение  $P_{\text{сб}}[K(a)]$  из (3.84) в (3.77) и выполнив ряд преобразований, аналогичных проведенным в предыдущем примере, получим

$$P_{\text{сб. е. и}} = \frac{1}{K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр}}} \frac{P_{\text{сб. э. с}}}{\log m} \frac{C^{c+1}}{n_{\text{инф}}} P_{\text{сб. э. с}}^c, \quad (3.85)$$

Легко убедиться, что если в (3.85) положить  $n = n_{\text{инф}}$  и  $c = 0$ , что справедливо для простого кодирования при отсутствии КОС, то получим (3.82).

По поводу выражения (3.85) следует сделать ряд замечаний. Краткость исправляемых корректирующим кодом ошибок  $c$  находится в функциональной зависимости от значений  $n_{\text{инф}}$ ,  $n_{\text{изб. п. к}}$ ,  $m$ . Общий вид этой зависимости в настоящее время неизвестен. Ее можно определить только для конкретного кода на основе его анализа, причем для одних и те же значений  $n_{\text{инф}}$ ,  $n_{\text{изб. п. к}}$  и  $m$  возможны различные варианты. Однако имеется большое количество оценок, выражающих одну из указанных величин через значения остальных [13, 61, 83, 118, 160, 161, 166].

Следует также отметить, что (3.85) является верхней оценкой для  $P_{\text{сб. е. и}}$ , поскольку многие корректирующие коды могут частично исправлять ошибки кратности выше  $c$ .

Рассмотрим СПДИ с КОС, когда обнаружение ошибок производится путем применения кода с избыточностью. Остальные допущения остаются теми же. Вероятность сбоя команды для этого случая определяется ф-лой (3.71). Числитель этого выражения может быть вычислен аналитически только для некоторых частных случаев [161], однако имеется ряд оценок этой вероятности. Так, в [63] приводятся следующие оценки:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{сб. необн}}[K(a)] &\leq \frac{1}{C_{2c+1}^c} \left( \frac{P_{\text{сб. э. с}}}{1 - P_{\text{сб. э. с}}} \right)^c \\ P_{\text{сб. необн}}[K(a)] &\leq \sum_{i=2c+1}^n \frac{C_n^{i-c}}{C_n^i} P_{\text{сб. э. с}}^i (1 - P_{\text{сб. э. с}})^{n-i} \end{aligned} \right\}. \quad (3.86)$$

В [161] также показано, что

$$1 - P_{ст}[K(a)] \approx (1 - P_{сб. э. с})^n. \quad (3.87)$$

Подставляя (3.86) и (3.87) в (3.64), а затем полученное значение  $P_{сб. э. с}[K(a)]$  в (3.77) и выполнив ряд преобразований, аналогичных проведенным в предыдущих примерах, получим (использовано второе из выражений (3.86), как более точное)

$$P_{сб. э. и} = \frac{1}{K_{энтр} K_{изб. непр}} \frac{P_{сб. э. с}}{\log m} \times \sum_{i=2c+1}^n \frac{C_n^{i-c}}{C_i^c} P_{сб. э. с}^{i-1} (1 - P_{сб. э. с})^{n-i} \times \frac{1}{n_{инф} (1 - P_{сб. э. с})^n}. \quad (3.88)$$

Сравнивая (3.82) с (3.85) и (3.88), можно убедиться, что последние два выражения отличаются от первого только наличием дополнительных множителей, которые можно представить в виде функции

$$F_{изб}(P_{сб. э. с}, c, n_{инф}, n_{изб. п. к}), \quad (3.89)$$

характеризующей уменьшение  $P_{сб. э. и}$  по сравнению со случаем простого кодирования и отсутствия КОС. Это уменьшение обусловлено введением избыточности в ПК и (или) за счет применения КОС.

В число аргументов функции  $F_{изб}$ , определяемой выражением (3.89), не входят параметры, характеризующие алгоритм работы кодера и декодера сообщения, системы обратной связи, их структуру, ее особенности и т. д. Это объясняется тем, что выражения для вероятности сбоя команды, использованные выше для определения  $P_{сб. э. и}$ , являются оценочными и не содержат указанных параметров.

Совершенно аналогично можно провести рассмотрение для любых других условий работы СПДИ, в том числе и для случаев зависимых ошибок, несимметричных дискретных каналов и т. д. В каждом случае у функции  $F_{изб}$  могут появиться дополнительные аргументы. Если  $\rho_1, \dots, \rho_q$  — совокупность этих дополнительных аргументов, то

$$F_{изб}(P_{сб. э. с}, c, n_{инф}, n_{изб. п. к}, \rho_1, \dots, \rho_q). \quad (3.90)$$

Воспользовавшись (3.90) и обозначая  $P_{сб. э. и}$  при простом кодировании и отсутствии КОС  $P_{сб. э. и}^{(пр. к)}$ , запишем общее выражение для  $P_{сб. э. и}$  в виде

$$P_{сб. э. и} = P_{сб. э. и}^{(пр. к)} F_{изб}, \quad (3.91)$$

где  $P_{сб. э. и}^{(пр. к)}$  и  $F_{изб}$  определяются соответственно (3.82) и (3.90).

Вопрос о выборе критерия оценки помехоустойчивости при сравнительном анализе СПДИ рассматривался в ряде работ, например, [145, 159—161, 218, 219]. Наиболее подробно он рассмотрен в [161],

где показано, что адекватным критерием оценки помехоустойчивости является эквивалентная вероятность ошибки ( $p_э$ ). Сделанные в [161] при введении  $p_э$  допущения в принятых здесь обозначениях имеют вид  $K_{энтр} = 1$ ,  $K_{изб. непр} = 1$ . Если принять те же допущения, то можно убедиться, что выражения для  $P_{сб. е. и}$  и  $p_э$  совпадают. В то же время подход к обоснованию и в какой-то мере толкованию физического смысла этих критериев здесь и в [161] различен.

Как видно из полученных выражений,  $P_{сб. е. и}$  во всех случаях является функцией  $P_{сб. э. с}$ . К настоящему времени значения  $P_{сб. э. с}$  найдены для огромного количества сочетаний видов КС, помех, способов модуляции, методов приема и т. д. Не имея возможности перечислить все работы, укажем лишь основные отечественные [41, 47, 59, 64, 93, 108, 109, 153, 160, 161, 169].

Анализ имеющихся выражений для  $P_{сб. э. с}$ , а также качественные соображения о влиянии различных параметров СПДИ на эту величину позволяют представить ее в виде

$$P_{сб. э. с} = \Phi(m_1, \dots, m_r, \eta, \beta, \tau, L, \theta, h^2, \lambda_1, \dots, \lambda_g), \quad (3.92)$$

где  $m_s, s \in \{r\}$  — количество позиций  $s$ -го информационного параметра;  $\{r\}$  — множество индексов параметров переносчика;  $\eta$  — количество информационных параметров;  $\beta$  — количество переносчиков в КСигн;  $\tau$  — длительность сигнала;  $L$  — количество каналов в СПДИ;  $\theta$  — коэффициент, характеризующий распределение мощности передатчика между реализациями элементарного сигнала, внутри канала, а также между каналами;  $h^2 = \frac{P_c}{v_0^2}$  — отношение

мощности сигнала к спектральной плотности мощности помехи при  $L=1, \beta=1$ ;  $\lambda_1, \dots, \lambda_g$  — параметры, определяющие свойства КС, а также особенности построения КСигн и ДКСигн.

Функциональная зависимость для  $P_{сб. е. и}$  с учетом (3.82), (3.90), (3.91), (3.92), а также ряда других выражений, полученных в этом и предыдущем параграфах, представляется в следующем виде:

$$P_{сб. е. и} = \varphi[N, p_\omega(A_i), K_{энтр}, L, a, m, m_1, \dots, m_r, \eta, \beta, \tau, \theta, h^2, n_{изб. п. к'}, \lambda_1, \dots, \lambda_g, \rho_1, \dots, \rho_q]; \quad i = \overline{1, N}; \quad \omega = \overline{0, \omega_{\max}}. \quad (3.93)$$

### 3.4. ЗАНИМАЕМАЯ ПОЛОСА ЧАСТОТ

Занимаемая полоса частот также является важным внешним параметром СПДИ. Несмотря на кажущуюся понятность этого термина, его определение представляет трудную задачу. Этот вопрос рассматривался в большом числе работ, например [67, 109, 160, 161, 168, 178, 183, 187, 188, 193, 200, 202, 203, 220], но все еще не получил окончательного решения.

Любой сигнал в частотной области определяется своим спектром, вычисляемым как преобразование Фурье от временной функ-



ции, описывающей сигнал. Если отличные от нуля спектральные компоненты сигнала обнаруживаются в интервале частот от  $f_{сн}$  до  $f_{св}$ , то можно говорить, что сигнал занимает полосу частот<sup>1)</sup>  $\Delta f_c = f_{св} - f_{сн}$ . Аналогично можно ввести понятие полосы частот, занимаемой каналом или системой связи, определив ее как интервал частот, в котором обнаруживаются отличные от нуля спектральные компоненты сигналов, действующих в данном канале (системе связи). Такие определения, однако, совершенно непригодны для практического применения по той простой причине, что спектр любого реального сигнала простирается от 0 до  $\infty$  [23, 39, 160, 161] и, следовательно, занимаемая любым сигналом (каналом, системой связи) полоса частот при таком определении бесконечна. Именно в этом и заключается основная трудность, так как занимаемая полоса частот должна быть определена как конечная величина.

Единственно возможный выход заключается в том, чтобы ввести условное определение занимаемой полосы частот, руководствуясь соображениями практической целесообразности.

Рассмотрим некоторые примеры. В инженерной практике находит применение определение занимаемой полосы частот как интервала частот, за пределами которого амплитуда любой спектральной компоненты (или ее мощность или суммарная мощность всех компонент) не превышает наперед заданного значения. Именно так определяется «практическая ширина» спектра и устанавливаются нормы на радиоизлучение [49, 165, 168].

Широко используется понятие эффективной ширины энергетического спектра сигнала, определяемое как

$$\Delta f_{э.с} = 2 \int_0^{\infty} \left[ \frac{S_c(\Delta f, \tau)}{S_c(0, \tau)} \right]^2 d\Delta f, \quad (3.94)$$

где  $\tau$  — длительность сигнала;  $\Delta f$  — расстройка относительно частоты, на которой спектральная плотность максимальна;  $S_c(\Delta f, \tau)$  и  $S_c(0, \tau)$  — спектральные плотности (текущие спектры) сигнала в момент  $t = \tau$  при расстройке соответственно  $\Delta f > 0$  и  $\Delta f = 0$ .

Используя это понятие, можно заменить действительный энергетический спектр фиктивным с равномерной плотностью мощности в пределах  $\Delta f_{э.с}$  и с нулевой плотностью за пределами этого интервала (рис. 3.8). Несомненным достоинством понятия эффективной ширины энергетического спектра сигнала является его однозначность, учет всех спектральных компонент и четкое разграничение областей, где спектральная плотность (фиктивная) мощности конечна и где она равна нулю. Последнее, в частности, удобно использовать для условного графического отображения спектров

<sup>1)</sup> Для сигнала, представляемого действительной функцией времени, спектр имеет две симметричные компоненты, расположенные в положительной и отрицательной областях частот. Здесь учитывается только компонента, расположенная в положительной области.

системы сигналов, действующих в СПДИ, как это будет видно из дальнейшего.

Находит также применение определение ширины спектра как радиуса инерции фигуры, образованной графиком спектра в декартовой системе координат.

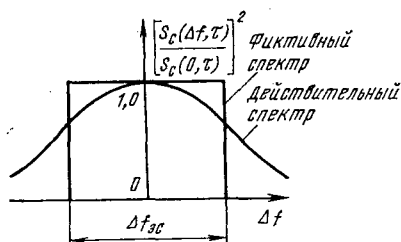


Рис. 3.8

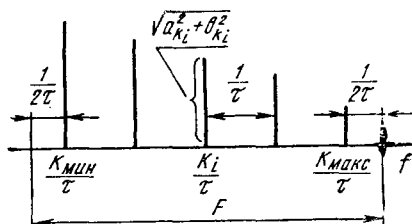


Рис. 3.9

В [160] предлагается определять занимаемую полосу частот выражением

$$F = \frac{k_{\max} - k_{\min} + 1}{\tau}, \quad (3.95)$$

где  $\tau$  — длительность сигнала;  $k_{\max}$  и  $k_{\min}$  — соответственно наибольший и наименьший индексы отличных от нуля коэффициентов  $a_k$  и  $b_k$ , образующихся при разложении временной функции, описывающей сигнал, в ряд Фурье на интервале  $0 \leq t \leq \tau$ :

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left( a_k \cos 2\pi k \frac{t}{\tau} + b_k \sin 2\pi k \frac{t}{\tau} \right).$$

Как видно из (3.95) и рис. 3.9, занимаемая сигналом полоса частот  $F$  конечна и четко определена на оси частот. Это не противоречит выводу о бесконечной ширине спектра сигнала, поскольку спектр каждой компоненты ряда Фурье, как спектр ограниченной функции времени, бесконечен. Подробности, касающиеся особенностей определения занимаемой полосы частот выражением типа (3.95), можно найти в [160, 161].

Все рассмотренные определения не затрагивали вопросов взаимовлияния сигналов (каналов, систем связи), по крайней мере, в явном виде. Ясно, однако, что такое взаимовлияние принципиально неизбежно, поскольку спектр любого сигнала не ограничен по частоте. Его вредное действие проявляется в ухудшении верности. Это позволяет определить занимаемую сигналом (каналом, системой связи) полосу частот как величину, равную минимальному разному (по частоте) между соседними сигналами (каналами, системами связи), при котором ухудшение верности за счет взаимовлияния не превосходит допустимой величины. Определение такого типа введено в [109, 178]. Его достоинством является учет взаимовлияния между сигналами (каналами, системами связи). Оче-

видным недостатком является применимость лишь к таким сигналам (каналам, системам связи), которые разнесены по частоте. Если же, например, сигналы отличаются по фазе, но имеют одинаковую частоту, то в соответствии с данным определением получим абсурдный результат: занимаемая полоса частот равна нулю. Можно указать и на ряд других недостатков, например, зависимость от способа приема сигналов, мощности сигналов и других параметров системы связи, взаимовлияние с которой учитывается, и т. д.

Кроме недостатков принципиального характера, следует отметить и непринципиальные, но весьма существенные для практического применения, заключающиеся в сложности математических операций по определению степени ухудшения верности за счет взаимного влияния.

Таким образом, данный метод определения занимаемой полосы частот не может быть рекомендован для применения, кроме частных случаев.

Ослабление взаимовлияния между каналами возможно путем установки фильтров как на входе, так и на выходе канала (фильтры  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$  на рис. 2.6). Но наличие этих фильтров приводит к искажениям собственных сигналов, что также ухудшает верность. Следовательно, определение занимаемой полосы частот должно производиться с учетом влияния параметров канальных фильтров как на степень взаимовлияния между каналами, так и на величину искажений собственных сигналов.

Для пояснения способа определения занимаемой полосы частот с учетом влияния канальных фильтров рассмотрим одноканальную СПДИ с МЧМ с сигналами типа « $\beta = \Lambda$ ». Пусть элементарные сигналы в такой СПДИ (на входе фильтра  $\Phi_{\text{прд}}$ ) имеют вид отрезков гармонических колебаний с прямоугольной огибающей длительностью  $\tau$  каждый.

Нормированный текущий спектр таких сигналов имеет вид [153]

$$y_c(\Delta f, t) = \frac{S_c(\Delta f, t)}{S_c(0, t)} = \frac{\sin \pi \Delta f t}{\pi \Delta f t}, \quad (3.96)$$

а эффективная ширина спектра при  $t = \tau$  равна<sup>1)</sup> [153]

$$\Delta f_{\text{эс}} = 1/\tau. \quad (3.97)$$

Расстановка частот элементарных сигналов в такой СПДИ показана на рис. 3. 10 а (для простоты число частотных позиций принято небольшим,  $m_{\text{ч}} = 4$ ). Разнос между соседними позициями обозначен  $\Delta f_{\text{р}} = |f_i - f_{i \pm 1}|$ . Фиктивный энергетический спектр элементарных сигналов показан в виде заштрихованных участков шириной  $\Delta f_{\text{эс}}$ , определяемой (3.97). Для крайних частотных позиций

<sup>1)</sup> Формулы (3.96) и (3.97) приближенные. Приближение тем лучше, чем больше степень неравенства  $f_i t \gg 1$ , где  $f_i$  — частота  $i$ -й позиции сигнала.

показаны частично также истинные спектры соответствующих элементарных сигналов, определяемые (3.96).

Примем в качестве единицы измерения эффективную ширину энергетического спектра элементарных сигналов, поскольку она однозначно определяется спектром элементарного сигнала. Тогда для  $\Delta f_p$  получим

$$\Delta f_p = \Delta f_{\Sigma c} (1 + \varepsilon), \quad (3.98)$$

где  $-1 \leq \varepsilon \leq \infty$ .

Введем также понятие суммарной эффективной полосы частот, определив ее как

$$\Delta f_{\Sigma} = m_q \Delta f_{\Sigma c} + m_q (\Delta f_p - \Delta f_{\Sigma c}) = m_q \Delta f_p. \quad (3.99)$$

Подставляя в (3.99) значение  $\Delta f_p$  из (3.98), получим

$$\Delta f_{\Sigma} = m_q \Delta f_{\Sigma c} (1 + \varepsilon). \quad (3.100)$$

На рис. 3.10 б показана АЧХ фильтра  $\Phi_{\text{прд}}$ . Для упрощения принято, что она совпадает с АЧХ ИПФ. Это позволяет считать, что за пределами полосы пропускания фильтра  $\Phi_{\text{прд}}$ , равной  $\Delta f_{\text{прд}}$ , спектральная плотность любого сигнала равна нулю<sup>1)</sup>. Следовательно, занимаемая данной СПДИ полоса частот  $\Delta f_{\Sigma}$  однозначно определяется полосой пропускания фильтра  $\Phi_{\text{прд}}$  и совпадает с ней:

$$\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\text{прд}}. \quad (3.101)$$

Из рис. 3.10 следует, что

$$\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma} + K_n \Delta f_{\Sigma c} (1 + \varepsilon), \quad (3.102)$$

где  $\frac{\Delta f_{\Sigma}}{\Delta f_{\Sigma c} (1 + \varepsilon)} \leq K_n \leq \infty$  — коэффициент, характеризующий различие между суммарной эффективной полосой частот СПДИ и занимаемой ею полосой частот.

Подставляя в (3.102) значение  $\Delta f_{\Sigma}$  из (3.100), получим

$$\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma c} (1 + \varepsilon) (m_q + K_n). \quad (3.103)$$

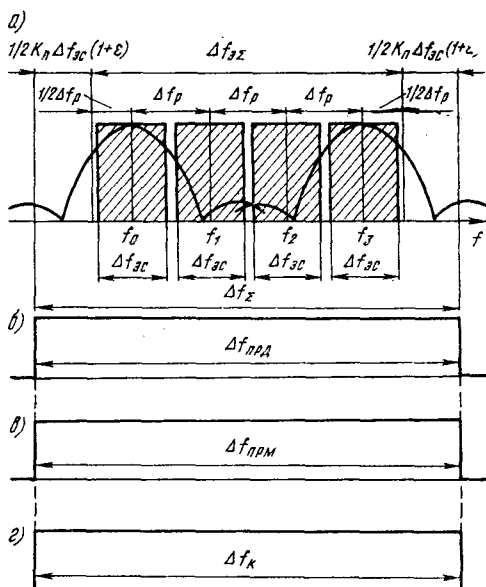


Рис. 3.10

<sup>1)</sup> Заметим, что ИПФ физически нереализуем, в связи с чем вывод о нулевой спектральной плотности за пределами полосы  $\Delta f_{\text{прд}}$  также является идеализацией. В дальнейшем будут рассмотрены и АЧХ реальных фильтров.

Если принять, что АЧХ фильтра  $\Phi_{\text{прм}}$  также совпадает с АЧХ ИПФ, то (рис. 3.10)

$$\Delta f_{\text{прм}} = \Delta f_{\text{прд}} \quad (3.104)$$

АЧХ результирующего канального фильтра  $\Phi_k$  равна произведению АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$ . В данном случае она тоже совпадает с АЧХ ИПФ, а ее полоса пропускания равна (рис. 3.10 з)

$$\Delta f_k = \Delta f_{\text{прд}} = \Delta f_{\text{прм}} \quad (3.105)$$

Таким образом, все три АЧХ, характеризующие КС СПДИ, оказываются одинаковыми. При прочих равных условиях степень влияния данной СПДИ на другие системы связи зависит от значения  $\Delta f_{\text{прд}}$ , степень влияния других систем на данную СПДИ — от значения  $\Delta f_{\text{прм}}$  и степень искажения собственных сигналов — от значения  $\Delta f_k$ . В данном случае, как видно из (3.106), все три полосы пропускания одинаковы. Но так как одна из них ( $\Delta f_{\text{прд}}$ ) согласно (3.101) совпадает с занимаемой СПДИ полосой частот, то и все они тоже совпадают с этим параметром СПДИ. В свою очередь,  $\Delta f_{\Sigma}$  согласно (3.103) полностью определяется коэффициентом  $K_{\Pi}$  (при заданных  $\Delta f_{\text{э.с.}}$ ,  $m_{\Sigma}$ ,  $\epsilon$ ).

Для выбора целесообразного значения коэффициента  $K_{\Pi}$  необходимо определить его влияние и на ухудшение верности за счет искажений собственных сигналов и воздействия сигналов других систем связи, а также на ухудшение верности в других системах связи, для которых сигналы данной СПДИ являются мешающими. Как уже говорилось, определение степени ухудшения верности за счет взаимовлияния является чрезвычайно сложной задачей. Кардинального ее упрощения можно добиться, если предположить, что канальные фильтры взаимодействующих систем связи также имеют АЧХ, совпадающие с АЧХ ИПФ, и к тому же эти АЧХ не перекрываются. В этом случае взаимовлияние полностью исключается и значение  $K_{\Pi}$  определяет только ухудшение верности за счет искажения собственных сигналов.

При выборе значений  $\Delta f_{\text{р}}$  и  $K_{\Pi}$  в общем случае должно быть учтено как абсолютное значение нестабильностей частотных позиций сигнала, так и характер статистических зависимостей между уходами частоты различных позиций. Крайними случаями являются полная статистическая независимость уходов частоты различных позиций и их полная корреляция.

Проведенное рассмотрение справедливо для одноканальной СПДИ с МЧМ с сигналами типа « $\beta = \Lambda$ ». Покажем, что это определение справедливо для любых других одноканальных структур СПДИ. Действительно, из рис. 1.15 видно, что для одноканальной структуры ( $L=1$ ) параметры СПДИ могут принимать значения

$$\beta \geq 1, m \geq 2, \eta \geq 1. \quad (3.106)$$

С другой стороны, из (3.103) видно, что  $\Delta f_{\Sigma}$  зависит только от параметра  $m_{\Sigma}$ , который от значений  $\beta$ ,  $m$  и  $\eta$  не зависит. К выводу о применимости (3.103) для любых одноканальных структур СПДИ

можно прийти и путем логического анализа построений (рис. 3.10).

Для многоканальной структуры СПДИ вместо (3.103) получим

$$\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\text{э.с}}(1 + \varepsilon)(Lm_{\text{ч}} + K_{\text{п}}). \quad (3.107)$$

Выражения (3.103) и (3.107) справедливы и при отличающихся от прямоугольной формы огибающих элементарных сигналов. Вообще прямоугольная огибающая выбрана только с целью внести определенность при анализе рис. 3.10.

Таким образом, выражение (3.96) справедливо для любых СПДИ с любой структурой и формой элементарных сигналов.

Рассмотрим теперь допустимость введенных предположений и последствия их нарушения в реальных СПДИ. Основное предположение состоит в том, что АЧХ канальных фильтров совпадают с АЧХ ИПФ. При этом достигается существенное упрощение задачи определения занимаемой полосы частот. Действительно, все три канальных фильтра ( $\Phi_{\text{прд}}$ ,  $\Phi_{\text{прм}}$  и  $\Phi_{\text{к}}$ ) оказываются одинаковыми, взаимодействие между данной СПДИ и другими системами связи полностью исключается и занимаемая СПДИ полоса частот однозначно определяется единственным параметром канального фильтра — его полосой пропускания. Все указанные упрощения исчезают при любой другой аппроксимации АЧХ канальных фильтров. Действительно, поскольку АЧХ фильтра  $\Phi_{\text{к}}$  равна произведению АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$ , то равенство АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{к}}$  и  $\Phi_{\text{прд}}$  (или  $\Phi_{\text{прм}}$ ) невозможно при любых видах АЧХ, отличающихся от АЧХ ИПФ. Наличие «хвостов» у АЧХ, отличающихся от АЧХ ИПФ, делает принципиально невозможным полное устранение взаимодействия между данной СПДИ и другими системами связи, а также однозначное определение занимаемой полосы частот.

Кроме того, возникает еще одна трудность, связанная с тем, что АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{к}}$  и  $\Phi_{\text{прд}}$  (или  $\Phi_{\text{прм}}$ ) не могут быть одинаковыми. Дело в том, что при рассмотрении различных аппроксимаций АЧХ канальных фильтров на них следует наложить условие, обеспечивающее сопоставимость этих АЧХ. Таким условием является равенство эффективных полос пропускания. Если теперь взять за исходное значение эффективной полосы пропускания, которое было при аппроксимации канальных фильтров АЧХ ИПФ ( $\Delta f_{\text{к}}$ ), и потребовать, чтобы такой же была и эффективная полоса пропускания фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$  ( $\Delta f_{\text{эф.прд}}$ ) и  $\Phi_{\text{прм}}$  ( $\Delta f_{\text{эф.прм}}$ ), то при этом эффективная полоса пропускания фильтра  $\Phi_{\text{к}}$  ( $\Delta f_{\text{к}}$ ) будет определяться неравенствами:

$$\Delta f_{\text{эф.к}} < \Delta f_{\text{эф.прд}}; \quad \Delta f_{\text{эф.к}} < \Delta f_{\text{эф.прм}}.$$

Если же наложить условие

$$\Delta f_{\text{эф.к}} = \Delta f_{\text{к}}, \quad (3.108)$$

то будут справедливыми неравенства:

$$\Delta f_{\text{э.ф.прд}} > \Delta f_{\text{к}}; \quad \Delta f_{\text{эф.прм}} > \Delta f_{\text{к}}. \quad (3.109)$$

Таким образом, параметры фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$  оказываются зависящими от того, в каком из фильтров ( $\Phi_{\text{прд}}$ ,  $\Phi_{\text{прм}}$  или  $\Phi_{\text{к}}$ ) эффективная полоса пропускания приравняется  $\Delta f_{\text{к}}$ . Эту неопределенность можно ослабить, если по-прежнему учитывать только искажения собственных сигналов и не учитывать взаимовлияние между данной СПДИ и другими системами связи. В этом случае налагается условие (3.108), поскольку именно фильтр  $\Phi_{\text{к}}$  определяет степень искажений. Неопределенность в выборе АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$  при заданном (выбранном) значении АЧХ фильтра  $\Phi_{\text{к}}$  остается, поскольку она может быть ликвидирована только при учете взаимовлияния между данной СПДИ и другими системами связи. Однако существуют достаточно обоснованные соображения, позволяющие утверждать, что во многих случаях разумно выбрать АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$  примерно одинаковыми. Принятие условия равенства АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$  ликвидирует и эту неопределенность.

Итак, целесообразно наложить следующие условия:

$$\Delta f'_{\text{эф.к}} = \Delta f_{\text{к}}; \quad \text{АЧХ}(\Phi_{\text{прд}}) = \text{АЧХ}(\Phi_{\text{прм}}). \quad (3.110)$$

При этом справедливо также (3.109).

Для пояснения сказанного на рис. 3.11 представлены АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$ ,  $\Phi_{\text{прм}}$  и  $\Phi_{\text{к}}$ . Аргументом АЧХ является величина  $x = \Delta f / \Delta f'_{\text{эф}}$ , где  $\Delta f$  — расстройка относительно центральной частоты. На рис. 3.11 а показана АЧХ фильтра  $\Phi_{\text{к}}$  для случая аппроксимации его в виде ИПФ, а на рис. 3.11 б, в, г — АЧХ соответственно фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$ ,  $\Phi_{\text{прм}}$  и  $\Phi_{\text{к}}$  при аппроксимации их функциями, отличными от АЧХ ИПФ и выполнении условий (3.110).

Занимаемая СПДИ полоса частот<sup>1)</sup>  $\Delta f'_{\Sigma}$  по-прежнему определяется фильтром  $\Phi_{\text{прд}}$ . Из рис. 3.11 б видно, что теперь значение  $\Delta f'_{\Sigma}$  может быть определено лишь условно как величина, равная полосе пропускания фильтра  $\Phi_{\text{прд}}$ , отсчитанной при  $K(x) \ll 1$ .

Оценим увеличение  $\Delta f'_{\text{эф.прд}} = \Delta f'_{\text{эф.прм}}$  и  $\Delta f'_{\Sigma}$  по сравнению с их значениями при аппроксимации АЧХ в виде ИПФ. Пусть АЧХ аппроксимируется функцией, принадлежащей семейству, крайними членами которого являются ГПФ и ИПФ (рис. 2.4 г). Как показа-

<sup>1)</sup> Обозначение  $\Delta f'_{\Sigma}$  вместо  $\Delta f_{\Sigma}$  подчеркивает, что эта величина определяется при АЧХ фильтра  $\Phi_{\text{прд}}$ , отличающейся от АЧХ ИПФ.

но в §2.2, АЧХ в этом случае описывается уравнением (2.11), где член  $\gamma(x)$  определяется (2.16). Поскольку АЧХ фильтра  $\Phi_k$  равна произведению АЧХ фильтров  $\Phi_{\text{прд}}$  и  $\Phi_{\text{прм}}$ , то с учетом (3.110) получим, что АЧХ каждого из них определяется правой частью (2.11), возведенной в степень 0,5. Вычисляя теперь значения  $\Delta f_{\text{эф.к}}$  и  $\Delta f_{\text{эф.прд}} = \Delta f_{\text{эф.прм}}$  по методике, изложенной в § 2.2, образуем величину

$$\Delta = \frac{\Delta f_{\text{эф.прд(прм)}}}{\Delta f_{\text{эф.к}}} = \frac{2^{(n+1)}}{\sqrt{2}}, \quad (3.111)$$

характеризующую увеличение  $\Delta f_{\text{эф.прд}} = \Delta f_{\text{эф.прм}}$  (здесь  $n$  — параметр семейств функций).

Увеличение  $\Delta f'_{\Sigma}$  по сравнению с  $\Delta f'_{\Sigma}$  будем характеризовать величиной

$$\eta_l = \frac{\Delta f'_{\Sigma}}{\Delta f_{\text{эф.к}}}, \quad (3.112)$$

где индекс « $l$ » указывает уровень  $K(x) = l \ll 1$ , на котором отсчитывается  $\Delta f'_{\Sigma}$ .

Расчитанные по (3.111) и (3.112) значения  $\Delta$  и  $\eta_l$  (для  $l=0,01$ ;  $0,001$ ) сведены в табл. 3.6.

Таблица 3.6

$n$	0	1	2	3	5	7	11
$\Delta$	1,41	1,19	1,12	1,09	1,06	1,04	1,03
$\eta_{0,01}$	3,4	1,86	1,51	1,36	1,22	1,15	1,1
$\eta_{0,001}$	4,16	2,04	1,62	1,44	1,26	1,18	1,13

Приведенные в табл. 3.6 данные дают представление о величине погрешностей при аппроксимации реальных АЧХ в виде АЧХ ИПФ. Использовать эти данные можно различным образом. Если, например, ставится задача определить, при каких отклонениях АЧХ от АЧХ ИПФ ошибка допустима, то, задаваясь допустимым значением  $\eta_l$  из табл. 3.6 найдем область значений  $n$ , где это условие выполняется. Если же требуется определить  $\Delta f'_{\Sigma}$  для реального фильтра  $\Phi_{\text{прд}}$ , то его следует вычислять по формуле

$$\Delta f'_{\Sigma} = \eta_l \Delta f_{\Sigma}. \quad (3.113)$$

Разумеется, все подобные рассуждения и расчеты можно повторить и для любых других аппроксимаций АЧХ фильтров.

Анализ фильтров современных систем связи показывает, что степень отличия их АЧХ от АЧХ ИПФ примерно соответствует



рассмотренной выше аппроксимации при  $n \geq 10$ . Из табл. 3.6 видно, что ошибка в определении занимаемой полосы частот при этом не превышает 15%, что в большинстве случаев допустимо.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод о том, что предложенный способ определения занимаемой СПДИ полосы частот удовлетворяет условиям практической целесообразности. Рабочей формулой для определения занимаемой СПДИ полосы частот является (3.103), а для многоканальной структуры — (3.107).

Занимаемая СПДИ полоса частот может быть представлена как функциональная зависимость вида

$$\Delta f_{\Sigma} = \psi(m_{\Sigma}, \tau, L, \varepsilon, K_{\Pi}, \mu_1, \dots, \mu_l), \quad (3.114)$$

где смысл аргументов  $m_{\Sigma}$ ,  $\tau$ ,  $L$ ,  $\varepsilon$ ,  $K_{\Pi}$  пояснялся выше, а  $\mu_1, \dots, \mu_l$  — аргументы, позволяющие учесть отклонения реальных сигналов и фильтров от идеализированных<sup>1)</sup>.

### 3.5. ПРЕВЫШЕНИЕ СИГНАЛА НАД ПОМЕХОЙ

Смысл понятия «превышение сигнала над помехой» рассмотрим на примере СПДИ, в которой информация передается по линейному каналу с постоянными параметрами, без памяти, при наличии аддитивной флуктуационной помехи. Будем также полагать, что если на  $j$ -м тактовом интервале передается сигнал  $i$ -й позиции, то в момент стробирования отсчет на выходе  $i$ -го субканала демодулятора состоит из двух компонент — сигнальной и помеховой, а на выходе каждого из остальных  $m-1$  субканалов — только помеховой. Каждая компонента характеризуется своей мощностью  $P'_{cj(i)}$ ,  $P'_{nj(i)}$ ,  $i \in \{m\}$ . Величины  $P'_{nj(i)}$  являются случайными, а  $P'_{cj(i)} = P'_{ci}$  — детерминированными, одинаковыми для всех  $j$ , но в общем случае различными для разных  $i$ . Усредняя  $P'_{nj(i)}$  по всем  $j$ , получим математическое ожидание величины  $P'_{ni}$ ,  $i \in \{m\}$ . По своему смыслу величина  $P'_{ni}$  есть не что иное как среднее значение мощности помехи в момент стробирования на выходе  $i$ -го субканала. Отношение мощностей сигнала и помехи в момент стробирования, характеризующее превышение сигнала над помехой на выходе субканала, равно

$$H_i^2 = P_{ci}/P'_{ni}, \quad i \in \{m\}. \quad (3.115)$$

Именно значения  $H_i^2$ ,  $i \in \{m\}$  при прочих равных условиях определяют верность в СПДИ, причем она является неубывающей функ-

<sup>1)</sup> К числу аргументов  $\mu_i$  можно отнести, например, коэффициенты  $\Delta$  и  $\eta$ , определяемые соответственно (3.111) и (3.112). Если форма огибающей элементарного сигнала отличается от прямоугольной, то это отличие также можно выразить введением в (3.114) подходящего аргумента. Другими словами, введением соответствующих аргументов, образующих совокупность  $\mu_1, \dots, \mu_l$ , можно отразить любые отклонения от идеализации, принятых при выводе выражения для  $\Delta f_{\Sigma}$ .

цией  $H^2_i$ . В связи с этим интересно проанализировать факторы, определяющие значения  $H^2_i$ ,  $i \in \{m\}$ .

Если помеха — нормальный белый шум со спектральной плотностью мощности на входе демодулятора  $v_0^2$ , то при оптимальной структуре субканала  $H^2_i$  приобретает максимальное значение, равное [153, 160, 161, 169]:

$$H^2_{i\text{макс}} = E_{ci}/v_0^2, \quad (3.116)$$

где  $E_{ci}$  — энергия элементарного сигнала  $i$ -й позиции на входе демодулятора.

Для любой неоптимальной структуры субканала, следовательно, можно записать

$$H^2_i = \varepsilon_{iH} H^2_{i\text{макс}}, \quad (3.117)$$

где

$$0 \leq \varepsilon_{iH} \leq 1. \quad (3.118)$$

Если длительность элементарного сигнала равна  $\tau$ , то

$$E_{ci} = P_{ci} \tau, \quad (3.119)$$

где  $P_{ci}$  — средняя на интервале  $\tau$  мощность сигнала  $i$ -й позиции на входе демодулятора.

Тогда с учетом (3.116) и (3.119) из (3.117) получим

$$H^2_i = \varepsilon_{iH} (P_{ci}/v_0^2) \tau. \quad (3.120)$$

Обозначая

$$h^2_i = P_{ci}/v_0^2, \quad (3.121)$$

вместо (3.120) получим окончательно

$$H^2_i = \varepsilon_{iH} h^2_i \tau. \quad (3.122)$$

Все  $h^2_i$  инвариантны по отношению к структуре демодулятора и могут рассматриваться в качестве независимых параметров СПДИ.

Значение  $P_{ci}$  равно

$$P_{ci} = \mu_i P_{\text{пер } i}, \quad (3.123)$$

где  $\mu_i$  — коэффициент передачи канала для  $i$ -й позиции;  $P_{\text{пер } i}$  — средняя мощность сигнала  $i$ -й позиции на выходе передатчика.

Поскольку  $\mu_i$  есть величина заданная, то единственным способом увеличить значение  $P_{ci}$  является повышение средней мощности передатчика. Можно сделать также вывод о том, что при заданной пиковой мощности передатчика наибольшее значение  $P_{ci}$  будет в том случае, когда элементарный сигнал имеет огибающую прямоугольной формы.

Значения  $h^2_i$  можно увеличивать как за счет увеличения  $P_{ci}$ , так и за счет уменьшения  $v_0^2$ . Выбор способа зависит от многих факторов, таких, как стоимость единицы энергии передатчика, степень мешающего действия данной СПДИ на другие системы связи,

требования к габаритам и весам передающей и приемной частей СПДИ и т. д.

Снимем теперь ограничение, состоящее в том, что на выходе всех субканалов, соответствующих позициям, на которых сигнал в данный тактовый интервал не передается, в момент стробирования имеется только помеховая компонента. Тогда отсчеты всех этих субканалов будут содержать также компоненту, порожденную передающимся в данном тактовом интервале сигналом. Мы избегаем называть эту компоненту сигнальной, так как она ухудшает верность и, следовательно, является своеобразной помехой. Для каждой из этих компонент можно написать выражение вида

$$H_{ki}^2 = \frac{P'_{cki}}{P'_{nk}}; \quad k, i \in \{m\}, \quad (3.124)$$

где  $P'_{nh}$  — мощность помехи в момент стробирования в  $k$ -м субканале;  $P'_{cki}$  — мощность компоненты в  $k$ -м субканале, порожденной сигналом  $i$ -й позиции.

Выражение (3.124) с учетом того, что  $P'_{nh} = P'_{ni}$  для всех  $i, k \in \{m\}$ , можно записать также в виде

$$H_{ki}^2 = \epsilon_{ki} H_i^2, \quad (3.125)$$

где  $0 \leq \epsilon_{ki} = \frac{P'_{cki}}{P'_{ci}} \leq 1$ .

Как видно из (3.125), значение  $H_{ki}^2$  зависит от  $H_i^2$  и  $\epsilon_{ki}$ . Коэффициент  $\epsilon_{ki}$  является параметром демодулятора (при заданной структуре сигналов). Рассмотренный первоначально пример соответствует условиям  $\epsilon_{ki} = 0, i, k \in \{m\}$ . Следовательно, и в рассматриваемом случае при  $\epsilon_{ki} > 0$  помехоустойчивость определяется значениями  $H_i^2$ .

Можно снять и другие ограничения, например полагать, что канал имеет память. В этом случае в отсчетах на выходе субканалов будут содержаться также компоненты, порожденные сигналами, передававшимися на тактовых интервалах, предшествовавших данному. Хотя учет этих компонент достаточно сложен, особенно при большой длительности памяти канала, в принципе дело сводится к составлению выражений, определяющих отношение мощностей этих дополнительных компонент к мощности флуктуационной помехи на выходах субканалов в момент стробирования аналогично (3.124) и (3.125). Помехоустойчивость по-прежнему определяется совокупностью значений  $H_i^2$  с учетом, конечно, дополнительных компонент.

Снимем теперь ограничения на постоянство параметров КС, т. е. будем считать, что передача информации ведется по КС с переменными параметрами. В этом случае мощность сигнала на входе демодулятора состоит из стационарной и флуктуирующей составляющих (соответственно  $P_{с\text{стац}i}$  и  $P_{с\text{фл}i}$ ). Тогда из (3.121) получим

$$h_i^2 = \frac{P_{с.стаци} + P_{с.фл i}}{v_0^2} = h_{стаци}^2 + h_{фл i}^2, \quad (3.126)$$

где

$$\left. \begin{aligned} h_{стаци}^2 &= \frac{P_{с.стаци}}{v_0^2} \\ h_{фл i}^2 &= \frac{P_{с.фл i}}{v_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (3.127)$$

Теперь помехоустойчивость будет зависеть не только от значений  $h_i^2$  (при прочих равных условиях), но и от соотношений между стационарной и флуктуирующей составляющими мощности сигнала, обычно одинаковых для всех  $i \in \{m\}$ :

$$q_i^2 = q^2 = P_{с.стаци} / P_{с.фл i} = h_{стаци}^2 / h_{фл i}^2, \quad i \in \{m\}. \quad (3.128)$$

В наиболее общем случае четырехпараметрического распределения коэффициент передачи КС состоит из двух ортогональных компонент (§ 2.3). Соответственно и обе составляющие мощности сигнала также распадаются на две компоненты каждая:

$$\left. \begin{aligned} P_{с.стаци} &= P_{с.стаци x} + P_{с.стаци y} \\ P_{с.фл i} &= P_{с.фл i x} + P_{с.фл i y} \end{aligned} \right\} \quad (3.129)$$

Поделив правые и левые части (3.129) на  $v_0^2$ , получим с учетом (3.126)

$$\left. \begin{aligned} h_{стаци}^2 &= h_{стаци x}^2 + h_{стаци y}^2 \\ h_{фл i}^2 &= h_{фл i x}^2 + h_{фл i y}^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.130)$$

В свою очередь

$$\left. \begin{aligned} P_{с.стаци x} &= km_{ix}^2; & P_{с.стаци y} &= km_{iy}^2 \\ P_{с.фл i x} &= k\sigma_{ix}^2; & P_{с.фл i y} &= k\sigma_{iy}^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.131)$$

где  $k = \text{const}$ ;  $m_{ix}$ ,  $m_{iy}$  и  $\sigma_{ix}^2$ ,  $\sigma_{iy}^2$  — соответственно математические ожидания и дисперсии ортогональных компонент комплексного коэффициента передачи канала для  $i$ -й позиции сигнала. Теперь с учетом (3.129), (3.130) и (3.131), полагая также, что отношения компонент мощности сигнала с индексами « $x$ » и « $y$ » не зависят от  $i \in \{m\}$ , получим из (2.21) и (2.22)

$$\left. \begin{aligned} \beta_i^2 = \beta^2 &= \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} = \frac{P_{с.фл x}}{P_{с.фл y}} = \frac{h_{фл lx}^2}{h_{фл ly}^2} \\ \Phi_{pi} = \Phi_p &= \arctg \frac{m_y}{m_x} = \arctg \sqrt{\frac{P_{с.стаци y}}{P_{с.стаци x}}} = \arctg \sqrt{\frac{h_{стаци y}^2}{h_{стаци x}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.132)$$

Таким образом, в общем случае помехоустойчивость зависит от совокупности значений  $H^2_i$ ,  $i \in \{m\}$ , определяющих превышение сигнала над помехой, но в каждом конкретном случае необходимо учитывать ряд дополнительных параметров.

Если помеха не является белым шумом (но остается нормальным случайным процессом), то вопрос об определении превышения сигнала над помехой становится более сложным. Существует, однако, один универсальный прием, с помощью которого можно прийти к прежнему случаю. Этот прием был указан еще в [64] и сводится к введению в приемную часть так называемого «обеляющего» фильтра [64, 160, 161].

Для случая воздействия сосредоточенных и импульсных помех превышение сигнала над помехой не удастся получить в виде столь же универсального выражения, как для помех типа нормального белого шума. Это естественно, поскольку мощность этих видов помех сосредоточена на отдельных частотных или временных интервалах, причем на разных интервалах она различна и является случайной величиной. Поэтому превышение сигнала над помехой тоже является случайной величиной и относится лишь к тем интервалам (частотным или временным), где присутствует соответствующая сосредоточенная помеха. На значения  $H^2_i$ , определяющие превышение сигнала над помехой типа нормального белого шума, наличие сосредоточенных и импульсных помех влияния не оказывает.

В подавляющем большинстве случаев СПДИ строятся таким образом, что значения  $H^2_i$  и  $h^2_i$  для всех  $i \in \{m\}$  примерно одинаковы<sup>1)</sup>. Можно привести ряд веских соображений в пользу разумности такого решения. Одним из них, сравнительно простым и в то же время достаточно убедительным, является тот факт, что верность есть неубывающая функция  $H^2_i$ . Следовательно, если выбрано некоторое максимальное значение  $H^2_i$ , то целесообразно и во всех остальных  $m-1$  субканалах обеспечить такое же значение  $H^2$ . Из числа других обоснований укажем на соображения симметрии, облегчающие техническую реализацию СПДИ.

Таким образом, во многих случаях превышение сигнала над помехой характеризуется единственным параметром — значением  $H^2$ . Следует отметить также, что в случае, когда  $H^2_i$  неодинаковы для разных субканалов, вычисление помехоустойчивости заметно осложняется.

### 3.6. НЕКОТОРЫЕ ДРУГИЕ ВНЕШНИЕ ПАРАМЕТРЫ СПДИ

В некоторых случаях приходится включать в число существенных и другие внешние параметры. Кроме того, другие внешние па-

<sup>1)</sup> Такие системы иногда называют системами с активной паузой [59, 160, 161]. Иногда [59] различают системы с активной паузой на передаче и приеме. Требование равенства  $H^2_i$  (и  $h^2_i$ ) для всех  $i \in \{m\}$  соответствует системе с активной паузой на приеме. Системы с заведомо неодинаковыми значениями  $H^2_i$  для разных  $i$  называют системами с пассивной паузой.

раметры учитываются на последующих этапах оценки. Некоторые из таких внешних параметров кратко рассматриваются ниже.

**Задержка передаваемых сообщений.** В любой СПДИ передаваемое сообщение поступает к ПС с некоторой задержкой во времени. Эта задержка в общем случае состоит из двух компонент. Одна из них обусловлена конечной скоростью распространения сигналов в КС, а другая — процессами в КУ и ДКУ.

Первая компонента может быть изменена за счет выбора КС надлежащего типа. Например, замена акустического (или гидродинамического) канала электромагнитным (такой же протяженности) дает уменьшение времени распространения сигнала на шесть порядков. Время распространения сигнала может быть изменено и в канале заданного вида за счет изменения его протяженности. Пример — передача по наземной радиолинии и по радиолинии с ретрансляцией через ИСЗ.

Вторая компонента может варьироваться в широких пределах, теоретически от 0 до  $\infty$ . В общем случае увеличение этой компоненты задержки позволяет улучшить некоторые другие параметры СПДИ, в частности, ее помехоустойчивость. Это вытекает из теории кодирования. Идеальное кодирование требует неограниченного увеличения длительностей кодируемых последовательностей символов, что эквивалентно неограниченной задержке передаваемых сообщений. Процессы в реальных КУ, способствующие устранению избыточности (в СК) и повышению помехоустойчивости за счет целенаправленного введения избыточности (в ПК), также сопровождаются задержкой подлежащих передаче сообщений. Аналогично возникает задержка при декодировании. В реальных КУ и ДКУ отчетливо проявляется связь между величиной задержки и улучшением помехоустойчивости. То же самое относится к СПДИ с КОС и вообще к СПДИ с любыми структурами.

Таким образом, время задержки передаваемой информации ( $T_3$ ) выступает в качестве одного из параметров СПДИ. С одной стороны, как мы видели, увеличение  $T_3$  способствует улучшению некоторых других параметров СПДИ, например, помехоустойчивости. Но, с другой стороны, увеличение  $T_3$  имеет и неприятные последствия. В каждом конкретном случае эти последствия и степень их «неприятности» различны. Например, увеличение  $T_3$  за счет укрупнения алфавита в КСобщ приводит к усложнению (очень резко растущему с ростом значения  $a$ ) СК, ПК, СДК и ПДК, хотя само значение  $T_3$  может быть и небольшим. В некотором смысле противоположным примером является СПДИ с КОС, в которой количество повторных передач не ограничено. Подобных примеров можно было бы привести множество.

Характеристика времени задержки передаваемой информации одним параметром  $T_3$  пригодна только для неадаптирующихся систем, в то время как для адаптирующихся, например, систем с КОС величина  $T_3$  является случайной и может быть описана лишь статистически.

Внешние условия оказывают существенное влияние на допус-

тимостью того или иного значения  $T_3$  (или соответствующих статистических характеристик этой величины), так что одна и та же СПДИ в некоторых случаях оказалась бы пригодной к применению по данному параметру, а в других — нет. Эти особенности можно учесть, если приписать рассматриваемому параметру весовой коэффициент, определяющий величину убытков, которые терпит система при единичном значении параметра. Этот подход аналогичен рассмотренному в § 3.3 применительно к другому параметру СПДИ — верности. Однако трудности в определении истинных значений весовых коэффициентов при параметре  $T_3$  столь велики, что в настоящее время этот подход в явном виде не используется. Обычно вопрос решается эмпирически, на основе опыта и интуиции разработчиков. Во многих случаях время задержки вообще не учитывается, поскольку оно достаточно мало, а система не критична к этому параметру. В других же случаях время задержки может быть решающим параметром, как, например, в системах управления быстропротекающими процессами. Тогда задаются допустимым временем задержки или его статистическими характеристиками и проектируют СПДИ так, чтобы эти требования выполнялись. Такой подход эквивалентен приписыванию весовому коэффициенту значений 0 или  $\infty$ , в зависимости от того, является время задержки (или его статистический параметр) меньшим или большим допустимого значения.

Из сказанного следует, что в настоящее время задержка передаваемых сообщений учитывается весьма грубо и в большинстве случаев в неявной форме.

Скрытность. Характеризует сложность обнаружения факта работы СПДИ и определения ее основных параметров. Если работа СПДИ обнаружена и определены ее основные параметры, то могут быть двоякие последствия — либо передаваемая информация перехватывается, либо работу СПДИ пытаются подавить с помощью организованных помех. В последнем случае совокупность параметров «скрытность» и «помехоустойчивость» образует новый параметр, именуемый помехозащищенностью от организованных помех. Примером СПДИ с высокой помехозащищенностью являются так называемые широкополосные системы связи. В некоторых случаях это соображение является решающим при выборе между «узкополосными» и «широкополосными» системами.

Обычно высокую помехозащищенность широкополосных систем объясняют следующим образом. Верность есть неубывающая функция превышения сигнала над помехой, определяемого (3.122). Этому выражению можно придать и такой вид:

$$H^2 = \epsilon_H \frac{P_c}{P_n} F \tau, \quad (3.133)$$

где  $F$  — занимаемая сигналом полоса частот, определяемая (3.95);  $P_n = v_0^2 F$  — мощность флуктуационной помехи на входе демодулятора в полосе частот  $F$ ;  $F\tau$  — база сигнала.

Увеличивая базу ( $F\tau$ ), можно при сохранении заданного значения  $H^2$  сделать величину  $\frac{P_c}{P_n}$  достаточно малой, в том числе меньшей единицы. Эта величина, которая с учетом (3.133) равна:

$$q = \frac{P_c}{P_n} = \frac{H^2}{\epsilon_H F \tau}, \quad (3.134)$$

и используется в качестве количественной меры скрытности [122]. По нашему мнению, такая мера скрытности имеет ряд существенных недостатков. По-видимому, лучшей была бы мера, определяемая вероятностью обнаружения работы СПДИ, вероятностью определения параметров обнаруженной СПДИ и вероятностью ее подавления (или какой-то функцией, характеризующей трудность подавления). Однако эти вопросы выходят за рамки настоящей работы.

**Секретность.** Этот параметр определяет трудности в расшифровке перехваченного сообщения. Для обеспечения секретности: подлежащее передаче сообщение кодируется в специальном шифрующем устройстве (шифрующем кодере). Вопросы построения шифрующих кодеров, количественной оценки степени секретности, обеспечиваемой различными шифрами и т. д., в литературе освещены совершенно недостаточно. Пожалуй, наиболее обстоятельной работой по этому вопросу до настоящего времени остается [177].

**Аппаратурная надежность.** Важность учета аппаратурной надежности вытекает из того, что при выходе из строя аппаратуры (отказе) СПДИ теряет способность нормального функционирования. При прочих равных условиях значения параметров, характеризующих аппаратурную надежность, зависят от структуры СПДИ. Установление этих зависимостей и составляет основную проблему при оценке СПДИ с учетом аппаратурной надежности.

Действие отказа проявляется, прежде всего, в резком увеличении вероятности ошибок в принимаемой информации. А поскольку отказ в этом смысле аналогичен помехе, то в последнее время намечается тенденция к учету аппаратурной надежности в другом внешнем параметре СПДИ — помехоустойчивости и создание на этой основе единой теории информационной надежности. Из числа работ в этой области укажем на работы Ю. Н. Мельникова («Электросвязь», 1966, № 12), Б. Я. Советова (Эффективность введения избыточности в системы передачи телемеханической информации. М., «Наука», 1972) и Б. С. Флейшмана (Элементы теории потенциальной эффективности сложных систем. М., «Советское радио», 1971) Ю. Н. Мельникова (Достоверность информации в сложных системах. М., «Советское радио», 1973).

По-видимому, разумным было бы учитывать отказы дифференцированно, например, несомоустраняющиеся — в параметрах аппаратурной надежности, а сомоустраняющиеся — в помехоустойчивости.



#### **4.1. ОБЗОР И АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ СПДИ**

Центральным в проблеме оценки СПДИ является вопрос о выборе критерия. Специфика его состоит в том, что критерий не может быть выведен формально, а должен быть выбран и логически обоснован с учетом назначения СПДИ, условий ее работы и вообще «широкой оценки всей ситуации» [166].

Однако такая неопределенная основа, как «широкая оценка всей ситуации», допускает появление разнородных критериев для одной и той же ситуации. Именно этим объясняется обилие существующих в настоящее время критериев оценки СПДИ (и вообще систем связи), нечеткое определение областей их применения, трудности в сопоставлении оценок по различным критериям и т. д.

В период подготовки книги к публикации появился ряд работ, в которых в той или иной форме затрагиваются вопросы формирования критериев оценки систем, оптимизация систем по выбранным критериям и т. п.

Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М., «Наука», 1971; Вентцель Е. С. Исследование операций. М., «Советское радио», 1972; Флейшман Б. С. Элементы теории потенциальной эффективности сложных систем. М., «Советское радио», 1971. Исследование операций (методологические аспекты). М., «Наука», 1972; Окунев Ю. Б. Методы проектирования систем связи. Докторская диссертация. ЛЭИС, 1972; Окунев Ю. Б. Опыт оптимального проектирования систем связи. Изд. ЛДНТП, 1972.

В этих работах обоснована необходимость системного подхода при формировании критериев и оптимизации систем и подчеркнута принципиальная важность использования адекватных критериев и наличие отставания в разработке методологии их формирования. Разработка методологии формирования критериев является крайне актуальной, а сами критерии должны быть сформированы на основе системного подхода.

В настоящей главе сделана попытка рассмотреть все аспекты вопроса о критериях оценки СПДИ.

В самой общей формулировке любая система связи характеризуется помехоустойчивостью и эффективностью. Наиболее четко это положение сформулировано в [47], где говорится, что «совокупность этих двух показателей составляет достаточно полную характеристику системы», а также, что «наиболее совершенной системой считается такая система, которая обладает наибольшей эффективностью при заданной помехоустойчивости или, наоборот, наибольшей помехоустойчивостью при заданной эффективности».

Из сделанных в [47] разъяснений видно, что «достаточно полной» эту совокупность следует понимать в том смысле, что она «достаточно полно описывает систему связи, как систему передачи сообщений», но при этом технические и экономические факторы не учитываются. Автор [47], конечно, хорошо понимает важность этих неучитываемых факторов и указывает, что они должны быть учтены «при конструировании аппаратуры», причем отмечается, что «эти факторы в некоторых случаях могут быть решающими». Другими словами, оценка по параметрам эффективности и помехоустойчивости является лишь первым этапом оценки, за которым должны последовать другие этапы, на каждом из которых учитываются ранее неучтенные параметры. Таким образом, вырисовывается многоступенчатая процедура оценки. На первом этапе, который назовем теоретическим, учитываются параметры, характеризующие помехоустойчивость и эффективность, и не учитываются технические, экономические, тактические, эксплуатационно-ремонтные и т. п. характеристики. Эти характеристики учитываются на последующих этапах (проектирования, конструирования, экспериментальных испытаний, опытной эксплуатации и т. д.) <sup>1)</sup>.

Многоступенчатая процедура оценки является вынужденным компромиссом между стремлением учесть как можно большее количество параметров и сложностью оценки, возрастающей с ростом числа учитываемых параметров.

На теоретическом этапе оценки возможны, по крайней мере, две разновидности критериев: критерии помехоустойчивости (при заданной эффективности) и критерии эффективности (при заданной помехоустойчивости) <sup>2)</sup>. Как будет видно из дальнейшего, существует и третья разновидность, в которой одновременно учитываются параметры и эффективности и помехоустойчивости. Такие критерии назовем обобщенными.

---

<sup>1)</sup> Не лишне заметить, что единой научно обоснованной методики оценки систем связи на этих последующих этапах тоже не существует. Более того, сама необходимость оценки на последующих этапах иногда подчеркивается или упоминается вскользь, в результате чего оценки по первому этапу воспринимаются как исчерпывающие, пригодные для руководства в практике без какой-либо коррекции.

<sup>2)</sup> Понятие «критерий» включает в себя всю совокупность учитываемых параметров, из которых выделяется оценочный. К сожалению, четкое перечисление всех учитываемых параметров имеет место далеко не всегда, что также затрудняет сопоставление оценок по различным критериям.

Название критерия обычно совпадает с названием оценочного параметра.

Возможны два вида оценок: абсолютная и сравнительная. В первом случае вычисляется абсолютное значение оценочного параметра (при заданных значениях прочих учитываемых параметров), а во втором — отношение оценочных параметров сравниваемых систем (при равенстве прочих учитываемых параметров в сравниваемых системах). Впрочем, при сравнительной оценке также часто возникает необходимость в вычислении абсолютного значения оценочного параметра, поскольку только таким способом можно определить абсолютное значение выигрыша.

Для количественных оценок необходимо иметь количественные меры помехоустойчивости и эффективности. Вопрос о количественной мере помехоустойчивости рассмотрен в § 3.3. Что касается эффективности, то существуют различные определения ее количественной меры. В ранних работах по теории передачи информации в качестве меры эффективности использовалась скорость передачи информации. Как правильно отмечено в [47], такая мера не является удовлетворительной, поскольку она учитывает лишь затраты времени и не учитывает затрат полосы частот и мощности сигнала. В [47] предлагается оценивать эффективность системой коэффициентов  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\eta$ , характеризующих соответственно использование мощности сигнала, полосы частот и пропускной способности КС. Во многих работах используются только два или даже один из указанных коэффициентов. Впрочем, и в [47], по существу, рекомендуется использовать лишь один из них, выбирая его в зависимости от условий работы системы связи.

Как видно, эффективность выражается совокупностью разнородных показателей. Чтобы эффективность определялась однозначно, ее часто определяют по одному показателю, наиболее существенному для данного случая, а остальные либо полагают заданными (равными для сравниваемых систем), либо вообще не учитывают.

Дело усложняется еще и тем, что один и тот же показатель эффективности нередко формулируется разными авторами неодинаково.

Таким образом, в настоящее время нет единообразного определения понятия эффективности систем связи, а области применения существующих показателей эффективности определены недостаточно четко.

Множество способов определения эффективности породило множество критериев оценки, поскольку любой критерий должен включать показатели эффективности. Таким образом, каждая из указанных выше трех разновидностей критериев оценки превращается в группу критериев:

- а) критерии помехоустойчивости (группа I);
- б) критерии эффективности (группа II);
- в) обобщенные критерии (группа III).

В каждой группе содержится несколько модификаций, отличающихся между собой способами оценки эффективности.

Таблица 4.1

Номер группы	Условный номер критерия	Литературный источник	Математическое выражение оценочного параметра	Параметры		Примечание
				Учитываемые	Заданные или полагаемые равными	
I	1	[169]	$P_{сб}$	$P_{сб}; R; P_c; v_0^2$	$R; P_c; v_0^2$	Равноскоростное сравнение
		$P_{сб}; \Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$		$\Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$	Равнополосное сравнение	
	2	[197]	$P_{сб}$	$P_{сб}; R; \Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$	$\frac{R}{\Delta f_{\Sigma}}; P_c; v_0^2$	—
	3	[47]	$P_{сб}$	$P_{сб}; R; \Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$	$\beta; \gamma; \eta; v_0^2$	—
	4	[47]	Совокупность коэффициентов $\beta = \frac{R}{h^2}; \gamma = \frac{R}{\Delta f_{\Sigma}};$ $\eta = \frac{R}{C}$	$P_{сб}; R; \Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$	$P_{сб}; v_0^2$	—
II	5	[77]	Совокупность коэффициентов $\alpha_f = \frac{\Delta f_{\Sigma}}{R};$ $\beta_1^2 = \frac{P_c}{v_0^2 R}$	$P_{сб}; R; \Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$	$P_{сб}; \Delta f_{\Sigma}; v_0^2$	—
	6	[160]	Мощность сигнала $P_c$	$P_{сб}; R; \Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$	$P_{сб}; R; v_0^2$	—
	7	[208]	Коэффициент $\beta_E = \frac{P_c}{v_0^2 R}$	$P_{сб}; R; P_c; v_0^2$	$P_{сб}; v_0^2$	—
III	8	[46]	Добротность системы связи $Q = S \eta$	$P_{сб}; R; \Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$	$S$ или $\eta; v_0^2$	—
	9	[153]	Объем сигнала $V_c = P_c \Delta f_{\Sigma} T$	$P_{сб}; R; \Delta f_{\Sigma}; P_c; v_0^2$	$P_{сб}; R; v_0^2$	—

Данные о существующих критериях сведены в табл. 4.1. Следует отметить, что в различных критериях применяются различные меры для одинаковых по смыслу параметров. Поэтому принятые в табл. 4.1 обозначения являются условными. Например, обозначение  $\Delta f_{\Sigma}$  означает лишь, что речь идет о занимаемой полосе частот, которая вообще может быть определена различным образом (см. § 3.4); обозначение  $P_{сб}$  — что речь идет о помехоустойчивости (без уточнения смысла элемента сообщения, к которому относится вероятность сбоя) и т. д.

Для параметров эффективности и обобщенных критериев сохранены обозначения, принятые в соответствующих источниках.

Из приведенных в табл. 4.1 данных видно, что во всех критериях учитываются помехоустойчивость ( $P_{сб}$ ), мощность сигнала ( $P_c$ ) и спектральная плотность мощности помехи<sup>1)</sup> ( $v_0^2$ ). Кроме того, учитываются еще два параметра — скорость передачи информации ( $R$ ) и занимаемая полоса частот ( $\Delta f_{\Sigma}$ ). В некоторых критериях учитываются оба эти параметра (критерии 2, 3, 4, 5, 8, 9), а в некоторых — только один:  $R$  в критерии 1 (равноскоростное сравнение); 6, 7 и  $\Delta f_{\Sigma}$  в критерии 1 (равнополосное сравнение).

Рассмотрим последовательно критерии каждой группы.

Критерии группы I. Таких критериев имеется три. Критерий 1 имеет две модификации — равноскоростную и равнополосную. В первой из них заданным (равным в сравниваемых системах) параметром (кроме  $P_c$  и  $v_0^2$ ) является скорость передачи информации, а во второй — занимаемая полоса частот. Соответственно в первой модификации среди учитываемых параметров отсутствует занимаемая полоса частот, а во второй — скорость передачи информации. Нетрудно понять, что сделано это в целях придания критерию оценки однозначности, поскольку независимое задание  $\Delta f_{\Sigma}$  и  $R$  при принятых в [169] определениях этих параметров невозможно.

Очевидно также, что эта однозначность достигается ценой потери универсальности, поскольку критерий оценки становится пригодным лишь для некоторых частных случаев, а именно: равноскоростная модификация — «когда стремятся получить наиболее надежную связь при заданной скорости передачи, а строгие ограничения полосы отсутствуют», а равнополосная модификация — «когда система предназначена для передачи в ограниченной полосе частот, которая должна использоваться наиболее эффективно» [169].

Критерий 2 отличается от критерия 1 тем, что он учитывает одновременно как  $R$ , так и  $\Delta f_{\Sigma}$  и однако не разделяемо, а в виде безразмерного показателя  $R/\Delta f_{\Sigma}$ . Такой способ позволяет учесть одновременно параметры  $R$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ , и в этом состоит его преимущест-

<sup>1)</sup> Последние два параметра можно объединить в один:  $h^2 = \frac{P_c}{v_0^2}$ . Значение

$v_0^2$  при оценке всегда полагается заданным (равным для сравниваемых систем), так что параметры  $h^2$  и  $P_c$  равноценны.

во перед критерием 1. Но он имеет и весьма существенные недостатки. Во-первых, возможны случаи, когда значения  $R/\Delta f_{\Sigma}$  в сравниваемых системах не могут быть приняты равными (это видно и из приведенных в [197] данных). Во-вторых, одно и то же значение  $R/\Delta f_{\Sigma}$  может быть получено в сравниваемых системах при различных абсолютных значениях  $R$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ . Например, если в сравниваемых  $i$ -й и  $j$ -й системах  $R_i = 1000$  бит/с,  $\Delta f_{\Sigma i} = 3$  кГц,  $R_j = 1400$  бит/с,  $\Delta f_{\Sigma j} = 4,2$  кГц, то  $(R/\Delta f_{\Sigma})_i = (R/\Delta f_{\Sigma})_j$ . Но очевидно, что эти две системы нельзя считать равноценными по той простой причине, что  $i$ -я не может заменить  $j$ -ю, так как в ней скорость передачи информации меньше, чем в  $j$ -й. В то же время по показателю  $R/\Delta f_{\Sigma}$  они равноценны. Следовательно, безразмерный показатель  $R/\Delta f_{\Sigma}$  нельзя считать адекватным. Его можно применять только в тех частных случаях, когда возможно одновременное выполнение условий:  $R_i = R_j$  или  $\Delta f_{\Sigma i} = \Delta f_{\Sigma j}$ .

Эти выводы можно распространить и на другие показатели типа  $Z = \frac{x}{y}$ ;  $Z = xy$  и т. п., где  $x$  и  $y$  — параметры системы связи<sup>1)</sup>.

Критерию 3 свойственны все недостатки критерия 2. Действительно, равенство  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\eta$  в сравниваемых системах возможно только в частных случаях, и эти показатели эффективности имеют вид  $Z = \frac{x}{y}$ . В случае оценки эффективности по показателю  $\gamma = R/\Delta f_{\Sigma}$  критерий 3 совпадает с критерием 2.

Критерии группы II. В этой группе часть критериев имеет больше одного оценочного параметра (критерии 4, 5), а часть — только один (критерии 6, 7). Совокупность оценочных параметров критерия 4 состоит из коэффициентов использования: мощности сигнала  $\beta = R/h^2$ , полосы частот канала  $\gamma = R/\Delta f_{\Sigma}$  и пропускной способности канала ( $C$ )  $\eta = R/C$ .

В критерии 5 совокупность оценочных параметров состоит из «показателей удельного расхода»: энергии полезного сигнала  $\beta^2_1 = P_c/v^2_0 R$  и полосы частот  $\alpha_f = \Delta f_{\Sigma}/R$ .

Легко показать, что коэффициенты  $\beta$ ,  $\beta^2_1$  и  $\gamma$ ,  $\alpha_f$  находятся между собой в однозначной зависимости<sup>2)</sup>:

$$\beta = 1/\beta^2_1; \quad \gamma = 1/\alpha_f.$$

Следовательно, критерии 4 и 5 отличаются, по существу, только тем, что в первом из них имеется коэффициент  $\eta$ , а во втором

1) Убедительная аргументация, подтверждающая неприемлемость использования подобных «составных» показателей, приведена в великолепно написанной статье Е. С. Вентцель [22], с которой автор познакомился, к сожалению, уже после написания настоящей главы.

2) Интересно, что автор работы [77] тоже отметил эту зависимость, однако не привел никаких обоснований целесообразности введения коэффициентов  $\beta^2_1$  и  $\alpha_f$  вместо  $\beta$  и  $\gamma$ .

он отсутствует. Что касается методики использования коэффициентов эффективности, то в [47] по этому поводу говорится следующее: «Коэффициент  $\beta$  является важнейшей характеристикой систем, в которых по тем или иным причинам мощность передатчика жестко ограничена (системы космической связи и т. п.)»; «В других же системах (например, в системах проводной связи) наиболее важной характеристикой является  $\gamma$ -эффективность»; « $\eta$  — эффективность ... является наиболее общей характеристикой эффективности системы связи». Как видно, несмотря на то, что оценочный параметр выражается совокупностью коэффициентов, по существу рекомендуется использовать только один из них в зависимости от условий работы и назначения системы связи. Причем если для коэффициентов  $\beta$  и  $\gamma$  приводятся примеры целесообразных областей применения, то для коэффициента  $\eta$  этот вопрос вообще не рассматривается.

Сказанное относительно применения коэффициентов  $\beta$  и  $\gamma$  полностью относится также к коэффициентам  $\beta_i^2$  и  $\alpha_j$ , используемым в критерии 5. Можно отметить также, что автор [77] не использует коэффициент  $\eta$ , хотя он и знаком с работой [47].

Иногда встречаются попытки учесть одновременно два параметра эффективности, например,  $\beta$  и  $\gamma$  при использовании критерия 4. При этом делаются заключения такого типа:  $i$ -я система лучше  $j$ -й по оценочному параметру  $\beta$ , но уступает ей по параметру  $\gamma$  (или наоборот). Ясно, что подобные выводы несостоятельны, поскольку невозможно в общем случае ответить на вопрос о том, какая из сравниваемых систем лучше, если, например,  $\beta_i > \beta_j$ , но  $\gamma_i > \gamma_j$ .

Критерии 6 и 7 являются различными вариантами так называемого энергетического критерия. Критерий 6 используется в [160, с. 225] для сравнительной оценки бинарных систем с ЧМ, одна из которых ( $i$ -я) использует оптимальный некогерентный способ приема, а вторая ( $j$ -я) — когерентный. Оценка производится по оценочному параметру  $\eta_E$ , определяющему энергетический проигрыш  $i$ -й системы перед  $j$ -й:

$$\eta_E = H_{Ei}^2 / H_{Ej}^2, \quad (4.1)$$

где  $H_{Ei}^2$  и  $H_{Ej}^2$  — отношения энергий сигнала ( $E_c$ ) к спектральной плотности мощности помехи ( $\nu_0^2$ ) на входе приемников  $i$  и  $j$ -й систем соответственно.

Поскольку значения  $\nu_0^2$  в сравниваемых системах одинаковы, то вместо (4.1) можно записать

$$\eta_E = E_{ci} / E_{cj}. \quad (4.2)$$

Но  $E_c = P_{ct}$  и тогда вместо (4.2) получим

$$\eta_E = P_{ci} \tau_i / P_{cj} \tau_j. \quad (4.3)$$

Если, наконец, положить  $\tau_i = \tau_j$ , что эквивалентно условию  $R_i = R_j$  (в [160] равенство  $R_i = R_j$  подразумевается, поскольку срав-

ниваемые системы отличаются только способом приема), то вместо (4.3) получим

$$\eta_E = P_{ci}/P_{cj}. \quad (4.4)$$

Величину  $\eta_E$  в интерпретации ее выражением (4.4) уместнее, по-видимому, назвать проигрышем по мощности. Кстати, дальше в [160, с. 253] при сравнении оптимального некогерентного приемника с приемником, осуществляющим узкополосный прием по огибающей, оценочный параметр  $\eta_E$  понимается именно в таком смысле.

Критерий 7 называется в [208] критерием энергетической эффективности и определяется значением энергии сигнала, необходимым для передачи двоичной единицы информации при заданных спектральной плотности мощности помехи и помехоустойчивости. Математически этот критерий определяется выражением

$$\beta_E = P_c/v_0^2 R. \quad (4.5)$$

Легко показать, что критерии 6 и 7 совпадают, если наложить условие  $R_i = R_j$ . Действительно, если использовать критерий  $\beta_E$  для сравнительной оценки  $i$  и  $j$ -й систем, то выигрыш (проигрыш) по энергетической эффективности определится в этом случае выражением

$$\gamma_E = \frac{\beta_{Ei}}{\beta_{Ej}} = \frac{P_{ci}}{v_{0i}^2 R_i} \frac{v_{0j}^2 R_j}{P_{cj}} = \frac{P_{ci}}{P_{cj}},$$

что совпадает с (4.4).

Следует, однако, отметить и различие между этими критериями. Оно состоит в том, что критерий 6 в интерпретации оценочного параметра выражением (4.4) применим для случая, когда скорости передачи информации и занимаемые полосы частот равны для сравниваемых систем<sup>1)</sup>, а в критерии 7 занимаемая полоса частот вообще не учитывается.

Сопоставляя критерии 4 и 5 с критериями 6 и 7, можно убедиться, что вторые являются частными случаями первых при оценке по коэффициентам  $\beta$  (критерий 4) или  $\beta_2^1$  (критерий 5).

Отметим также, что всем критериям группы II (кроме критерия 6) свойственен недостаток, присущий критериям вида  $Z = \frac{x}{y}$  (смысл этого недостатка рассмотрен выше при анализе критерия 2).

Критерии группы III. Критерии этой группы появились в результате попыток преодолеть недостатки критериев групп I и II. Критерий 8 рекомендуется его автором как «единая общетехни-

<sup>1)</sup> Равенство занимаемых полос частот также вытекает из того, что сравниваемые системы отличаются лишь способом приема.



ческая характеристика системы связи». Математически этот критерий записывается в виде [46]

$$Q = S \eta, \quad (4.6)$$

где  $S = -10 \lg P_{сб}$ ;  $\eta = R/C$ .

Лучшей считается та система, которая «при заданных условиях (заданной эффективности и помехоустойчивости) обладает наибольшим значением добротности  $Q$ ». В такой словесной формулировке оценка по значению  $Q$  однозначна и учитывает все существенные параметры системы связи, поскольку  $C = C(\Delta f_{\Sigma}, P_c, v^2_0)$ . Более детальный анализ показывает, однако, что эта однозначность лишь кажущаяся. Действительно, коэффициенты эффективности  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\eta$  связаны соотношением [47]

$$\eta = \gamma / \left[ \log \left( 1 + \frac{\gamma}{\beta} \right) \right]. \quad (4.7)$$

Если положить, что для сравниваемых  $i$  и  $j$ -й систем выполняется условие  $S_i = S_j$ , то лучшей будет та система, для которой больше  $\eta$ . Но из (4.7) видно, что одно и то же значение  $\eta$  может быть получено при различных сочетаниях значений  $\beta$  и  $\gamma$ . К этому следует добавить, что одинаковые значения  $\beta$  (или  $\gamma$ ) также могут быть получены при различных сочетаниях параметров  $R$  и  $h^2$  (или  $R$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ ). Наконец, оценка по критерию  $Q$  может не совпадать с оценкой по параметрам  $\beta$  или  $\gamma$ , что также видно из (4.7).

Критерий 9 введен как «наиболее общий критерий оценки различных систем связи, который включает в себя все основные показатели работы системы связи» [153]. В качестве такого критерия предлагается объем сигнала, необходимый для передачи единицы информации с заданной достоверностью, равный

$$V_c = (P_c \Delta f_{\Sigma}) / R. \quad (4.8)$$

Лучшей считается система, имеющая меньший объем сигнала  $V_c$  при заданных значениях  $P_{сб}$  и  $v^2_0$ . В такой интерпретации критерий объема сигнала  $V_c$  дает однозначную оценку и включает все существенные параметры системы (основные показатели работы по терминологии [153]). Правда, дополнительно накладывается также условие равенства скоростей передачи информации в сравниваемых системах, так что критерий объема сигнала превращается, по существу, в критерий «площади» сигнала, равный с учетом (4.8).

$$S_c = P_c \Delta f_{\Sigma}, \quad (4.9)$$

однако это не меняет существа дела.

Вопрос сводится к тому, чтобы установить, можно ли произведение  $P_c \Delta f_{\Sigma}$  считать пригодным для практических оценок. Как показано при анализе критерия 2, ответ на этот вопрос должен быть отрицательным, поскольку критерий  $S_c = P_c \Delta f_{\Sigma}$  — составной, вида  $Z = xy$ .

Можно показать также, что (4.9) приводится к виду

$$S_c = P_c \Delta f_{\Sigma} = \frac{R^2 v_0^2}{\beta \gamma}, \quad (4.10)$$

где  $\beta$  и  $\gamma$  — коэффициенты эффективности (критерий 4).

Сравнивая (4.10) и (4.7), легко убедиться, что критерии 8 и 9 выражаются через те же коэффициенты  $\beta$  и  $\gamma$ . Однако функциональные зависимости  $\eta$  и  $S_c$  от  $\beta$  и  $\gamma$  имеют различный характер, что делает критерии 8 и 9 несовместимыми.

Отдельно рассмотрим вопрос об оценке СПДИ по коэффициенту  $\eta$  (критерии 3, 4, 8), основываясь на [131]. По определению коэффициент  $\eta$  есть отношение реальной скорости передачи информации ( $R$ ) к пропускной способности ( $C$ ) канала связи оцениваемой СПДИ. Поскольку пропускная способность определяет максимально возможную скорость передачи, то значение  $\eta = R/C$  показывает степень использования пропускной способности. В то же время в литературе встречаются замечания и даже возражения относительно целесообразности использования критерия  $\eta$  для оценки СПДИ. Например, в [169] говорится: «Так как способы идеального кодирования в настоящее время неизвестны, мы отказываемся от использования емкости канала, как меры качества системы»<sup>1)</sup>. Нельзя не учитывать и того, что в большинстве работ критерий  $\eta$  не используется.

Для уяснения целесообразности использования критерия  $\eta$  для оценки СПДИ обратимся к смыслу понятия пропускной способности. Это понятие введено в [174] как максимально возможная скорость передачи информации при сколь угодно малой вероятности ошибки. Эта скорость может быть достигнута при условии, что передаваемая информация закодирована некоторым идеальным образом. Способы идеального кодирования вообще неизвестны, но существенно, что кодируются последовательности символов передаваемого сообщения, длительность ( $T$ ) которых в пределе стремится к бесконечности. Это означает, что передача сигнала задерживается также на время  $T$ . На такое же время задерживается расшифровка принятого сигнала, так что общее время задержки равно  $2T$ . Кроме того, с ростом  $T$  увеличивается сложность кодера и декодера, главным образом, из-за увеличения объема памяти этих устройств. Ясно, что пропускная способность реально достигнута быть не может, а можно говорить лишь о степени приближения к ней при конечных значениях  $T$  и конечной сложности аппаратуры.

Аналогичные выводы сделаны и Шенноном в некоторых работах. Например, в [176] говорится: «Вообще же говоря, скорость  $C$  не может быть в действительности достигнута; к ней можно только приближаться в пределе, используя все более и более сложные способы кодирования и при все большем запаздывании в работе передатчика и приемника». В [175] проводится по сути та же мысль: «Такая система не может быть осуществлена ни при каком конеч-

<sup>1)</sup> Под емкостью канала в [169] понимается его пропускная способность.

ном процессе кодирования, но к ней можно приблизиться настолько, насколько это желательнo».

Таким образом, пропускная способность — это математическая абстракция, недостижимая ни в какой реальной СПДИ. Однако ее можно считать хорошей оценкой предельно достижимой скорости передачи информации.

Рассмотрим недостатки оценки СПДИ по критерию  $\eta = R/C$ . Один из них (остальные будут рассмотрены дальше) состоит в следующем. В реальной СПДИ вероятность сбоя ( $P_{сб}$ ) всегда конечна, причем  $P_{сб}$  и  $R$  функционально связаны между собой таким образом, что с уменьшением  $R$  уменьшается и  $P_{сб}$ . Поэтому для реальной СПДИ нужно указывать не только значение  $R$ , но и значение  $P_{сб}$ . В идеальной же СПДИ достаточно указать лишь значение  $C = \max R$ , поскольку при этом всегда  $P_{сб} \rightarrow 0$ . Отсюда видно, что сравнение реальной СПДИ с идеальной по критерию  $\eta = \frac{R}{C}$  производится при неравноправных условиях, поскольку в идеальной СПДИ  $P_{сб} \rightarrow 0$ , а в реальной  $P_{сб}$  — конечная величина. Кроме того, такая оценка неоднозначна и зависит от значения  $P_{сб}$  в реальной СПДИ. По существу,  $\eta = \eta(P_{сб})$ , так что критерий  $\eta = \frac{R}{C}$  неоднозначен без указания величины  $P_{сб}$ , при которой он определяется.

Другой недостаток оценки по критерию  $\eta$  состоит в том, что в нем не учитываются тактико-технические и экономические соображения. Покажем это. В соответствии с критерием  $\eta$  лучше та СПДИ, где  $\eta$  больше. Увеличение  $\eta$  возможно лишь за счет увеличения  $R$  (при  $C = \text{const}$ ), причем в пределе  $R \rightarrow C$ . Приближения  $R$  к  $C$  можно добиться лишь путем усложнения аппаратуры и допущения больших задержек сигнала. Это означает, что по мере приближения  $R$  к  $C$  тактико-технические и экономические характеристики (сложность, вес, габариты, надежность, стоимость и т. д.) будут ухудшаться, и неизбежно наступит такая ситуация, когда дальнейшее приближение  $R$  к  $C$  станет нецелесообразным. Подобная точка зрения высказана и Шенноном в [175]: «К несчастью, при попытках достичь идеала (т. е.  $R \rightarrow C$  — прим. авт.) передатчик и приемник с необходимостью становятся все более и более сложными и возрастают задержки. В силу этих причин наступает момент, когда устанавливается некоторое экономическое равновесие между различными факторами»<sup>1)</sup>. Таким образом, реально имеет смысл приближаться к  $C$  не сколь угодно близко, а лишь на некоторое конечное расстояние, определяемое тактико-техническими и экономическими соображениями.

По-видимому, здесь уместна аналогия из области механики. Известно, что максимально возможная в природе скорость равна скорости света. Тогда можно было бы для оценки транспортных средств ввести по аналогии «коэффициент использования скорости

<sup>1)</sup> К сожалению, это весьма ценное замечание не привлекло должного внимания и не было развито.

света», равный отношению скорости данного транспортного средства к скорости света. При таком способе оценки сверхзвуковой самолет ТУ-144 должен быть признан плохим, поскольку «коэффициент использования скорости света» для него равен всего (примерно)  $2 \cdot 10^{-6}$ . Абсурдность такого способа оценки очевидна. Но ведь он вполне аналогичен оценке СПДИ по критерию  $\eta$ .

Если уж оценивать СПДИ по критерию, определяемому как отношение реальной скорости к некоторой предельной, то вместо  $C$  следует ввести предельно рациональную скорость  $R_{пр}$ , т. е. вместо определения  $\eta$  как  $\eta = \frac{R}{C}$  использовать определение  $\eta = \frac{R}{R_{пр}}$ .

Значение  $R_{пр}$  должно определяться с учетом тактико-технических и экономических соображений<sup>1)</sup>.

Некоторое представление о соотношении между  $R_{пр}$  и  $C$  дает встречающееся в литературе мнение о том, что практическим пределом удельной скорости передачи информации является 1 бит/с на 1 Гц полосы КС. В то же время удельное значение  $C$  при типичном для современных систем дальней связи отношении мощности сигнала и помехи, равном 20 дБ, составляет 6 бит/с на 1 Гц. Следовательно,  $C \approx 6 R_{пр}$ . Если даже допустить, что удельное значение  $R_{пр}$  равно (2÷3) бит/с на 1 Гц (имеются сведения, что такие удельные скорости достигнуты в некоторых экспериментальных, довольно сложных, системах), то и в этом случае  $C \approx (2 \div 3) R_{пр}$ .

Как видно, разница между  $C$  и  $R_{пр}$  достаточно существенна. В этом свете высказывания о крайнем несовершенстве существующих СПДИ и возможностях их коренного улучшения, базирующиеся на том факте, что обычно  $\eta \leq 0,1$  [37], представляются необоснованными.

Определение значения  $R_{пр}$  является чрезвычайно сложной задачей [131], пути решения которой пока едва намечаются, так что использование понятия  $R_{пр}$  для оценки СПДИ практически невозможно. Однако, как будет показано в следующих параграфах, существуют другие способы оценки СПДИ, вовсе не требующие привлечения таких понятий, как  $C$  или  $R_{пр}$ .

Проведенный выше обзор и анализ существующих критериев показывает, что положение в этой области весьма неблагоприятно. Об этом свидетельствует уже сам факт наличия множества критериев, методика и области применения которых определены весьма нечетко, оценки по различным критериям трудно сопоставимы (а иногда вообще несопоставимы), многие критерии обеспечивают лишь кажущуюся однозначность оценки и т. д. Причина этого кроется в том, что рассмотренные критерии формулировались в значительной мере на основе эвристических соображений, а не на единой методологической основе. Появление все новых и новых

<sup>1)</sup> Применительно к рассмотренному выше примеру аналогом  $R_{пр}$  является предельно рациональная скорость для транспортной авиации, определяемая тактико-техническими и экономическими соображениями.

критериев, как правило, без сопоставления их с уже существующими способствовало выработке облегченных представлений о важности выбора критерия вообще. В некоторых работах критерий принимается без каких бы то ни было обоснований (или эти обоснования весьма поверхностны), формулируется нечетко (иногда трудно понять, какие параметры в сравниваемых системах полагаются равными) и т. д.

## 4.2. МЕТОДОЛОГИЯ ФОРМИРОВАНИЯ КРИТЕРИЕВ ОЦЕНКИ

Прежде чем приступить к формированию критериев, необходимо выработать требования, которым они должны удовлетворять. Такие требования были сформулированы в [130, 142]. В дополненном и расширенном виде они формулируются следующим образом:

- учет всех существенных параметров системы;
- однозначность оценки;
- широкая область применения;
- пригодность для интерпретации в технико-экономических терминах;
- возможность синтеза оптимальной системы (по крайней мере, из некоторого класса систем) и исследования поведения оценочного параметра в окрестностях его экстремума;
- простота в математическом смысле и доступность для физических измерений.

Рассмотрим более подробно каждое из них.

Учет всех существенных параметров системы. Это требование вполне очевидно и вопрос заключается лишь в том, какие параметры для данного этапа оценки считать существенными. Этот вопрос должен решаться в каждом конкретном случае с учетом назначения системы, условий ее работы, влияния величины того или иного параметра на сложность системы, ее стоимость и т. д. При выборе существенных параметров требуется большая эрудиция, поскольку невозможно указать достаточно формализованные правила такого выбора.

Из табл. 4.1 видно, что в существующих критериях учитываются следующие параметры: помехоустойчивость ( $P_{сб}$ ), скорость передачи информации ( $R$ ), мощность сигнала ( $P_c$ ), занимаемая полоса частот ( $\Delta f_{\Sigma}$ ) и спектральная плотность мощности помехи ( $v_0^2$ ). Правда, в некоторых случаях учитывается лишь один из параметров  $R$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ , но только для придания критерию оценки однозначности, а не потому, что отбрасываемый параметр вообще полагается несущественным.

Включение в число существенных лишь перечисленных параметров СПДИ следует рассматривать как вынужденный компромисс между полнотой охвата свойств оцениваемой системы и сложностью оценки. По крайней мере, в некоторых случаях желательно было бы включить в число существенных и другие параметры

СПДИ. Например, в [213] к ним добавляется также время задержки информации. Правда, в данном случае время задержки используется как мера сложности аппаратуры, поскольку рассматривается задержка из-за кодирования. Но этот параметр может оказаться существенным и по тактическим соображениям.

В других специфических условиях могут оказаться существенными такие параметры, как скрытность и (или) секретность, вес системы, аппаратурная надежность, мобильность, скорость развертывания и т. д. Нужно также учитывать, что способы оценки этих дополнительных параметров и их связь со структурой СПДИ изучены весьма недостаточно (см. § 3.6). Поэтому в подавляющем большинстве случаев к числу существенных для теоретического этапа оценки СПДИ следует отнести лишь параметры  $P_{сб}$ ,  $R$ ,  $P_c$ ,  $\Delta f_{\Sigma}$  и  $v_0^2$ , а остальные рассматривать на следующих этапах.

Однозначность оценки. Это требование также вполне очевидно. Действительно, если применяемый критерий дает неоднозначную оценку, то все остальные его достоинства (учет всех существенных параметров, широкая область применения и т. д.) не могут компенсировать этого недостатка, за исключением, быть может, некоторых частных случаев.

Широкая область применения. Следует стремиться к тому, чтобы область применения критерия была по возможности широкой. Во всяком случае критерий должен обеспечить возможность оценки, по крайней мере, в пределах одного класса систем.

Пригодность для интерпретации в технико-экономических терминах. Это требование вытекает из того, что в конце концов (после проведения всех этапов оценки), система оценивается по технико-экономическим показателям. Следовательно, оценка на теоретическом этапе также должна допускать возможность интерпретации в технико-экономических терминах.

Возможность синтеза оптимальной системы (по крайней мере, из некоторого класса систем) и исследования поведения оценочного параметра в окрестностях его экстремума. Это требование не является абсолютно обязательным. Действительно, если бы был найден критерий, пригодный только для анализа систем (например, для оценки систем с известной структурой), то он мог бы найти широкое применение, поскольку перебор систем дает возможность выбрать лучшую из рассмотренных. Однако естественно потребовать, чтобы критерий давал возможность также и синтезировать оптимальные системы, по крайней мере, в пределах одного класса.

Точная реализация рассчитанных параметров невозможна. Расчетные значения параметров также вычисляются приближенно как по причине чисто вычислительных трудностей, так и ввиду приближенности используемой модели системы. Кроме того, поскольку, по крайней мере, часть параметров системы изменяется под действием различных факторов (старение, изменение климатических условий и т. д.), то целесообразно исследовать поведение оценоч-

ного параметра в окрестностях его экстремума. Может оказаться, что рациональнее выбрать систему, худшую по номинальному значению экстремума оценочного параметра, если его изменения в окрестности экстремума меньше, чем у конкурирующей системы.

Простота в математическом смысле и доступность для физических измерений. Простота математического выражения всегда желательна, поскольку это упрощает вычисления. Кроме того, простые выражения легче запоминаются и облегчают прикидочную оценку систем, что способствует формированию ориентировочных интуитивных оценок. Хотя последнее соображение может показаться не очень существенным, на самом деле оно имеет большое значение, поскольку первичный отбор систем, как правило, производится на основе именно таких интуитивных оценок.

Требование возможности физических измерений оценочного параметра вряд ли нуждается в особых пояснениях. Действительно, если рассчитанная величина не поддается измерениям (или слишком сложна для измерений), то невозможно (или трудно) проверить, насколько близка реализованная система к рассчитанной.

Легко видеть, что большинство требований изложено в терминах, допускающих довольно свободную трактовку. Кроме того, перечень этих требований, составленный на основе эвристических соображений, по-видимому, не является единственным возможным. Тем не менее можно утверждать, что наличие перечня требований оказывает полезное дисциплинирующее воздействие на всех этапах формирования критерия.

Учитывая сформулированные требования, можно приступить к разработке методологии формирования критерия. Наиболее общим является подход к этому вопросу, развиваемый в теории больших систем. Понятие «большая система» связывается не с делением систем на «большие» и «малые», а означает, прежде всего, применение системного подхода к их изучению [68]<sup>1)</sup>.

При системном подходе учитывается вся объективная сложность систем, состоящая в том, что их поведение определяется большим числом взаимосвязанных факторов. Особенностью системного подхода является также то, что система рассматривается не изолированно, а как подсистема более общей системы (системы более высокого ранга). Но последняя, в свою очередь, является подсистемой еще более общей системы, так что последовательное применение этого принципа неизбежно приводит к необходимости рассматривать системы глобального или даже космического масшта-

---

<sup>1)</sup> В качестве синонимов термина «большая система» используются термины «сложная система» и «система большого масштаба», а сама эта научная дисциплина называется также «системотехника». Близкой к ней является научная дисциплина, называемая «исследование операций», «теория исследования операций», «управление операциями» и др. В [147] поясняется, что разница между исследованием операций и системотехникой сводится к непринципиальным деталям. В дальнейшем для определенности будем пользоваться термином «исследование операций».

бов, что практически невозможно. Выход заключается в том, что ранг более общей системы, учитываемой при системном анализе, ограничивается, а системы более высокого ранга вообще не учитываются или, в крайнем случае, учитываются грубо.

Нетрудно понять, что системный подход всегда оставляет известную долю неопределенности относительно истинных качеств системы при ее оценке. Очевидно также, что результаты системного анализа в той или иной мере субъективны, однако это не недостаток системного подхода, а признак реалистического отношения к объективно существующей сложности окружающего мира.

Покажем, что формирование критерия должно базироваться на концепции задачи об оптимальном распределении ресурсов — одной из наиболее общих содержательных задач исследования операций. Две модификации этой задачи (обратная и прямая) можно сформулировать как задачи на: а) минимизацию затрат, необходимых для достижения заданной эффективности; б) максимизацию эффективности при заданных затратах [137]<sup>1)</sup>.

Легко видеть, что концепция задачи об оптимальном распределении ресурсов является универсальной, поскольку охватывает все мыслимые постановки задачи оптимизации. Поэтому вполне можно согласиться с авторами [171], трактующими задачу об оптимальном распределении ресурсов, как основной постулат исследования операций.

В соответствии с двумя модификациями задачи об оптимальном распределении ресурсов введем две модификации критерия оценки. Тогда критерием оценки являются:

- а) значение затрат при фиксированной эффективности;
- б) значение эффективности при фиксированных затратах.

Рассмотрим способы определения затрат и эффективности. Затраты определяются совокупностью израсходованных ресурсов, которые в терминах экономики являются товарами. Всеобщим эквивалентом стоимости товара являются деньги. Следовательно, универсальным способом вычисления затрат является представление их в денежном выражении. Поскольку денежное выражение стоимости товара называется его ценой, то затраты можно трактовать как цену, уплаченную за достижение некоторого уровня эффективности системы.

Не следует, конечно, забывать, что цена товара является вообще условной, поскольку ее абсолютно объективное определение принципиально невозможно. Кроме того, цена подвижна, она меняется в зависимости от многочисленных факторов. Тем не менее объективная реальность состоит в том, что категория цены продолжает оставаться и останется в обозримом будущем всеобщим эквивалентом стоимости товара.

---

<sup>1)</sup> В литературе встречаются и другие словесные формулировки, имеющие тот же смысл. В этом легко убедиться, обратившись, например, к [21, 22, 28, 147, 171].



Иногда предпочитают выражать затраты другой, не денежной мерой. Например, при конструировании систем, предназначенных для размещения на космических ракетах, обычно ставится задача сделать объем и вес системы минимальными<sup>1)</sup>. Определение объема и веса значительно легче, чем цены, и именно в этом состоит преимущество такого способа измерения затрат. То, что объем и вес характеризуют затраты, несомненно. Однако если рассмотреть вопрос глубже, то окажется, что дело, в конце концов, сводится к деньгам. Действительно, требование минимизации объема и (или) веса системы обусловлено стремлением уменьшить стартовый вес ракеты, на которой эта система размещена, а уменьшение стартового веса, в конце концов, означает уменьшение денежных затрат. Когда заказчик требует минимизации объема и (или) веса системы, то он должен заранее убедиться, что суммарные затраты на весь ракетный комплекс при этом будут меньшими, чем в случае, когда эти параметры системы превышают минимальные (заданные). На этом примере видно, что выражение затрат не денежной мерой является таковым лишь для конструктора данной системы. Конструктору же (или заказчику) всего комплекса избежать денежной оценки невозможно.

Чтобы не вводить новых терминов, будем пользоваться понятием цены также и в тех случаях, когда она выражается не денежной мерой, т. е. будем понимать цену в широком смысле.

Понятие эффективности систем вообще строго не определено [40], что следует также из рассмотрения, приведенного в § 4.1. Однако любая оценка эффективности основана на учете тех внешних параметров системы, которые определяют ее качество с точки зрения потребителя<sup>2)</sup>. Если множество таких параметров есть  $\{y\} = \{y_1, \dots, y_k\}$ , то эффективность ( $F$ ) в общем случае может быть представлена в виде некоторой функциональной зависимости

$$F = F(y_1, \dots, y_k). \quad (4.11)$$

Дело сводится, следовательно, к установлению вида функции  $F$  (4.11). Рассмотрим возможность решения этого вопроса при наложении на параметры  $y_i \in \{y\}$ ,  $i = 1, k$ , являющиеся аргументами функции  $F$ , условия самостоятельной значимости. Это означает, что ухудшение любого из них не может быть компенсировано улучшением других. Если принять это условие (аргументация в пользу его разумности будет приведена ниже), то каждому фиксированно-

<sup>1)</sup> Практически задача чаще формулируется так: объем и (или) вес системы не должны превышать заданных значений. Однако суть дела от этого не меняется. Действительно, заказчик формулирует свои требования, исходя из реально достигнутого в данной области, так что «заданные значения» обычно близки к реально достижимым. Если же исполнитель сумеет сделать объем и (или) вес меньшими заданных (при прочих равных условиях), то заказчик возражать против этого не станет.

<sup>2)</sup> Вопрос о выборе этих параметров будет подробно рассмотрен в § 4.4. Здесь укажем только, что для СПДИ к ним относится, в первую очередь, скорость передачи информации и помехоустойчивость.

му значению  $F$  соответствует одно и только одно сочетание  $\gamma_i \in \{\gamma\}$ ,  $i = \overline{1, k}$ , а функция  $F$  вырождается в совокупность своих аргументов, так что вместо (4.11) получим

$$F = (\gamma_1, \dots, \gamma_k), \quad (4.12)$$

где  $(\gamma_1, \dots, \gamma_k)$  — совокупность значений параметров<sup>1)</sup>  $\gamma_i \in \{\gamma\}$ .

Для модификации «а» критерия оценки фиксированная эффективность запишется в виде

$$\gamma_i = \text{const}, \quad i = \overline{1, k}. \quad (4.13)$$

Для модификации «б» однозначное определение эффективности возможно только при отождествлении ее со значением одного из параметров  $\gamma_i \in \{\gamma\}$  при фиксированных значениях остальных. В этом случае из (4.12) получим

$$F = (\gamma_q \in \{\gamma\}, \quad \gamma_i = \text{const}, \quad i = \overline{1, k}, \quad i \neq q). \quad (4.14)$$

Для обоснования разумности наложения на параметры  $\gamma_i \in \{\gamma\}$  условия самостоятельной значимости обратимся к их смыслу. Прежде всего, укажем, что из проведенного в § 4.2 анализа вытекает неприемлемость использования в множестве  $\{\gamma\}$  составных параметров. А это и означает, что каждый из параметров  $\gamma_i \in \{\gamma\}$  характеризует определенное качество системы, имеющее самостоятельное значение. Например, скорость передачи информации и помехоустойчивость характеризуют самостоятельные потребительские качества СПДИ, и ухудшение одного из них не компенсируется (для потребителя) улучшением другого. Действительно, если требуется СПДИ со значениями скорости передачи информации  $R_1$  и помехоустойчивости  $P_{сб1}$ , а получено  $R'_1 < R_1$ ,  $P'_{сб1} < P_{сб1}$ , то такая СПДИ неприемлема, хотя помехоустойчивость в ней и лучше требуемой.

Выражение (4.13) можно рассматривать, как математическую запись цели функционирования системы. В связи с этим параметры  $\gamma_i \in \{\gamma\}$  будем называть целевыми. Параметр  $\gamma_q \in \{\gamma\}$  в (4.14), отождествляемый с эффективностью системы, назовем главным целевым параметром, а остальные  $\gamma_i \in \{\gamma\}$ ,  $i \neq q$  — неглавными.

Выбор цели имеет первостепенное значение и производится в два этапа — сначала в виде словесного (неформального) описания, основанного на анализе работы рассматриваемой системы в составе системы более высокого ранга, а затем в математическом (формальном) виде. С точки зрения дальнейших математических выкладок наиболее важен второй этап, поскольку их сложность зависит от количества и характера выбранных целевых параметров. Но количество и характер выбранных целевых параметров в значительной степени зависят также от глубины качественного анализа на первом этапе. Впрочем, формализация цели функционирования тоже в значительной степени основана на логике и интуиции,

<sup>1)</sup> В геометрической интерпретации (4.12) можно записать в форме вектора  $\vec{F} = (\gamma_1, \dots, \gamma_k)$ .

поскольку формализованная математическая модель должна быть достаточно простой для дальнейшего решения и в то же время достаточно хорошо отражать истинное положение вещей. Оценка степени «достаточности» — это и есть искусство исследователя.

Часто при проектировании систем цель задается заказчиком, однако это лишь означает, что задача выбора цели перекладывается на заказчика.

С учетом сделанных разъяснений относительно способов выражения затрат и эффективности дадим следующие окончательные формулировки двух модификаций критерия оценки, назвав их критериями цены и эффективности:

а) критерий цены определяется значением цены системы при фиксированных значениях целевых параметров;

б) критерий эффективности определяется значением главного целевого параметра при фиксированных значениях неглавных целевых параметров и цены системы<sup>1)</sup>.

Ресурсы, которые могут быть использованы для достижения цели функционирования системы, имеют те или иные ограничения. Эти ограничения, естественно, также должны быть учтены при оценке систем по любому критерию.

Покажем, что определенные, таким образом, критерии оценки удовлетворяют сформулированным в начале этого параграфа требованиям. Они позволяют учесть все существенные параметры системы. Действительно, существенными следует считать целевые параметры и ресурсы. Никаких ограничений на число таких параметров не налагалось. В то же время указанные критерии обеспечивают однозначность оценки. Это следует из того, что оценка производится по одному показателю (оценочному параметру) — цене или эффективности. Критерии имеют широкую область применения, так как они сформулированы на основе задачи об оптимальном распределении ресурсов, имеющей универсальный характер и являющейся основным постулатом исследования операций. Требования пригодности оценки для интерпретации в технико-экономических терминах также выполняются. Особенно отчетливо это видно для критерия цены, поскольку его оценочный параметр — цена системы — непосредственно выражается в технико-экономических терминах. Для критерия эффективности это можно сделать косвенным способом: вычислить цену худшей из двух сравниваемых систем при значении главного целевого параметра, равном значению, достигнутому в лучшей из систем, а затем сопоставить их цены.

Требование возможности синтеза оптимальной системы и исследования поведения оценочного параметра в окрестностях его экстремума также выполняются для сформулированных критериев, поскольку дело сводится, в принципе, к решению задач на поиск

---

<sup>1)</sup> В [22] критерий цены рассматривается как одна из модификаций критерия эффективности. По нашему мнению, такое обобщение нецелесообразно.

экстремума и анализу функций в некотором интервале изменения их аргументов.

Практические ограничения сводятся к тому, что не всякие задачи такого рода разрешимы. Следовательно, вопрос переносится в плоскость введения упрощений, при которых задача станет разрешимой. Можно усилить это требование в том смысле, чтобы решение выполнялось достаточно простыми методами. По существу, эти требования смыкаются с требованиями простоты оценки в математическом смысле.

Наконец, последнее требование состоит в том, чтобы оценка была доступной для физических измерений. Очевидно, что оценка в виде цены системы удовлетворяет этому требованию. Также и оценка по значению главного целевого параметра не противоречит ему, поскольку этот целевой параметр всегда измеряется мерой, доступной для физических измерений.

Для формирования математического выражения критериев рассмотрим сначала функциональную модель задач об оптимальном

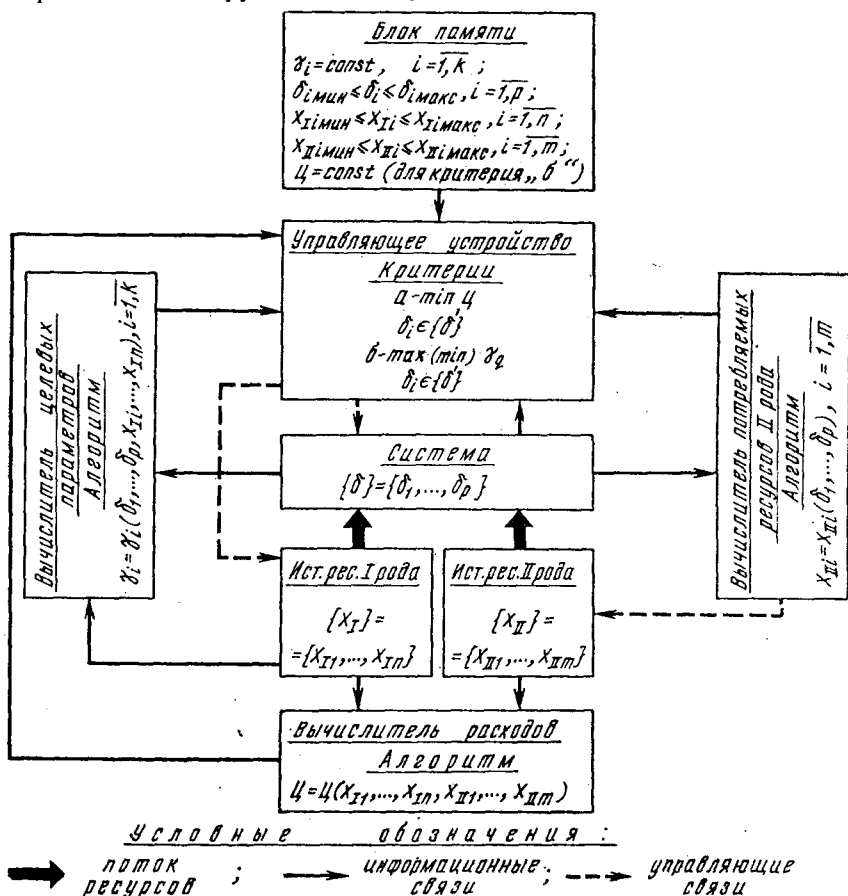


Рис. 4.1

распределении ресурсов. Такая модель представлена на рис. 4.1. Система характеризуется множеством внутренних параметров

$$\{\delta\} = \{\delta_1, \dots, \delta_p\}, \quad (4.15)$$

определяющих ее структуру. Каждый член множества может изменяться в пределах

$$\delta_{i \text{ мин}} \leq \delta_i \leq \delta_{i \text{ макс}}, \quad \delta_i \in \{\delta\}, \quad (4.16)$$

причем некоторые параметры могут принимать в указанном диапазоне любые значения, а другие — только дискретные. Некоторые внутренние параметры могут принимать только фиксированные значения  $\delta_i = \delta_{i0}$ . Их совокупность образует подмножество  $\{\delta_0\}$ . Если подмножество внутренних параметров, допускающих изменения в некотором диапазоне, обозначить  $\{\delta_1\}$ , то  $\{\delta\} = \{\delta_0\} + \{\delta_1\}$ .

Изменение внешних параметров системы возможно лишь за счет изменения внутренних параметров, принадлежащих подмножеству  $\{\delta_1\}$ . Отнесение того или иного внутреннего параметра к подмножествам  $\{\delta_0\}$  или  $\{\delta_1\}$  производится при формировании модели.

Функционирование системы обеспечивается двумя источниками ресурсов I и II рода. К ресурсам I рода отнесем такие, которые действительно расходуются в процессе функционирования системы: горючее, электроэнергия, сырье, конструкционные материалы и т. д. Такие же ресурсы, как объем, вес, полоса частот и т. д., которые не расходуются в процессе функционирования, назовем ресурсами II рода. Поясним эту особенность ресурсов. Пусть, например, в процессе функционирования СПДИ занимает некоторую полосу частот  $\Delta f_{\Sigma}$ . Однако после прекращения функционирования эта полоса полностью «восстанавливается» и может быть использована для работы других систем связи<sup>1)</sup>. То же самое справедливо по отношению к объему, занимаемому некоторой системой: после прекращения ее функционирования и перемещения на другое место (или демонтажа) занятый объем полностью «восстанавливается» для использования («потребления») другими системами.

Различие в функциональном использовании ресурсов I и II рода состоит в том, что первые могут потребляться в произвольных количествах (в некотором диапазоне), а вторые однозначно определяются внутренними параметрами системы. Например, мощность передатчика (ресурс I рода) можно установить произвольно, а занимаемая полоса частот (ресурс II рода) полностью определяется количеством частотных позиций сигнала, разносом между ними и т. д. (внутренние параметры СПДИ).

Функциональная модель рис. 4.1 содержит управляющее устройство, регулирующее значения внутренних параметров системы и потребление ресурсов I рода. Источник ресурсов I рода содержит множество ресурсов

$$\{x_I\} = \{x_{I1}, \dots, x_{In}\}, \quad (4.17)$$

<sup>1)</sup> На эту особенность радиоспектра, как ресурса, указывается также в [51].

на которые наложены ограничения

$$x_{I_i \text{ мин}} \leq x_{I_i} \leq x_{I_i \text{ макс}}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.18)$$

Источник ресурсов II рода содержит множество ресурсов

$$\{x_{II}\} = \{x_{II1}, \dots, x_{IIm}\}, \quad (4.19)$$

имеющих ограничения вида <sup>1)</sup>

$$x_{IIi \text{ мин}} \leq x_{IIi} \leq x_{IIi \text{ макс}}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (4.20)$$

Информация об используемых ресурсах поступает в вычислитель расходов, определяющий цену системы по алгоритму

$$C = C(x_{I1}, \dots, x_{In}, x_{II1}, \dots, x_{IIm}). \quad (4.21)$$

Модель содержит также вычислитель целевых параметров, определяющий их значение по алгоритму

$$\gamma_i = \gamma_i(\delta_1, \dots, \delta_p, x_{I1}, \dots, x_{In}), \quad i = \overline{1, k}, \quad (4.22)$$

для чего в вычислитель поступает информация о состоянии множеств  $\{\delta\}$  и  $\{x_I\}$ .

Вычислитель потребляемых ресурсов II рода, работающий по алгоритму

$$x_{IIi} = x_{IIi}(\delta_1, \dots, \delta_p), \quad i = \overline{1, m}, \quad (4.23)$$

определяет расходование ресурсов II рода.

Из функциональной модели хорошо видна разница между ресурсами I и II рода: расходование первых не зависит от внутренних параметров системы, и они непосредственно влияют на значение целевых параметров, а расходование вторых однозначно определяется внутренними параметрами системы, и они не влияют на значения целевых параметров непосредственно. Общим в них, что и обусловило отнесение их к ресурсам, является то, что они определяют расходы (цену).

Управляющие воздействия вырабатываются в управляющем устройстве на основе обработки поступающей информации о действительных значениях  $\gamma_i, i = \overline{1, k}$  и  $C$ . Сюда же из блока памяти поступает информация о заданных значениях целевых параметров. Работа управляющего устройства зависит от выбранного критерия. Если выбран критерий цены, то управляющее устройство вырабатывает такие управляющие воздействия, чтобы обеспечить

$$C = \min_{\delta_i \in \{\delta_i\}} C. \quad (4.24)$$

Если же выбран критерий эффективности, то вырабатываемые управляющие воздействия направлены на получение

$$\gamma_q = \max_{\delta_i \in \{\delta_i\}} (\min) \gamma_q. \quad (4.25)$$

<sup>1)</sup> Во избежание недоразумений укажем, что использованные здесь обозначения  $n$  и  $m$  не имеют ничего общего с числом элементарных символов в кодовой комбинации ( $n$ ) и числом позиций сигнала ( $m$ ).

В этом случае из блока памяти в управляющее устройство вводятся также информация о заданной величине расходов (цене).

При работе управляющего устройства по любому из двух критериев в него вводится также из блока памяти информация об ограничениях на  $\delta_i$ ,  $x_{Ii}$  и  $x_{IIi}$ , определяемых соответственно (4.16), (4.18) и (4.20), и действительных значениях этих параметров.

Теперь можно построить математическую модель системы. Модель состоит из трех групп математических выражений. В первую входят уравнения, являющиеся алгоритмами вычислителей целевых параметров, потребляемых ресурсов II рода и расходов:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i &= \gamma_i(\delta_1, \dots, \delta_p, x_{I1}, \dots, x_{In}), \quad i = \overline{1, k}. \\ x_{Iii} &= x_{Iii}(\delta_1, \dots, \delta_p), \quad i = \overline{1, m} \\ \Pi &= \Pi(x_{I1}, \dots, x_{In}, x_{II1}, \dots, x_{IIm}) \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

Вторую группу выражений составляют ограничения на значения внутренних параметров системы и ресурсы:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{i\text{мин}} &\leq \delta_i \leq \delta_{i\text{макс}}, \quad i = \overline{1, p} \\ x_{Ii\text{мин}} &\leq x_{Ii} \leq x_{Ii\text{макс}}, \quad i = \overline{1, n} \\ x_{IIi\text{мин}} &\leq x_{IIi} \leq x_{IIi\text{макс}}, \quad i = \overline{1, m} \end{aligned} \right\} \quad (4.27)$$

Как говорилось выше, множество  $\{\delta\}$  распадается на два подмножества —  $\{\delta_0\}$  и  $\{\delta_1\}$ , в которые входят соответственно внутренние параметры с фиксированными значениями и внутренние параметры, допускающие изменения в некотором диапазоне. Эти подмножества должны быть выделены в (4.27) на основе анализа предъявляемых к системе требований, сложности оценки при отношении того или иного внутреннего параметра к подмножеству  $\{\delta_0\}$  или  $\{\delta_1\}$  и т. д. Практически выражения типа (4.27) удобно представлять в виде таблицы.

Третья группа выражений различна для критериев цены и эффективности. Для критерия цены третья группа состоит из выражений

$$\gamma_i = \text{const}, \quad i = \overline{1, k}, \quad (4.28a)$$

фиксирующих значения целевых параметров, а для критерия эффективности — из выражений

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i &= \text{const}, \quad i = \overline{1, k}, \quad i \neq q \\ \Pi &= \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (4.28б)$$

фиксирующих значения неглавных целевых параметров и цены системы.

При оптимизации по любому из критериев (цены или эффективности) задача состоит в том, чтобы найти оптимальное сочетание

внутренних параметров системы, принадлежащих подмножеству  $\{\delta_i\}$ . Задача такого типа в общем случае принадлежит к задачам на нахождение экстремума функционалов. В простейших случаях она сводится к нахождению экстремума функции одной или нескольких переменных. В более сложных случаях могут быть использованы методы вариационного исчисления или разработанные в последнее время методы математического программирования (линейного, нелинейного, динамического), максимума Понтрягина и др.

Несмотря на большие успехи математики в области разработки методов нахождения экстремума, в сложных случаях возникают серьезные затруднения не только принципиального, но и практического характера. Задача еще больше усложнится, если вспомнить о ранее высказанном требовании исследовать окрестности экстремума. Поэтому в математическую модель нужно внести максимум возможных упрощений, прежде всего, за счет уменьшения количества членов в множествах  $\{y\}$ ,  $\{x_I\}$  и  $\{x_{II}\}$ . В связи с этим рассмотрим вопрос о формировании этих множеств.

Согласно сделанным выше разъяснениям к множеству  $\{y\}$  следует отнести внешние параметры системы, определяющие ее существенные качества. Отнесение того или иного качества к существенным можно выполнить лишь на основании подробного анализа системы с учетом ее назначения, роли в функционировании системы более высокого ранга и т. д. Этот анализ требует от исследователя сочетания глубоких знаний в области систем данного вида со знанием систем более высокого ранга и наличия «системного образа мышления». Для обоснованного отбора ограниченного числа параметров, включаемых в состав множества  $\{y\}$ , следует провести разбиение существенных параметров на группы по признаку характеристики качеств определенного вида. Нужно также расположить группы и параметры внутри групп по степени их важности. Разумеется, для различных применений системы это расположение может быть различным. Например, для СПДИ можно выделить группы, характеризующие следующие качества: информационные, тактические, эксплуатационные, технологические и т. д. Во всех случаях наиболее важной группой будет информационная.

Весьма плодотворной представляется идея многоэтапной процедуры оценки и оптимизации систем, позволяющая на каждом этапе ограничиться небольшим количеством членов в множестве  $\{y\}$ . Во многих случаях этот путь является единственно возможным, поскольку в противном случае (при одноэтапной процедуре) задача оказывается неразрешимой. Но даже если она разрешима, полученные результаты могут быть слишком сложными для анализа и осмысливания. Затруднительным может оказаться и контроль полученных результатов с целью обнаружения, по крайней мере, абсурдных решений, возможных как за счет принципиальных, так и вычислительных ошибок. Эти соображения часто не принимаются во внимание, но на самом деле они имеют первостепенное значение. Ясно, что многоэтапная процедура облегчает анализ, осмыслива-



ние и контроль полученных результатов, и это является веским аргументом в пользу ее целесообразности.

Процедура оценки и оптимизации систем на этапе формирования критерия содержит значительное количество эвристических элементов (выбор существенных параметров, оценка их важности и т. д.). Эвристические оценки основаны на интуиции человека-исследователя, а формирование интуиции осуществляется в процессе решения задач оценки и оптимизации систем, а также анализа и осмысливания полученных результатов. Облегчение формирования интуиции также является аргументом в пользу целесообразности многоэтапной процедуры.

Конечно, многоэтапная процедура имеет и отрицательные стороны, главная из которых состоит в опасности потери глобального экстремума. Действительно, нахождение экстремума с учетом только части аргументов функции означает решение задачи для некоторого сечения многомерной поверхности, которая может и не проходить через точку глобального экстремума. Однако с технической точки зрения достаточно быть уверенным, что найденное значение экстремума в выбранном сечении достаточно близко к значению глобального экстремума. Величина этой разницы зависит от адекватности эвристических оценок степени важности параметров из множества  $\{\gamma\}$ , их количества в этом множестве и т. д. Определение разницы может тоже составить достаточно сложную задачу, тем более, что значение глобального экстремума точно не известно. Такая ситуация является типичной при решении сложных технических задач, и в этом смысле недостатки многоэтапной процедуры не представляют ничего нового.

Сказанное относительно формирования множества  $\{\gamma\}$  в значительной мере относится и к множествам  $\{x_I\}$  и  $\{x_{II}\}$ . Специфические особенности будут рассмотрены в § 4.4.

В дальнейшем изложении будет подразумеваться, что рассматривается первый (теоретический) этап оценки и оптимизации.

Несмотря на принятие многоэтапной процедуры, решение может оказаться все еще достаточно сложным, так что целесообразно дальнейшее упрощение математической модели. Этого можно добиться за счет фиксации некоторых внутренних параметров системы, т. е. отнесения их к подмножеству  $\{\delta_0\}$ . Если фиксируемый параметр имеет дискретный характер, то можно говорить о разбиении системы на соответствующее количество *классов*. Такой прием позволяет исследовать отдельно классы систем, а затем сравнивать лучшие системы из разных классов. Его можно развивать сколь угодно глубоко, т. е. делить классы на подклассы и т. д. Целесообразная глубина деления должна определяться для каждого вида систем.

Подробности формирования математической модели и методов нахождения оптимальной (рациональной) структуры системы с учетом высказанных соображений будут рассмотрены далее на примере СПДИ.

При оценке любых систем, в том числе и СПДИ, в большинст-

в случае удобно и достаточно сравнить оцениваемую систему с некоторой уже известной («эталонной»). В этом случае оценка ведется по безразмерному оценочному параметру, определяемому как отношение цен (при оценке по критерию цены) или значений главного целевого параметра (при оценке по критерию эффективности) в оцениваемой и эталонной системах. Выражения типа (4.26) и (4.27) должны быть записаны для обеих систем, а выражения типа (4.28а) и (4.28б) заменены соответственно выражениями:

$$\gamma_i = \gamma_{i_3} = \text{const}, \quad i = \overline{1, k} \quad (4.28в)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i = \gamma_{i_3} = \text{const}, \quad i = \overline{1, k}, \quad i \neq q \\ C = C_3 = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (4.28г)$$

где индекс «э» указывает на принадлежность данной величины эталонной системе.

Кроме того, если в подмножествах  $\{\delta_0\}$  и  $\{\delta_{0_3}\}$  имеются внутренние параметры с одинаковыми значениями, то их следует выделить, записав  $\delta_{i_0} = \delta_{i_{0_3}} = \text{const}$ ,  $\delta_{i_0} \in \{\delta_0\}$ ,  $\delta_{i_{0_3}} \in \{\delta_{0_3}\}$ . Иногда может оказаться целесообразным наложить условие  $\delta_i = \delta_{i_3}$ ,  $\delta_i \in \{\delta_1\}$ ,  $\delta_{i_3} \in \{\delta_{1_3}\}$  на некоторые параметры из подмножеств  $\{\delta_1\}$  и  $\{\delta_{1_3}\}$ . Совокупность этих условий образует дополнительную систему ограничений, используемых при оценке по безразмерному оценочному параметру:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{i_0} = \delta_{i_{0_3}} = \text{const}, \quad \delta_{i_0} \in \{\delta_0\}, \quad \delta_{i_{0_3}} \in \{\delta_{0_3}\} \\ \delta_{i_1} = \delta_{i_{1_3}}, \quad \delta_{i_1} \in \{\delta_1\}, \quad \delta_{i_{1_3}} \in \{\delta_{1_3}\} \end{aligned} \right\} \quad (4.28д)$$

При оценке по критерию цены безразмерный оценочный параметр определяется как выигрыш в цене, равный

$$B_C = C_3 / C, \quad (4.29)$$

а синтез оптимальной системы сводится к нахождению максимума  $B_C$  по вариациям ее внутренних параметров, принадлежащих подмножеству  $\{\delta_1\}$ :

$$B_C = \max_{\delta_i \in \{\delta_1\}} B_C. \quad (4.30)$$

При оценке по критерию эффективности безразмерный оценочный параметр определяется выражением

$$B_{\text{эф}}(\gamma_q) = \begin{cases} \frac{\gamma_q}{\gamma_{q_3}}, & \text{если } \text{opt } \gamma_q = \max \gamma_q; \\ \frac{\gamma_{q_3}}{\gamma_q}, & \text{если } \text{opt } \gamma_q = \min \gamma_q, \end{cases} \quad (4.31)$$

где  $\text{opt } \gamma_q$  — оптимальное значение  $\gamma_q$ . Синтез оптимальной системы в этом случае сводится также к нахождению максимума  $B_{\text{эф}}(\gamma_q)$  по вариациям ее внутренних параметров, принадлежащих подмножеству  $\{\delta_1\}$ :

$$B_{\text{эф}}(\gamma_q) = \max_{\delta_i \in \{\delta_1\}} B_{\text{эф}}(\gamma_q). \quad (4.32)$$

Показанная на рис. 4.1 функциональная модель не отражает влияния внешней среды на внутренние параметры системы. В реальных условиях такое влияние неизбежно и его следует по возможности учесть. Воздействия внешней среды отличаются от управляющих воздействий тем, что они являются случайными функциями времени. Кроме того, номинальные значения некоторых воздействий, даже слабо флуктуирующих, могут быть неблагоприятными для работы системы. Поэтому в общем случае в функциональную модель следует включить «регулятор внешних воздействий», как показано на рис. 4.2, где представлена часть функцио-

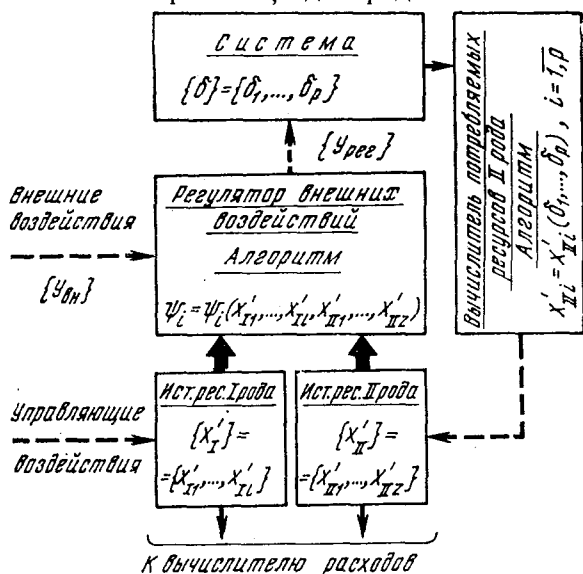


Рис. 4.2

нальной модели, характеризующая влияние внешней среды. На выходе регулятора получим трансформированное множество внешних воздействий:

$$\{y_{\text{рег}}\} = \{y_{1\text{рег}}, \dots, y_{r\text{рег}}\}, \quad (4.33)$$

где  $y_{i\text{рег}} = \psi_i y_{i\text{вн}}$ ,  $y_{i\text{рег}} \in \{y_{\text{рег}}\}$ ,  $y_{i\text{вн}} \in \{y_{\text{вн}}\}$ ;  $\{y_{\text{вн}}\} = \{y_{1\text{вн}}, \dots, y_{r\text{вн}}\}$  — множество внешних воздействий;  $\psi_i$ ,  $i = 1, r$  — коэффициент пропорциональности между  $y_{i\text{вн}}$  и  $y_{i\text{рег}}$ .

Между множествами  $\{y_{\text{рег}}\}$  и  $\{\delta\}$  существуют функциональные связи вида

$$\delta_i = \delta_i \{y_{1\text{рег}}, \dots, y_{r\text{рег}}\}, \quad i = \overline{1, p}. \quad (4.34)$$

Регулятор потребляет некоторые ресурсы, которые также можно разделить на ресурсы I и II рода, образующие множества:

$$\left. \begin{aligned} \{x'_I\} &= \{x'_{I1}, \dots, x'_{I2}\} \\ \{x'_{II}\} &= \{x'_{II1}, \dots, x'_{II2}\} \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

Потребление этих ресурсов должно быть учтено в общих расходах, так что алгоритм для вычисления цены системы будет теперь иметь вид

$$C = C(x_{I1}, \dots, x_{In}, x_{II1}, \dots, x_{IIr}, x'_{I1}, \dots, x'_{I1r}, x'_{II1}, \dots, x'_{IIz}). \quad (4.36)$$

Потребление ресурсов I рода определяется воздействием от управляющего устройства, а потребление ресурсов II рода — значениями внутренних параметров системы. В отличие от ресурсов I рода, потребляемых системой (рис. 4.1), ресурсы I рода, потребляемые регулятором (рис. 4.2), не имеют непосредственной функциональной связи с целевыми параметрами. Эта связь проявляется только косвенно, через зависимости (4.34), (4.35), (4.26).

Между множеством  $\{\psi\} = \{\psi_1, \dots, \psi_r\}$  и множествами  $\{x'_{II}\}$  и  $\{x'_{II}\}$  существуют функциональные связи вида

$$\psi_i = \psi_i(x'_{I1}, \dots, x'_{I1r}, x'_{II1}, \dots, x'_{IIz}), \quad i = \overline{1, r}. \quad (4.37)$$

По крайней мере, некоторые из членов множеств  $\{x'_{I1}\}$  и  $\{x'_{II}\}$  могут совпадать с таковыми соответственно в множествах  $\{x_I\}$  и  $\{x_{II}\}$ .

Учет внешних воздействий в математической модели сводится к добавлению в системы ур-ний (4.26), (4.27), (4.28) также ур-ний (4.33), (4.34) и (4.37), а также замене выражений для цены в (4.26) выражением (4.36).

Учет внешних воздействий еще более усложняет и без того сложную задачу. Если также учесть, что внешние влияния — случайные функции времени, то станет понятным, что их учет на первом (теоретическом) этапе оценки нецелесообразен (кроме некоторых частных случаев). Поэтому при дальнейшем рассмотрении критериев оценки СПДИ влияние внешней среды во внимание не принимается. Возможности учета влияния внешней среды будут рассмотрены в приложении 2.

### 4.3. ОЦЕНКА СПДИ ПО КРИТЕРИЮ ЦЕНЫ

В рамках обсуждения произвольных систем можно дать только самые общие указания относительно того, как правильно учитывать особенности конкретной системы. В настоящем параграфе эти вопросы конкретизированы применительно к оценке СПДИ по критерию цены.

Математическая модель критерия состоит из трех групп выражений: (4.26), (4.27) и (4.28), причем в зависимости от способа оценки (по абсолютному или относительному оценочному параметру) используются соответственно выражения (4.28а), (4.28б), или (4.28в), (4.28г), (4.28д). Для составления уравнений первой группы (4.26) необходимо, прежде всего, решить вопрос о выборе

множества целевых параметров  $\{\gamma\}$ . Непременными членами этого множества являются такие параметры, как скорость передачи информации и помехоустойчивость, поскольку именно они определяют информационные качества СПДИ. Никакие другие качества СПДИ, например простота, надежность, удобство в эксплуатации и т. д., не могут компенсировать недостаточную скорость или низкую помехоустойчивость. К числу других возможных членов множества  $\{\gamma\}$  можно отнести надежность (информационную и аппаратную), время запаздывания информации, скрытность и т. д. Какие из них целесообразно включить в состав целевых, зависит от конкретной ситуации. Основная трудность, возникающая при включении этих параметров в число целевых, состоит в том, что для них функциональные зависимости вида  $\gamma_i = \gamma_i(\delta_1, \dots, \delta_p, x_{I1}, \dots, \dots, x_{In})$ , входящие в систему уравнений (4.26), оказываются либо вообще неизвестными, либо весьма сложными, либо слишком грубо отражающими истинные функциональные связи. Характерным примером являются параметры аппаратной надежности. Некоторые параметры оказываются существенными только для специальных случаев, например, скрытность и секретность.

В настоящей работе в качестве целевых параметров принимаются скорость передачи информации и помехоустойчивость. Вместе с тем необходимо еще раз подчеркнуть, что этими параметрами множество  $\{\gamma\}$  не исчерпывается и поиски методики оценки СПДИ при включении в множество  $\{\gamma\}$  также других целевых параметров актуальны.

После выбора целевых параметров записываются функциональные зависимости вида  $\gamma_i = \gamma_i(\delta_1, \dots, \delta_p, x_{I1}, \dots, x_{In})$ ,  $i = \overline{1, k}$ .

В дальнейшем целевые параметры СПДИ  $R$  и  $P_{сб. е. и}$  будем называть *информационными*, что подчеркивает целевое назначение СПДИ.

Следующий вид уравнений в (4.26) описывает функциональные связи между потребляемыми ресурсами II рода и внутренними параметрами системы. Здесь нужно начать с выбора состава множества ресурсов II рода  $\{x_{II}\}$ . Основным инструментом также является логический анализ, учитывающий специфику систем данного вида. Применительно к СПДИ к числу ресурсов II рода относится, прежде всего, занимаемая полоса частот  $(\Delta f_{\Sigma})$ . Действительно, величина  $\Delta f_{\Sigma}$  зависит лишь от внутренних параметров СПДИ, что видно из проведенного в § 3.4 анализа. Вместе с тем полоса частот в процессе функционирования системы лишь используется, но не расходуется. О том, что занимаемая полоса частот является важным параметром СПДИ, говорит и тот факт, что этот параметр входит во многие из существующих критериев оценки (табл. 4.1).

К множеству  $\{x_{II}\}$  можно отнести и такие параметры, как объем, вес и т. д. Возникающие при этом трудности имеют тот же характер, что и при включении в состав множества  $\{\gamma\}$  дополнительных целевых параметров (кроме  $R$  и  $P_{сб. е. и}$ ). В настоящей работе полагается, что  $\{x_{II}\} = \{\Delta f_{\Sigma}\}$ .

После выбора состава множества  $\{x_{II}\}$  записываются функциональные зависимости вида

$$x_{IIi} = x_{IIi}(\delta_1, \dots, \delta_p), \quad i = \overline{1, m}$$

Из совокупности уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i &= \gamma_i(\delta_1, \dots, \delta_p, x_{I1}, \dots, x_{In}), \quad i = \overline{1, k} \\ x_{IIi} &= x_{IIi}(\delta_1, \dots, \delta_p), \quad i = \overline{1, m} \end{aligned} \right\} \quad (4.38)$$

определяется состав множеств  $\{\delta\}$  и  $\{x_I\}$ . Другими словами, перечень внутренних параметров СПДИ и ресурсов I рода, учитываемых при оценке, выбирается не произвольно, а на основании анализа совокупности уравнений (4.38).

Входящие в (4.38) зависимости получены в §§ 3.2, 3.3, 3.4 и для наиболее общего случая определяются выражениями (3.52), (3.93) и (3.114). Тогда система уравнений типа (4.38) применительно к СПДИ запишется в виде <sup>1)</sup>

$$\left. \begin{aligned} R &= f[N, p_w(A_i), K_{\text{энтр}}, L, a, m, \tau, n_{\text{изб.п.к}}, n_{\text{изб.о.с}}]; \\ i &= \overline{1, N}; \quad \omega = \overline{0, \omega_{\text{макс}}} \\ P_{\text{сб.е.и}} &= \varphi[N, p_w(A_i), K_{\text{энтр}}, L, a, m, \tau, n_{\text{изб.п.к}}, \\ & m_a, m_q, m_f, \eta, \beta, \theta, h^2, \lambda_1, \dots, \lambda_g, \rho_1, \dots, \rho_q]; \\ i &= \overline{1, N}; \quad \omega = \overline{0, \omega_{\text{макс}}} \\ \Delta f_{\Sigma} &= \psi(L, m_q, \tau, \varepsilon, K_p, \mu_1, \dots, \mu_l) \end{aligned} \right\} \quad (4.39)$$

Анализ (4.39) показывает, что  $\{x_I\} = \{h^2\}$  и, следовательно, все остальные аргументы в (4.39) принадлежат множеству внутренних параметров СПДИ  $\{\delta\}$ .

Как говорилось в § 4.2, множество внутренних параметров  $\{\delta\}$  разделяется на подмножества  $\{\delta_0\}$  и  $\{\delta_1\}$ , в которые включаются соответственно фиксированные параметры и параметры, допускающие изменения в некотором диапазоне. Как видно из (4.39), в подмножество  $\{\delta_0\}$  следует включить внутренние параметры  $N, p_w(A_i)$  и  $K_{\text{энтр}}$ , поскольку они характеризуют ИС и являются заданными. Включение в состав  $\{\delta_0\}$  некоторых других внутренних параметров определяется условиями и ограничениями, накладываемыми на СПДИ. Например, если оцениваются только одноканальные СПДИ, то следует положить  $L=1$  и включить  $L$  в подмножество  $\{\delta_0\}$ .

Таким образом, определяются множества  $\{\delta\}$ ,  $\{x_I\}$  и  $\{x_{II}\}$ , а также производится разбиение множества  $\{\delta\}$  на подмножества  $\{\delta_0\}$  и  $\{\delta_1\}$ . Совокупность потребляемых ресурсов I и II рода, как видно из последнего уравнения в (4.26), определяет цену СПДИ. В дальнейшем потребляемые ресурсы I и II рода будем называть техническими параметрами<sup>2)</sup>, чтобы отличить их от информацион-

<sup>1)</sup> В уравнении для  $P_{\text{сб.е.и}}$  вместо  $m_1, \dots, m_r$  записано  $m_a, m_q, m_f$ , поскольку подразумевается использование переносчика вида (1.69).

<sup>2)</sup> В тех случаях, когда понадобится отличить ресурсы I и II рода, будем говорить соответственно о технических параметрах I и II рода.

ных параметров СПДИ и перейти от понятия ресурсов к более привычному понятию параметров.

Основная трудность при составлении уравнения, связывающего функциональной зависимостью цену системы со значениями ее технических параметров, заключается в том, что различные технические параметры измеряются разными мерами. Выход здесь может быть лишь один: привести все технические параметры к некоторой единой мере, соответствующей выбранному смыслу цены системы. Формально для этого достаточно умножить каждый из технических параметров на соответствующий весовой коэффициент. Тогда цена системы определится вполне естественно в виде взвешенной суммы технических параметров:

$$C = \sum_{i=1}^M \alpha_i x_i, \quad (4.40)$$

где  $\alpha_i$  — весовой коэффициент при  $i$ -м техническом параметре;  $x_i$  —  $i$ -й технический параметр;  $M$  — общее количество учитываемых технических параметров.

Размерность  $\alpha_i$  определяется как размерность  $C$ /размерность  $x_i$ . Поскольку размерность технических параметров определяется естественно, то дело сводится к выбору размерности (меры) цены системы. В дальнейшем для определенности будем подразумевать денежную меру цены, помня, однако, что она не является единственно возможной.

По своему физическому смыслу весовые коэффициенты при технических параметрах есть не что иное, как стоимость (цена) единицы товара, каким в данном случае являются потребляемые ресурсы (технические параметры). Известно, что действительная стоимость единицы товара является вообще сложной функцией большого числа аргументов, в том числе количества товара и времени. Поэтому весовые коэффициенты правильнее было бы называть весовыми функциями. Некоторые соображения о характере этих функций вообще и применительно к СПДИ, в частности, рассмотрены в § 4.6. На основании этого рассмотрения сделан вывод, что допустимо считать  $\alpha_i$  постоянными весовыми коэффициентами, не зависящими от величины  $X_i$  и от времени. Это в максимально возможной степени облегчает математические операции с выражением (4.40) и вообще процедуру оценки СПДИ.

Иногда высказываются мнения о том, что, поскольку определение весовых коэффициентов сложно, точность получается невысокой и всегда присутствует элемент субъективизма, то лучше вообще отказаться от применения критериев с весовыми коэффициентами. Такие мнения глубоко ошибочны, поскольку цена любой системы объективно является взвешенной суммой ее технических параметров. Отказ от использования весовых коэффициентов, по существу, сводится к тому, что всем, кроме одного, весовым коэффициентам приписывается значение нуль. Другими словами, этот отказ лишь

кажущийся и сводится к специфическому выбору весовых коэффициентов, при котором они в явном виде из рассмотрения исключаются. Ясно, что оценка по критериям без весовых коэффициентов объективно более груба, чем по критериям с весовыми коэффициентами, поскольку в первом случае выбор весовых коэффициентов производится, исходя из заранее заданных специфических требований, а во втором случае делаются попытки оценить истинное значение весовых коэффициентов<sup>1)</sup>. И если такая оценка всегда субъективна и приближенна, то это не только не следует рассматривать как принципиальный недостаток критериев с весовыми коэффициентами, а, наоборот, свидетельствует о его реалистичности. Только поверхностные оценки вполне однозначны и точны (вернее, выглядят таковыми).

Здесь уместно привести высказывание известного американского ученого Д. Миддлтона по вопросу о весовых коэффициентах при различных видах ошибок в решающей схеме приемника дискретных сигналов, приведенное в [85, с. 129]: «...отсутствие объективности (или однозначности) определения стоимостей (значений весовых коэффициентов) является трудностью, присущей не только рассматриваемым задачам теории связи, но характерной для всех областей, в которых делается попытка согласовать в некотором смысле модель с реальным миром. Субъективный характер назначения стоимостей просто отражает неизбежную неопределенность в отношении стоимости, являющуюся ценой, которую приходится платить за неизбежно неполное знание окружающего мира, и как таковую ее приходится принимать как часть модели. С этой точки зрения отсутствие однозначности представляется не недостатком, а, скорее, признаком реалистического подхода».

На основании (4.40) с учетом состава множеств  $\{x_I\}$  и  $\{x_{II}\}$  получим для цены СПДИ выражение

$$C = \alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma}, \quad (4.41)$$

где  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  — весовые коэффициенты соответственно при технических параметрах  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ .

Для составления функционального уравнения, связывающего цену СПДИ со значениями ее внутренних параметров, требуется разрешить систему уравнений (4.39) относительно  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$  и подставить полученные уравнения в (4.41). Синтез оптимальной СПДИ сводится теперь к минимизации цены в соответствии с уравнением (4.24):

$$C = \min_{\delta_i \in \{\delta_i\}} C.$$

При этом, естественно, должны учитываться условия и ограни-

<sup>1)</sup> Поучительный пример оценки житейской ситуации на основе критерия с весовыми коэффициентами приведен в [170].



чения, накладываемые условиями (4.27) и (4.28a). Применительно к СПДИ условия (4.28a) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} R &= \text{const} \\ P_{\text{сб.е.и}} &= \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

Что касается выражений (4.27), то определяемые ими ограничения на значения внутренних и технических параметров зависят от условий и требований, предъявляемых к СПДИ и ее системе более высокого ранга. Для некоторых внутренних и технических параметров СПДИ данные о максимально возможных пределах и характере их изменения приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.

Параметр	Пределы изменения	Характер изменения	Возможные дискретные значения
$m_a(m_\alpha, m_\phi)$	$2 \leq m_a(m_\alpha, m_\phi) < \infty$	Дискретный	2, 3, 4, ...
$\eta$	$1 \leq \eta \leq r$	То же	1, 2, ..., r
$\beta$	$1 \leq \beta < \infty$	»	1, 2, 3, ...
$\theta$	$1 \leq \theta \leq 2$	Непрерывный	—
$\varepsilon$	$-1 \leq \varepsilon < \infty$	То же	—
$K_\pi$	$-m_r \leq K_\pi < \infty$	»	—
$h^2$	$0 \leq h^2 < \infty$	»	—
$\Delta f_\Sigma$	$0 \leq \Delta f_\Sigma < \infty$	»	—

При оценке СПДИ по безразмерному параметру — выигрышу в цене — вместо (4.42) следует согласно (4.28в) ввести условия:

$$\left. \begin{aligned} R &= R_3 = \text{const} \\ P_{\text{сб.е.и}} &= P_{\text{сб.е.и.э}} = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

Кроме того, следует составить перечень ограничений на внутренние и технические параметры эталонной СПДИ по типу (4.27), а также разделить множества  $\{\delta\}$  и  $\{\delta_3\}$  на подмножества  $\{\delta_0\}$ ,  $\{\delta_1\}$  и  $\{\delta_{03}\}$ ,  $\{\delta_{13}\}$ . По результатам этого деления, а также с учетом предъявляемых к СПДИ требований составляется дополнительная система ограничений типа (4.28д). Непременными членами этой системы, относящимися к условиям вида  $\delta_{i0} = \delta_{i03} = \text{const}$ , являются:

$$\left. \begin{aligned} N &= N_3 = \text{const}; \quad K_{\text{энтр}} = K_{\text{энтр.э}} = \text{const} \\ \rho_\omega(A_i) &= \rho_\omega(A_{i3}) = \text{const}; \quad i = \overline{1, N}; \quad \omega = 0, \omega_{\text{макс}} \end{aligned} \right\}$$

В число других условий этого вида могут быть включены, например, условия:

$$\beta = \beta_3 = \text{const}; \quad \eta = \eta_3 = \text{const}; \quad L = L_3 = \text{const},$$

если внутренние параметры  $\beta$ ,  $\eta$  и  $L$  отнесены к подмножеству  $\{\delta_0\}$ .

К числу условий вида  $\delta_i = \delta_{i_0}$  можно отнести, например, условие  $a = a_0$ , целесообразность которого определяется тем, что при  $a \neq a_0$  сложность сравниваемых СПДИ получается существенно неодинаковой, о чем неоднократно говорилось в §§ 3.2 и 3.3. Естественно также наложение условия  $\theta = \theta_0$ .

Аналогично можно наложить подобные условия и на другие внутренние параметры СПДИ из подмножеств  $\{\delta_1\}$  и  $\{\delta_{1_0}\}$ . Отметим также, что один и тот же внутренний параметр может быть отнесен как к подмножеству  $\{\delta_0\}$ , так и  $\{\delta_1\}$  в зависимости от предъявляемых к СПДИ требований. Например, если параметр  $\theta$  отнесен к подмножеству  $\{\delta_0\}$ , то вместо условия  $\theta = \theta_0$  следует записать  $\theta = \theta_0 = \text{const}$ .

Аналогично составляется функциональное уравнение для цены эталонной СПДИ. Практически нет необходимости повторять все выкладки, а достаточно в уравнения для технических параметров оцениваемой СПДИ подставить значения внутренних параметров эталонной СПДИ, руководствуясь (4.43) и ограничениями типа (4.27) и (4.28д). Синтез оптимальной СПДИ сводится теперь к максимизации выигрыша в соответствии с ур-нием (4.30):

$$B_{\Pi} = \max_{\delta_i \in \{\delta_1\}} B_{\Pi}.$$

В качестве эталонной можно выбрать СПДИ вообще с любой структурой (любой совокупностью внутренних параметров). Однако удобно использовать для этой цели СПДИ с простейшей структурой, каковой является одноканальная бинарная СПДИ ( $L_0 = 1$ ,  $m_0 = 2$ ,  $\eta_0 = 1$ ,  $\beta_0 = 1$ ) с поэлементным способом приема. Еще более простой будет эталонная СПДИ при отсутствии СК и ПК, а также КОС ( $K_{\text{ст. э}} = 1$ ,  $n_{\text{изб. п. к. э}} = 0$ ,  $n_{\text{изб. о. с. э}} = 0$ ). Конечно, в каждом конкретном случае возможны различные варианты, так что во избежание недоразумений структура эталонной СПДИ должна быть строго оговорена. Иначе говоря, требуется точное определение состава множества  $\{\delta_0\}$  и разбиения его на подмножества  $\{\delta_{0_0}\}$  и  $\{\delta_{1_0}\}$ .

Как видно из (1.44), при  $m_0 = 2$ ,  $\eta_0 = 1$ ,  $\beta_0 = 1$  лишь один из параметров  $m_a$ ,  $m_b$ ,  $m_f$  может быть равен двум, а остальные должны быть равны единице. Другими словами, возможно столько разновидностей эталонных СПДИ (при прочих равных условиях), сколько имеется параметров в переносчике.

После выбора (фиксации) ряда внутренних параметров эталонной СПДИ, что эквивалентно отнесению их к подмножеству  $\{\delta_{0_0}\}$ , обычно остается еще ряд незафиксированных параметров, попадающих в подмножество  $\{\delta_{1_0}\}$ . Например, к числу таких параметров относятся  $\epsilon_0$  и  $K_{\text{п. э}}$ . Выбор их значений можно осуществить двумя способами: либо на основании каких-то дополнительных соображений, либо назначить произвольно. Наиболее объективным является выбор оптимальных значений этих параметров, при которых цена эталонной СПДИ минимизируется.

Другими словами, в качестве эталонной целесообразно выбрать бинарную СПДИ с простейшей структурой и минимальной ценой, для чего следует оптимизировать эталонную СПДИ согласно уравнению

$$C_3 = \min_{\delta_{i3} \in \{\delta_{13}\}} C_3.$$

Второй способ имеет то достоинство, что он прост, так как не требует нахождения оптимальных параметров, что иногда может оказаться нелегким делом. Его очевидным недостатком является то, что оцениваемая СПДИ сравнивается не с наилучшей эталонной СПДИ. Следовательно, к этому способу можно прибегать лишь в тех случаях, когда возникают затруднения с определением оптимальной эталонной СПДИ.

После фиксации всех внутренних параметров эталонной СПДИ подмножество  $\{\delta_{i3}\}$  оказывается пустым, а подмножество  $\{\delta_{03}\}$  — совпадающим с множеством  $\{\delta_3\}$ . Это обеспечивает однозначность оценки по безразмерному оценочному параметру  $B_{Ц}$ . Однако по практическим соображениям некоторые параметры иногда не фиксируются и оставляются в подмножестве  $\{\delta_{i3}\}$ . Типичным примером является параметр  $\alpha$ , определяющий степень укрупнения алфавита ИС.

Выражение (4.29), определяющее выигрыш в цене оцениваемой системы перед эталонной, для случая СПДИ с учетом (4.40) и (4.41) можно представить в виде

$$B_{Ц} = \frac{C_3}{C} = \frac{\sum_{i=1}^M \alpha_i x_{i3}}{\sum_{i=1}^M \alpha_i x_i} = \frac{\alpha_H h_3^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma 3}}{\alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma}}. \quad (4.44)$$

Поделив числитель и знаменатель (4.44) на какой-нибудь из весовых коэффициентов, например  $\alpha_F$ , получим выражение

$$B_{Ц} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{h_3^2}{\Delta f_{\Sigma 3}}}{\frac{\Delta f_{\Sigma}}{\Delta f_{\Sigma 3}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{h^2}{\Delta f_{\Sigma}}}. \quad (4.45)$$

Основное достоинство представления весовых коэффициентов их отношением заключается в возможности исследовать выражение для  $B_{Ц}$  во всем диапазоне изменений этого отношения, не прибегая к определению абсолютных значений весовых коэффициентов. Поскольку  $0 \leq \alpha_H \leq \infty$  и  $0 \leq \alpha_F \leq \infty$ , то  $0 \leq \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \leq \infty$ . Практически, конечно,  $0 < \frac{\alpha_H}{\alpha_F} < \infty$ .

Как пояснялось в предыдущем параграфе, синтез оптимальной системы по вариациям всех ее внутренних параметров может ока-

заться слишком сложным в математическом смысле. Для его упрощения целесообразно разбить системы на классы и искать оптимальные в каждом из них. Разбиение на классы осуществляется фиксацией (отнесением к подмножеству  $\{\delta_0\}$ ) некоторых внутренних параметров, так что каждому фиксированному значению соответствует класс. Хотя такой подход не гарантирует нахождения абсолютной оптимальной системы при исследовании ограниченного числа классов систем, он позволяет находить, по крайней мере, достаточно хорошие системы. Привлечение же даже сравнительно простых физических соображений и оценок позволяет вести отбор подлежащих исследованию систем целенаправленно. Другими словами, разбиение систем на классы и оценка в пределах данного класса практически не ограничивают универсальности критерия цены.

Разбиение СПДИ на классы возможно различными способами. Выбор способа разбиения должен производиться по соображениям практической целесообразности. С этой точки зрения наиболее удобным представляется разбиение на классы по виду модуляции. Действительно, в настоящее время выражения для  $P_{\text{сб.э.с.}}$ , входящие в выражения для  $P_{\text{сб.е.и.}}$ , получены, как правило, для конкретных видов модуляции. Следовательно, получение функционального уравнения для технического параметра  $h^2$  возможно также только для конкретных видов модуляции, поскольку, как видно из (4.39),  $h^2$  является аргументом выражения для  $P_{\text{сб.е.и.}}$ . Более того, если бы даже было получено выражение для  $P_{\text{сб.е.и.}}$ , справедливое для всех (или нескольких) видов модуляции, то есть основания полагать, что оно было бы слишком сложным для практического использования.

Если в качестве переносчика использовать функцию вида (1.69), то образуется три класса СПДИ с простыми видами модуляции (МММ, МЧМ, МФМ) и четыре с комбинированными (МАЧМ, МАФМ, МЧФМ, МАЧФМ). СПДИ с простыми видами модуляции соответствует  $\eta=1$ , а с комбинированными —  $\eta=2$  (для первых трех) и  $\eta=3$  (для МАЧФМ). Внутри каждого класса можно выделить подклассы, например, по признаку значений  $\beta$  и  $L$ . С целью упрощения можно зафиксировать и некоторые другие аргументы в выражении для  $P_{\text{сб.е.и.}}$ . Например, можно получить большое упрощение, если в классе СПДИ с МЧМ положить  $\varepsilon=0$  (в этом случае система сигналов становится ортогональной). Другими словами, при исследовании того или иного класса СПДИ возможен синтез оптимальной СПДИ как в самом общем виде, так и внутри подклассов, причем в последнем случае возможны различные варианты в зависимости от способа разбиения на подклассы.

Сравнение двух систем, принадлежащих к разным классам ( $\varphi$  и  $\psi$ -му), производится по выражению

$$B_{\Pi_3}^{(\varphi/\psi)} = \frac{\Pi^{(\psi)}}{\Pi^{(\varphi)}} = B_{\Pi}^{(\varphi/\psi)} \frac{B_{\Pi}^{(\psi)}}{B_{\Pi_3}^{(\psi)}} \quad (4.46)$$

где

$$B_{\Pi_3}^{(\varphi/\psi)} = \frac{\Pi_3^{(\psi)}}{\Pi_3^{(\varphi)}} \quad (4.47)$$

есть не что иное, как выигрыш в цене эталонной системы из  $\varphi$ -го класса перед эталонной из  $\psi$ -го класса, т. е. некоторый постоянный коэффициент. Таким образом, вычисление выигрыша систем из  $\varphi$ -го класса по отношению к системе из  $\psi$ -го класса сводится к дополнительному вычислению коэффициента  $B_{\Pi_3}^{(\varphi/\psi)}$ .

Если получается  $B_{\Pi_3}^{(\varphi/\psi)} < 1$ , то это означает, что система из  $\varphi$ -го класса хуже системы из  $\psi$ -го класса. В этом случае целесообразно пользоваться обратной величиной, т. е.

$$B_{\Pi}^{(\psi/\varphi)} = \frac{1}{B_{\Pi_3}^{(\varphi/\psi)}} = B_{\Pi_3}^{(\psi/\varphi)} \frac{B_{\Pi}^{(\psi)}}{B_{\Pi}^{(\varphi)}} \quad (4.48)$$

где

$$B_{\Pi_3}^{(\psi/\varphi)} = \frac{1}{B_{\Pi_3}^{(\varphi/\psi)}} = \frac{\Pi_3^{(\varphi)}}{\Pi_3^{(\psi)}} \quad (4.49)$$

Сравнение можно производить как для произвольных, так и для оптимальных (внутри сравниваемых классов) систем. Разумеется, объективная оценка сравниваемых классов достигается лишь в последнем случае.

Выражения для  $P_{\text{сб.е.и}}$  могут иметь такой вид, что разрешение их относительно  $h^2$  в аналитическом виде оказывается невозможным. В этих случаях можно прибегнуть либо к графическому решению, либо искать подходящие аналитические аппроксимации или оценки этих выражений. Какому способу отдать предпочтение, зависит от конкретных условий и склонностей исследователя.

Несмотря на разбиение исследуемой системы на классы и подклассы, выражение для выигрыша в цене (4.45), как правило, получается все еще достаточно сложным для аналитического определения максимума этой функции. В тех случаях, когда  $h^2$  определяется в результате графического решения уравнения для  $P_{\text{сб.е.и}}$  из (4.39), об аналитическом определении максимума  $B_{\Pi}$  вообще не может идти речь. Кроме того, как уже говорилось ранее, интерес представляет не только максимальное значение  $B_{\Pi}$ , но и изменение  $B_{\Pi}$  в окрестностях максимума. Поэтому выражение (4.45) целесообразно использовать для построения графиков, показывающих зависимость  $B_{\Pi}$  от числа позиций сигнала при фиксированных значениях прочих аргументов.

Представляет интерес найти связь между критерием цены и критериями, рассмотренными в § 4.2. Эта связь легко устанавливается, если в (4.45) подставить значения  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ , определенные из выражений для  $\beta = \frac{R}{h^2}$  ( $\beta$  — эффективность) и  $\gamma = \frac{R}{\Delta f_{\Sigma}}$  ( $\gamma$  —

эффективность), приведенных в табл. 4.1 (критерий 4). После некоторых преобразований из (4.45) получим

$$B_{Ц} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{\gamma_3}{\beta_3}}{\frac{\gamma_3}{\gamma} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{\gamma_3}{\beta}} \quad (4.50)$$

При крайних значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  получим

$$\left. \begin{aligned} \lim B_{Ц} &= \frac{\gamma}{\gamma_3} \\ \frac{\alpha_H}{\alpha_F} &\rightarrow 0 \\ \lim B_{Ц} &= \frac{\beta}{\beta_3} \\ \frac{\alpha_H}{\alpha_F} &\rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$

Из (4.50) и (4.51) следует, что критерии (коэффициенты)  $\beta$ - и  $\gamma$ -эффективности являются частными случаями критерия цены соответственно при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$ . Учитывая связь между коэффициентами  $\beta$ - и  $\gamma$ -эффективности и другими критериями, сведенными в табл. 4.1 ( $\eta_E, \beta_E, \beta^2, \alpha_f$ ), можно сделать вывод о том, что все эти критерии также являются частными случаями критерия цены при крайних значениях  $\alpha_H/\alpha_F$ . Таким образом, критерий цены обобщает некоторые используемые в настоящее время критерии оценки систем связи.

На основании вышеизложенного можно предложить следующую методику оценки и оптимизации СПДИ по критерию цены для случая применения безразмерного оценочного параметра  $B_{Ц}$ , который только и будет использован в дальнейшем:

1. Выбрать целевые (информационные) параметры<sup>1)</sup>. Для СПДИ такими параметрами являются  $R$  и  $P_{сб.е.и}$ , т. е.  $\{Y\} = \{R, P_{сб.е.и}\}$ .

2. Выбрать технические параметры II рода. Для СПДИ это параметр  $\Delta f_{\Sigma}$ , т. е.  $\{x_{II}\} = \{\Delta f_{\Sigma}\}$ .

3. Составить систему уравнений типа (4.39), описывающую функциональные зависимости для информационных параметров и технических параметров II рода. Из полученной системы определить состав множеств внутренних параметров СПДИ  $\{\delta\}$  и технических параметров I рода  $\{x_I\}$ . Для СПДИ  $\{x_I\} = \{h^2\}$  и, следовательно, все остальные аргументы принадлежат множеству  $\{\delta\}$ .

<sup>1)</sup> Напомним, что в число целевых можно включить и другие (не информационные) параметры, например, тактические, эксплуатационные и т. д.

4. Выбрать эталонную СПДИ, для чего зафиксировать в множестве  $\{\delta\}$  некоторые внутренние параметры, а остальные (незафиксированные) снабдить индексами «э». Записать состав полученного множества  $\{\delta_э\}$ .

5. Составить систему ограничений типа (4.27), накладываемых на внутренние и технические параметры, исходя из заданных условий работы СПДИ, предъявляемых к ней требований, возможностей решения получающихся математических выражений и т. д., для оцениваемой и эталонной СПДИ

Провести разделение множеств внутренних параметров  $\{\delta\}$  и  $\{\delta_э\}$  соответственно на  $\{\delta_0\}$ ,  $\{\delta_1\}$  и  $\{\delta_{0э}\}$ ,  $\{\delta_{1э}\}$ . Удобно представить полученные результаты в форме таблицы.

6. Составить систему ограничений типа (4.28д) на основе полученных в п. 5 результатов. Эту систему также удобно представить в форме таблицы.

7. Составить ограничения типа (4.28г). В соответствии с произведенным в п. 1 выбором целевых (информационных) параметров эти ограничения примут вид

$$\left. \begin{aligned} R &= R_э = \text{const} \\ P_{\text{сб.е.и}} &= P_{\text{сб.е.и.э}} = \text{const} \end{aligned} \right\}.$$

8. Разрешить полученную в п. 3 систему уравнений типа (4.39) относительно технических параметров  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ . При этом уравнение для  $R$  следует разрешить относительно аргумента  $t$ .

9. Определить  $h_э^2$  и  $\Delta f_{\Sigma_э}$ , подставив в выражения для  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$  значения внутренних параметров из множества  $\{\delta_э\}$ .

10. Составить по (4.41) выражение для цены эталонной СПДИ, после чего найти  $U_э = \min U_э$ :

$$\delta_{iэ} \in \{\delta_{iэ}\}$$

Зафиксировать полученные оптимальные значения  $\delta_{iэ} = \delta_{iэ. \text{опт}}$ , при которых  $U_э = \min U_э$ .

Если нахождение оптимальных значений для некоторых  $\delta_{iэ}$  оказывается затруднительным или невозможным, то следует либо возвратиться к п. 5 и изменить некоторые из ограничений, либо зафиксировать эти  $\delta_{iэ}$ .

11. Подставить найденные в пп. 8 и 9 выражения для  $h^2$ ,  $\Delta f_{\Sigma}$ ,  $h_э^2$  и  $\Delta f_{\Sigma_э}$  в (4.45), определив, таким образом, функциональное уравнение для  $B_{\Pi}$ . При этом в выражения для  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$  следует подставить зафиксированные в п. 10 значения  $\delta_{iэ}$ .

12. Определить оптимальную СПДИ, решив уравнение

$$B_{\Pi} = \max_{\delta_i \in \{\delta_i\}} B_{\Pi}.$$

Исследовать поведение функции  $B_{\Pi}$  в окрестностях оптимальных значений  $\delta_i = \delta_{i \text{ опт}}$ .

Обычно уравнение, описывающее функцию  $B_{\Pi}$ , получается в виде, неудобном для аналитического исследования, например, нели-

нейном или трансцендентном. Учитывая также необходимость исследования в окрестностях оптимальных значений внутренних параметров, практически целесообразно вообще отказаться от аналитического исследования, заменив его представлением функции  $B_{Ц}$  в виде графиков  $B_{Ц}(m)$ , параметрами которых являются остальные (кроме  $m$ ) аргументы функции  $B_{Ц}$ . Достоинством графического решения является также наглядность и легкость интерпретации полученных результатов.

Следует отметить, что иногда может возникнуть необходимость возвратиться к п. 5, изменить некоторые из ограничений и провести все исследование заново. Целесообразным может оказаться также разделение СПДИ на подклассы, что сводится к фиксации некоторых аргументов функции  $B_{Ц}$ .

#### 4.4. ОЦЕНКА СПДИ ПО КРИТЕРИЮ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Математическая модель при оценке по критерию эффективности отличается только тем, что вместо выражений (4.28) или (4.28в) используются соответственно выражения (4.28б) или (4.28г). Выражения же (4.26), (4.27) и (4.28д) в обоих моделях являются общими.

Как показано в § 4.4, для СПДИ целевыми (информационными) являются параметры  $R$  и  $P_{сб. е. и.}$ . Следовательно, возможны две модификации критериев эффективности, в зависимости от того, выбирается в качестве главного информационного параметра  $R$  или  $P_{сб. е. и.}$ :

$$\left. \begin{aligned} \gamma_q &= R \\ \gamma_q &= P_{сб. е. и.} \end{aligned} \right\} \quad (4.52)$$

При оценке по безразмерному параметру в соответствии с (4.31) получим с учетом (4.52):

$$\left. \begin{aligned} B_{эф}(R) &= \frac{R}{R_э} \\ B_{эф}(P_{сб}) &= \frac{P_{сб. е. и. э}}{P_{сб. е. и.}} \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

Оптимизация СПДИ состоит в нахождении экстремума главного информационного параметра по вариациям внутренних параметров, принадлежащих подмножеству  $\{\delta_1\}$ :

$$\left. \begin{aligned} R &= \max_{\delta_i \in \{\delta_1\}} R \\ P_{сб. е. и.} &= \min_{\delta_i \in \{\delta_1\}} P_{сб. е. и.} \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$



При оценке по безразмерному оценочному параметру получим соответственно:

$$\left. \begin{aligned} B_{\text{эф}}(R) &= \max_{\delta_i \in \{\delta_1\}} B_{\text{эф}}(R) \\ B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) &= \max_{\delta_i \in \{\delta_1\}} B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) \end{aligned} \right\} \quad (4.55)$$

Все соображения, высказанные в предыдущем параграфе относительно выбора внутренних параметров эталонной СПДИ, справедливы и для случая оценки по критерию эффективности. Наибольшая объективность достигается при использовании в (4.53) и (4.55) оптимального значения главного информационного параметра эталонной СПДИ, определяемого из выражений типа (4.54), составленных для эталонной СПДИ. Уравнение для  $R_{\text{э}}$  или  $P_{\text{сб. е. и. э}}$  можно получить из системы уравнений вида (4.39), дополненной уравнением (4.41), составленных для эталонной СПДИ, разрешая ее относительно  $R_{\text{э}}$  или  $P_{\text{сб. е. и. э}}$ . Это уравнение имеет вид

$$\gamma_{q\text{э}} = \Gamma_{\text{э}}(\mathcal{U}_{\text{э}}, \alpha_{\text{Н}}, \alpha_{\text{Ф}}, \gamma_{j\text{э}}, \{\delta_{0\text{э}}\}, \{\delta_{1\text{э}}\}), \quad (4.56)$$

где  $\gamma_{q\text{э}} = R_{\text{э}}$  или  $P_{\text{сб. е. и. э}}$ ;

$$\gamma_{j\text{э}} = \begin{cases} P_{\text{сб. е. и. э}}, & \text{если } \gamma_{q\text{э}} = R_{\text{э}}; \\ R_{\text{э}}, & \text{если } \gamma_{q\text{э}} = P_{\text{сб. е. и. э}}; \end{cases}$$

$\{\delta_{0\text{э}}\}, \{\delta_{1\text{э}}\}$  — подмножества фиксированных и нефиксированных параметров эталонной СПДИ;  $\Gamma_{\text{э}}$  — общее обозначение функциональной зависимости для главного информационного параметра эталонной СПДИ.

Определив из (4.56) экстремум  $\gamma_{q\text{э}}$  по вариациям внутренних параметров, принадлежащих подмножеству  $\{\delta_{1\text{э}}\}$ , получим

$$\max(\min) \gamma_{q\text{э}} = \Gamma_{\text{э}}(\mathcal{U}_{\text{э}}, \alpha_{\text{Н}}, \alpha_{\text{Ф}}, \gamma_{j\text{э}}, \{\delta_{0\text{э}}\}, \{\delta_{1\text{э} \text{ опт}}\}), \quad (4.57)$$

где  $\{\delta_{1\text{э} \text{ опт}}\}$  — подмножество  $\{\delta_{1\text{э}}\}$ , составленное из оптимальных значений входящих в него внутренних параметров эталонной СПДИ.

Поскольку в (4.53) подставляется не значение  $\gamma_{q\text{э}}$ , вычисленное по (4.57), а его функциональное выражение  $\Gamma_{\text{э}}(\mathcal{U}_{\text{э}}, \alpha_{\text{Н}}, \alpha_{\text{Ф}}, \gamma_{j\text{э}}, \{\delta_{0\text{э}}\}, \{\delta_{1\text{э} \text{ опт}}\})$ , то значение  $\max(\min) \gamma_{q\text{э}}$  остается неопределенным. Это означает, что при оценке СПДИ по критерию эффективности (по безразмерному оценочному параметру) абсолютные значения главного информационного параметра во внимание не принимаются, а учитывается только их отношение. Конечно, при желании абсолютные значения можно вычислить, воспользовавшись (4.57) и (4.55), но это уже просто констатация факта, поскольку процедура оценки не требует такого вычисления.

Отмеченная особенность оценки по критерию эффективности, как будет показано дальше, иногда может быть использована для преодоления трудностей, возникающих в том случае, когда аналитические выражения для  $P_{\text{сб. е. и}}$  отсутствуют. Однако, в принципе, оцен-

ка, не учитывающая абсолютных значений главного информационного параметра, имеет очевидный недостаток. Действительно, нельзя определить, пригодна ли найденная по (4.55) оптимальная СПДИ для применения в заданных условиях, если абсолютное значение ее главного информационного параметра неизвестно. Поэтому оно должно быть определено, для чего следует вычислить  $\max(\min) \gamma_{q_3}$  по (4.57), а затем  $\max(\min) \gamma_q$  по (4.55).

Если  $\max(\min) \gamma_q$  не удовлетворяет предъявляемым к СПДИ требованиям (либо слишком мало, либо неоправданно велико), то единственный выход состоит в том, чтобы задаться другим значением  $C = C_3 = \text{const}$  и провести расчет заново, повторяя эту процедуру до тех пор, пока не будет получено приемлемое значение  $\max(\min) \gamma_q$ . Поскольку без проведения подобных расчетов определить целесообразное значение  $C = C_3 = \text{const}$  невозможно, а окончательное значение  $C = C_3$  принимается таким, какое получится, то разумно вообще отказаться от условия  $C = C_3 = \text{const}$  в (4.28г), заменив его условием

$$C = C_3, \quad (4.58)$$

которое требует лишь равенства  $C$  и  $C_3$ , но не фиксирует наперед их абсолютных значений.

Условие (4.58) упрощает формирование математической модели критерия оценки, поскольку отпадает необходимость в назначении конкретной цены СПДИ. Просто цена СПДИ теперь принимается произвольной, но одинаковой в сравниваемых СПДИ. Величина  $C = C_3$  в этих условиях является параметром функции  $B_{эф}(\gamma_q)$ . Можно выразить  $C_3$  через  $\max(\min) \gamma_{q_3}$ , воспользовавшись (4.57). Тогда вместо  $C = C_3$  параметром функции  $B_{эф}(\gamma_q)$  будет  $\gamma_{q_3}$ . Использование в качестве параметра величины  $\gamma_{q_3}$  вместо  $C_3$  более удобно, поскольку назначить ориентировочное значение  $\gamma_{q_3}$  проще, чем  $C_3$ .

Выше отмечалось, что в тех случаях, когда аналитическое выражение для  $P_{сб.е.и}$  неизвестно, иногда можно произвести оценку по критерию эффективности, воспользовавшись его особенностью, что он определяется лишь отношением значений главного информационного параметра, а их абсолютные значения могут быть какими угодно. Рассмотрим этот вопрос подробнее на примере оценки СПДИ, работающей в условиях доминирующего влияния импульсных помех. Как известно, вычисление абсолютного значения  $P_{сб.е.и}$  в этом случае представляет чрезвычайно трудную задачу, и такие выражения получены лишь для некоторых частных случаев. По существу, это исключает возможность оценки СПДИ как по критерию цены, так и по критерию эффективности, поскольку в обоих случаях выражение для  $P_{сб.е.и}$  входит в состав системы уравнений вида (4.26). Но отмеченная выше особенность критерия эффективности позволяет найти обходный путь. Действительно, для рассматриваемого случая можно ввести понятие условной вероятности сбоя элемента сообщения, определив его как вероятность сбоя элемента при условии, что на интервале его существования появилась

импульсная помеха. Если в качестве элемента сообщения принять команду из  $b$  букв, то

$$P_{сб}[K(b)] = Q_{сб}[K(b)] \frac{N'_k}{N_k}, \quad (4.59)$$

где  $Q_{сб}[K(b)]$  — условная вероятность сбоя команды  $K(b)$ ;  $N_k, N'_k$  — соответственно общее количество команд в сообщении и количество команд, пораженных импульсной помехой.

Поскольку  $N_k$  и  $N'_k$  одинаковы для сравниваемых СПДИ, то

$$\frac{P_{сб.э}[K(b)]}{P_{сб}[K(b)]} = \frac{Q_{сб.э}[K(b)]}{Q_{сб}[K(b)]}. \quad (4.60)$$

Но в соответствии с (3.75)  $P_{сб}[K(b)] = P_{сб.е.и} J_{ср}[K(b)]$ , где  $J_{ср}[K(b)]$  — среднее количество информации в команде  $K(b)$ . Естественно, что  $J_{ср}[K(b)] = J_{ср.э}[K(b)]$ , так что вместо (4.60)

$$\frac{P_{сб.э}[K(b)]}{P_{сб}[K(b)]} = \frac{P_{сб.е.и.э}}{P_{сб.е.и}} = \frac{Q_{сб.э}[K(b)]}{Q_{сб}[K(b)]}. \quad (4.61)$$

Теперь вместо (4.53) с учетом (4.61) получим

$$B_{эФ}(P_{сб}) = \frac{Q_{сб.э}[K(b)]}{Q_{сб}[K(b)]}. \quad (4.62)$$

Вычисление  $Q_{сб}[K(b)]$  в данном случае значительно проще, чем вычисление  $P_{сб.е.и}^1$ .

Разумеется, все остальные уравнения и ограничения, входящие в математическую модель критерия, остаются в силе и должны быть использованы. В частности, из условия  $\Pi = \Pi_э = \text{const}$  или  $\Pi = \Pi_э$  вытекает, что

$$\left. \begin{aligned} h^2 &= h_э^2 \\ \Delta f_{\Sigma} &= \Delta f_{\Sigma_э} \end{aligned} \right\} \quad (4.63)$$

Действительно, в соответствии с (4.41)  $\Pi = \alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma}$ . Но поскольку  $h^2$  входит в уравнение для  $P_{сб.е.и}$ , а оно в данном случае неизвестно, то необходимость наложения первого из условий в (4.63) очевидна. А раз это условие наложено, то неизбежно наложение и второго условия, поскольку только в этом случае можно выполнить требование  $\Pi = \Pi_э = \text{const}$  или  $\Pi = \Pi_э$ .

Выполнение условия  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma_э}$  при одновременном выполнении условия  $R = R_э = \text{const}$ , налагаемого (4.28г), может оказаться затруднительным или возможным лишь в сравнительно узком диапазоне изменений внутренних параметров СПДИ. В этом случае можно отказаться от точного выполнения условия  $\Pi = \Pi_э$ , допустив в (4.63)  $\Delta f_{\Sigma} \neq \Delta f_{\Sigma_э}$  и введя оценочный параметр

$$B_{\text{доп}}^{(\Delta f_{\Sigma})} = \Delta f_{\Sigma_э} / \Delta f_{\Sigma}. \quad (4.64)$$

<sup>1)</sup> В этом можно убедиться, обратившись к § 6.8 или [133, 142].

Конечно, наличие двух оценочных параметров лишает критерий оценки однозначности. Однако можно полагать, что такое ухудшение критерия является приемлемой платой за возможность оценки при отсутствии выражений для  $P_{сб. е. и.}$

Можно показать, что вместо неравенства  $\Delta f_{\Sigma} \neq \Delta f_{\Sigma_0}$ , можно допустить неравенство  $R \neq R_0$ , а в качестве дополнительного оценочного параметра ввести

$$B_{доп}^{(R)} = R/R_0. \quad (4.65)$$

Заслуживают рассмотрения также особенности применения критерия эффективности при некоторых специфических ограничениях технических параметров. Речь идет о следующем. В современных системах дальней связи частотный диапазон разбит на участки фиксированной ширины — телеграфные, телефонные, широкополосные каналы. Такие каналы сдаются потребителю в аренду целиком, в том смысле, что нельзя арендовать часть канала, заплатив соответственно меньшую цену. В этих условиях не имеет смысла применять СПДИ, занимаемая полоса частот которых меньше ширины полосы арендованного канала, если, конечно, свободная часть канала не может быть занята другой системой связи, эксплуатируемой тем же потребителем, или продана другому потребителю. Такие же соображения справедливы по отношению к значению  $h^2$ , если оно нормировано. В этих условиях естественно положить:

$$h^2 = h_0^2 = h_0^2; \quad \Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma_0} = \Delta f_{k_0}, \quad (4.66)$$

где  $h_0^2$  и  $\Delta f_{k_0}$  — соответственно значение  $h^2$  и  $\Delta f_k$  в арендованном канале. Это означает, что заданным является не значение  $Ц$ , а значения  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ . Другими словами, в этом случае условие  $Ц = Ц_0 = \text{const}$  заменяется условиями (4.66). Можно показать, что при этом из функциональных уравнений для главного информационного параметра аргументы  $Ц$ ,  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  исчезают, но зато появляются аргументы  $h_0^2$  и  $\Delta f_{k_0}$ . Следовательно, выигрыш по эффективности также не будет зависеть от  $Ц$ ,  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ , а будет определяться значениями  $h^2$  и  $\Delta f_{k_0}$ . Это упрощает оценку СПДИ, поскольку отпадает необходимость в определении весовых коэффициентов  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ . Независимость оценочного параметра от весовых коэффициентов здесь вполне естественна, поскольку задача решается не при фиксированной цене, а при фиксированных составляющих этой цены. Разумеется, истинная цена СПДИ по-прежнему находится как взвешенная сумма технических параметров, но теперь она принимается такой, какая получится.

Нетрудно показать, что критерий эффективности, как и критерий цены, является обобщением некоторых критериев, приведенных в табл. 4.1. Например, равноростная и равнополосная модификации критерия I являются частными случаями критерия эффективности, если в качестве главного информационного параметра выбрать  $P_{сб. е. и.}$  Действительно, в критерии I оценочным па-

раметром является  $P_{\text{сб.е.и}}$ . Для равнораспределенной модификации справедливы условия  $R=R_0$ ,  $h^2=h_0^2$ . Поскольку в равнораспределенной модификации не учитывается занимаемая СПДИ полоса частот  $\Delta f_{\Sigma}$ , то это эквивалентно принятию условия  $\alpha_F=0$ . Тогда  $C=\alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma} = \alpha_H h^2$ . Следовательно, условие  $h^2=h_0^2$  эквивалентно условию  $C=C_0$ , что в совокупности с условием  $R=R_0$  дает систему, совпадающую с (4.28г). Для равнополосной модификации не учитывается скорость передачи информации  $R$ , что равнозначно исключению  $R$  из числа информационных параметров. Тогда в выражениях типа (4.28г) остается лишь условие  $C=C_0$ . Поскольку в равнополосной модификации фиксируются условия  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma_0}$ ,  $h^2=h_0^2$ , то это равнозначно фиксации условия  $C=C_0$ , что и доказывает идентичность обоих критериев.

Оценку по критерию эффективности можно преобразовать в оценку по критерию цены, выражающуюся величиной

$$B_{\Pi} = C'_j / C_i, \quad (4.67)$$

где  $C_i$  и  $C'_j$  — цены соответственно  $i$ - и  $j$ -й СПДИ, при условии, что в  $j$ -й СПДИ достигнуто такое же значение главного целевого параметра, как и в  $i$ -й, т. е.  $\gamma'_{qj} = \gamma_{qi}$ . Полагается также, что при  $C_i = C_j$  имеет место неравенство  $R_j < R_i$  (если  $\gamma_q = R$ ) или  $P_{\text{сб.е.и. } j} > P_{\text{сб.е.и. } i}$  (если  $\gamma_q = P_{\text{сб.е.и}}$ ). Если считать, что  $j$ -я СПДИ — эталонная, а  $i$ -я — оцениваемая, то вместо (4.67) запишем

$$B_{\Pi} = C'_j / C_0, \quad (4.68)$$

а равенство  $\gamma'_{qj} = \gamma_{qi}$  примет вид  $\gamma'_{q0} = \gamma_q$ . Теперь значение  $C'_0$  должно вычисляться при  $\gamma_q = \gamma_q$ . Но из (4.53) следует, что

$$\gamma_q = \begin{cases} \gamma_{q0} B_{\text{эф}}(\gamma_q), & \text{если } \gamma_q = R; \\ \frac{\gamma_{q0}}{B_{\text{эф}}(\gamma_q)}, & \text{если } \gamma_q = P_{\text{сб.е.и}} \end{cases} \quad (4.69)$$

Следовательно, в (4.68) необходимо подставлять значение  $C'_0$ , вычисленное при подстановке в выражение для  $C_0$  значения  $\gamma'_{q0} = \gamma_q$ , определяемого из (4.69). Легко понять, что выражение для  $B_{\Pi}$  (4.68) совпадает с выражением для  $B_{\Pi}$ , полученным при оценке по критерию цены, если в последнее подставить значения  $\gamma_q$ , определяемые из (4.69).

#### 4.5. ОБЗОР НЕКОТОРЫХ ДРУГИХ КРИТЕРИЕВ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД

В последние годы опубликовано несколько работ, в которых предлагаются критерии оценки систем связи, в той или иной форме использующие системный подход и отличающиеся от критериев, рассмотренных в § 4.1. В первой (по времени опубликования) из

этих работ [44] система связи рассматривается как часть системы управления и характеризуется тремя внешними (абстрактными) параметрами: количеством продукции  $A$ , ее качеством  $Q$  и совокупными экономическими затратами  $\mathcal{E}$ . Под количеством продукции понимается количество информации, перемещенное на некоторое расстояние. Качество продукции «отражает такие характеристики, как время прохождения информации по системе связи, достоверность приема информации, надежность связи и др». Совокупные экономические затраты рассматриваются как сумма живого и овеществленного труда. Легко видеть, что такой способ описания системы связи полностью совпадает с рассмотренным в § 4.2, если параметры  $A$  и  $Q$  считать целевыми, а параметр  $\mathcal{E}$  — ценой системы. Следовательно, и оценка должна вестись по одному из двух рассмотренных там же критериев — цены или эффективности.

Однако автор [44] использовал параметры  $A$ ,  $Q$  и  $\mathcal{E}$  иначе. Понимая, что оценка по трем параметрам неоднозначна, он вводит некий обобщенный оценочный параметр, названный удельной производительностью или собственной эффективностью системы связи:

$$W_{\text{соб}} = \frac{f(A, Q)}{\mathcal{E}}, \quad (4.70)$$

где  $f(A, Q)$  — некоторая функция  $A$  и  $Q$ .

Таким образом,  $W_{\text{соб}}$  есть не что иное, как отношение количества продукции установленного качества к затратам. Если речь идет о системе с уже известными значениями  $A$ ,  $Q$  и  $\mathcal{E}$ , то оценка ее по значению  $W_{\text{соб}}$  возражений не вызывает. Также не вызывает возражений сравнительная оценка по критерию  $W_{\text{соб}}$  двух систем с одинаковыми значениями  $A$  и  $Q$ . Но для сравнительной оценки любых систем, а также для синтеза оптимальной системы критерий  $W_{\text{соб}}$  непригоден, поскольку он обладает всеми недостатками обобщенных критериев, рассмотренных в § 4.1. Действительно, значение  $W_{\text{соб}}$  не изменится, если числитель и знаменатель (4.70) умножить на одно и то же число. Однако системы, у которых, например, не равны количества продукции (равного качества), нельзя считать равноценными по той простой причине, что система с меньшим количеством продукции не может заменить систему с большим количеством. Кроме того, одно и то же значение  $f(A, Q)$  может быть получено при различных сочетаниях  $A$  и  $Q$ . Значит, системы, равноценные по критерию  $W_{\text{соб}}$ , могут быть неравноценными по параметрам  $A$  и  $Q$ . Но ведь параметры  $A$  и  $Q$  имеют самостоятельное значение и может оказаться, что в одних условиях выгоднее увеличить  $A$  за счет уменьшения  $Q$ , а в других — наоборот.

В работе [44] имеется также ряд других неясностей. Например, неясно, на каком основании функция  $f(A, Q)$  аппроксимируется гиперболой вида  $\frac{AQ}{1-Q}$ . Неясно также, почему, кроме критерия  $W_{\text{соб}}$ ,

«практически оказывается необходимым пользоваться некоторыми частными критериями эффективности, такими, как удельные экономические затраты, производительность труда, сравнительная

экономическая эффективность и др.». Если пользоваться этими критериями, то непонятно, как быть с оценкой по критерию  $W_{\text{соб}}$ , т. е. учитывать ее или нет. Если учитывать, то встает вопрос об однозначности оценки одновременно по нескольким критериям и т. д.

Несмотря на указанные недостатки, работа [44] представляет несомненный шаг вперед (по сравнению с критериями, сведенными в табл. 4.1), поскольку в ней делается попытка системного подхода к оценке систем связи. В работе подробно описаны способы количественного определения параметров  $A$ ,  $Q$  и  $\mathcal{E}$ . Наибольший интерес представляет способ определения  $\mathcal{E}$ , поскольку он освещен в литературе совершенно недостаточно. В частности, приведенные данные могут быть использованы для определения весовых коэффициентов при технических параметрах систем связи <sup>1)</sup>.

В работе [40] предлагается критерий оценки, учитывающий «все представляющие интерес параметры», выражаемый одним числом, простой и удобный для практического применения «во всех тех случаях, когда речь идет о сравнении систем одного назначения». Этот критерий назван эффективностью системы (коэффициентом качества) и определяется выражением

$$\gamma = \sum_{n=1}^N \beta_n \eta_n, \quad (4.71)$$

где  $N$  — число учитываемых параметров.

Коэффициент  $\gamma$  изменяется в пределах  $0 \leq \gamma \leq 1$ , а лучшей является система с большим значением  $\gamma$ . Смысл входящих в (4.71) коэффициентов  $\eta_n$  и  $\beta_n$  следующий. Коэффициент  $\eta_n$ , названный «коэффициентом успеха», определяется как

$$\eta_n = \alpha_n / \alpha_{n\text{макс}} \quad \text{или} \quad \eta_n = \alpha_{n\text{мин}} / \alpha_n, \quad (4.72)$$

где  $\alpha_n$  — параметр системы связи;  $\alpha_{n\text{макс}}$ ,  $\alpha_{n\text{мин}}$  — соответственно верхняя и нижняя границы  $\alpha_n$ , причем имеется в виду, что каждый параметр ограничен лишь с одной стороны, в зависимости от чего выбирается одна из форм определения  $\eta_n$  по (4.72). Величина  $\eta_n$  заключена в пределах  $0 \leq \eta_n \leq 1$ , причем чем больше  $\eta_n$ , тем лучше система (по данному параметру). Каждый параметр имеет определенный вес при оценке системы, и этот вес характеризуется весовым коэффициентом  $C_n$ . Если положить

$$\sum_{n=1}^N C_n = \text{const}, \quad (4.73)$$

то можно ввести относительный вес для каждого параметра, определив его как

$$\beta_n = C_n / \sum_{n=1}^N C_n. \quad (4.74)$$

<sup>1)</sup> Эта возможность более подробно будет рассмотрена в § 4.6.

причем

$$\sum_{n=1}^N \beta_n = 1 \text{ и } 0 \leq \beta_n \leq 1.$$

Таким образом, определяемый выражением (4.71) коэффициент  $\gamma$  по своему смыслу есть не что иное, как взвешенная сумма «коэффициентов успеха» по всем  $N$  учитываемым параметрам.

К числу достоинств предлагаемого критерия оценки следует отнести, прежде всего, то, что он позволяет охватить все существенные параметры системы, причем эти параметры учитываются с весовыми коэффициентами. Другими словами, при оценке используется системный подход, дающий возможность учесть всю объективную сложность системы. Оценка производится по единственному оценочному параметру  $\gamma$ , что также является достоинством данного критерия. Общие соображения о выборе весовых коэффициентов, учитываемых параметров и т. д. подкреплены методикой расчета и конкретными примерами определения эффективности некоторых систем связи, так что вычисление эффективности любых других систем не вызовет затруднений.

Большой интерес представляют приведенные в [40] соображения о важности введения рационального критерия, о требованиях, которым он должен удовлетворять, о способах определения весовых коэффициентов при параметрах системы и т. д.

Однако предлагаемый критерий не свободен и от некоторых недостатков. Начнем с того, что одно и то же значение  $\gamma$  может быть получено при различных сочетаниях абсолютных значений учитываемых параметров  $\alpha_n$ , если даже значения  $\alpha_{n \text{ мин}}$  или  $\alpha_{n \text{ макс}}$  фиксированы. Но параметры  $\alpha_n$  имеют самостоятельное значение, как об этом неоднократно говорилось выше. Следовательно, равноценные по параметру  $\gamma$  системы могут быть неравноценными по значениям параметров  $\alpha_n$ . К этому следует добавить, что сами параметры  $\alpha_n$  рекомендуется принимать обобщенными (для уменьшения их числа) так, чтобы каждый из них включал несколько первичных параметров.

Недостатки, присущие способам оценки систем связи с помощью подобных обобщенных параметров, рассмотрены в § 4.2 и полностью справедливы по отношению к рассматриваемому критерию. Правда, следует отметить, что применение таких обобщенных параметров вовсе не обязательно, так что рассмотренный недостаток не является принципиально присущим данному критерию.

Другой недостаток рассматриваемого критерия связан со способом определения значений  $\alpha_{n \text{ мин}}$  и  $\alpha_{n \text{ макс}}$ . Способ этот состоит в следующем. Выписываются значения  $\alpha_n$  для всех сравниваемых систем, а затем из них выбираются максимальные (или минимальные), которые и принимаются в качестве  $\alpha_{n \text{ макс}}$  (или  $\alpha_{n \text{ мин}}$ ),  $n = 1, M$ . Значение  $\gamma$  зависит, естественно, от значений  $\alpha_{n \text{ мин}}$  и  $\alpha_{n \text{ макс}}$ . Но если к ранее сопоставляющимся системам добавить новые, то может оказаться, что некоторые из значений  $\alpha_{n \text{ мин}}$  или  $\alpha_{n \text{ макс}}$  изменятся. А это означает, что изменяется и коэффициенты  $\gamma$ . Таким



образом, значение оценочного параметра  $\gamma$  оказывается условным и справедливым только для рассматриваемой совокупности систем. Конечно, можно было бы условиться выбрать значения  $\alpha_n$  мин и  $\alpha_n$  макс фиксированными. Но в этом случае оценка по параметру  $\gamma$  стала бы менее объективной, поскольку значение  $\gamma$  зависело бы от выбранных произвольно значений  $\alpha_n$  мин и  $\alpha_n$  макс.

Одним из требований, предъявляемых к критерию оценки (см. § 4.2), является возможность синтеза оптимальной системы. В [40] этот аспект вопроса не рассматривается и дело ограничивается применением критерия для анализа и оценки систем с известными параметрами. В принципе, однако, данный критерий пригоден для синтеза оптимальной системы, если выразить параметры  $\alpha_n$  через внутренние параметры системы, а значения  $\alpha_n$  мин и  $\alpha_n$  макс фиксировать.

Таким образом, основное возражение против критерия  $\gamma$  состоит в том, что хотя формально оценка по этому критерию однозначна, фактически эта однозначность кажущаяся, поскольку одно и то же значение  $\gamma$  может быть получено при различных сочетаниях параметров  $\alpha_n$ .

В работе [95] предлагается критерий, формулирующийся так: «из всех систем связи, каждая из которых имеет положительные и отрицательные качества, оптимальной считается та, которая лучше всего удовлетворяет заданным требованиям». Для формальной записи этого критерия все параметры системы разбиваются на два класса: а) усиливающие положительные качества системы (положительные параметры); б) усиливающие отрицательные качества системы (отрицательные параметры). К положительным относятся такие параметры, как скорость передачи информации, вероятность правильного приема, надежность и т. д., а к отрицательным — сложность системы, ее стоимость и т. д. Оценочный параметр записывается следующим образом:

$$F_o = \frac{\sum_{i=1}^{k_1} a_i x_i \eta_i^{-1}}{\sum_{j=2}^{k_2} b_j y_j \xi_j^{-1}}, \quad (4.75)$$

где  $x_i$  —  $i$ -й положительный параметр;  $y_j$  —  $j$ -й отрицательный параметр;  $k_1, k_2$  — соответственно количество учитываемых положительных и отрицательных параметров;  $\eta_i, \xi_j$  — соответственно единицы измерения  $i$ -го положительного и  $j$ -го отрицательного параметров;  $a_i, b_j$  — соответственно весовые коэффициенты при  $i$ -м положительном и  $j$ -м отрицательном параметрах.

Предлагается весовые коэффициенты нормировать, т. е. положить

$$\sum_{i=1}^{k_1} \sum_{j=1}^{k_2} (a_i \eta_i^{-1} + b_j \xi_j^{-1}) = \text{const}, \quad (4.76)$$

а поскольку эта двойная сумма может быть приравнена любому числу, то удобно принять ее равной единице.

Если устранить допущенные в [95] ошибки, основная из которых состоит в том, что при принятом определении величин  $\eta_i$  и  $\xi_j$  абсолютное значение произведений  $x_i \eta_i^{-1}$  и  $y_j \xi_j^{-1}$  зависит от принятых размерностей  $x_i$  и  $y_j$  и, следовательно, от них же зависит и значение оценочного параметра  $F_0$ , то легко прийти к выводу, что данный критерий аналогичен критерию, предложенному в [40]. В самом деле, если вместо  $\eta_i^{-1}$  и  $\xi_j^{-1}$  ввести соответственно величины  $x_{i\text{макс}}^{-1} = \text{const}$  и  $y_{j\text{мин}}^{-1} = \text{const}$ , то произведения  $x_i x'_{i\text{макс}}$  и  $y_j y'_{j\text{мин}}$  есть не что иное, как введенные в [40] коэффициенты успеха. Если также исключить из выражения (4.76) члены  $\eta_i^{-1}$  и  $\xi_j^{-1}$ , поскольку они попали туда ошибочно, и положить правую часть (4.76) равной единице, то весовые коэффициенты  $a_i$  и  $b_j$  в (4.75) будут полностью аналогичными весовым коэффициентам  $\beta_n$  из [40]. Следовательно, выражения под знаком суммы в критериях  $\gamma$  и  $F_0$  одинаковы и разница между ними состоит лишь в том, что в критерии  $\gamma$  суммируются все взвешенные коэффициенты успеха, а в критерии  $F_0$  определяется отношение взвешенных сумм коэффициентов успеха для положительных и отрицательных параметров. Коль скоро критерии  $\gamma$  и  $F_0$ , по существу, идентичны, то и все недостатки, высказанные выше по отношению к критерию  $\gamma$ , распространяются и на критерий  $F_0$ .

Между прочим, пример сопоставления критериев  $\gamma$  и  $F_0$  показывает, что на одной и той же основе можно построить критерии, равнозначные по существу, но приводящие к различным количественным значениям оценочных параметров. Легко показать, что на этой же основе можно ввести еще сколь угодно много других оценочных параметров, например, определив их как разницу между взвешенными суммами положительных и отрицательных параметров или отношение этой разницы к общей взвешенной сумме всех параметров и т. д.

Подводя итог краткому обзору работ, в которых при формировании критериев оценки систем связи используется системный подход, следует отметить, что уже сам факт появления таких работ свидетельствует о том, что идея оценки на основе системного подхода пробивает себе дорогу. Трудно переоценить значение этого фактора, поскольку оценки на основе критериев, рассмотренных в § 4.1, прочно укоренились и преодолеть этот психологический барьер можно только общими усилиями многих специалистов. То обстоятельство, что в этих работах имеются и некоторые недостатки, несколько не умаляет их принципиального значения.

Отдельно рассмотрим работу [30], посвященную проблемам оптимизации радиосистем. Заметим сразу же, что развиваемые в [30] общие идеи оптимизации применимы к системам любого вида.

Наибольший интерес в данном случае представляет та часть работы [30], в которой рассматриваются общие вопросы оптимизации систем. Система характеризуется «показателями качества», к

числу которых относятся надежность выполнения системой ее основной задачи, стоимость системы, время ее разработки и освоения, объем, вес и т. д. Качество системы характеризуется совокупностью всех существенных показателей качества и выражается математически как

$$\vec{K} = (k_1, \dots, k_m),$$

где  $k_i$ ,  $i = \overline{1, m}$  —  $i$ -й показатель качества;  $m$  — общее количество учитываемых показателей качества.

Если привести все  $k_i$ ,  $i = \overline{1, m}$  к такому стандартному виду, чтобы уменьшение  $k_i$  соответствовало улучшению системы, то лучшей (оптимальной) будет система с минимальными значениями всех  $k_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Поскольку, однако, в общем случае найти такую систему не удастся, то необходимо ввести некий «критерий предпочтения», в соответствии с которым можно было бы однозначно выбирать вектор  $\vec{K}$ . В качестве такого критерия в [30] вводится «результатирующий показатель качества»  $K_{\text{рез}} = f(k_1, \dots, k_m)$ , где  $f(k_1, \dots, k_m)$  — некоторая функция аргументов  $k_1, \dots, k_m$ . Оптимальная система соответствует  $\min K_{\text{рез}}$ .

Во многих случаях обоснованное введение функции  $f(k_1, \dots, k_m)$  наталкивается на серьезные трудности. В таких случаях в [30] рекомендуется использовать «безусловный критерий предпочтения». Его сущность состоит в том, что если для двух векторов  $\vec{K}' = (k_1, \dots, k'_m)$  и  $\vec{K} = (k_1, \dots, k_m)$  выполняются условия

$$\left. \begin{aligned} k'_i &< k_i, \quad i \in \{1, \dots, m\} \\ k'_j &\leq k_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad j \neq i \end{aligned} \right\} \quad (4.77)$$

то лучшей будет система, соответствующая вектору  $\vec{K}'$ .

Естественно, что в общем случае возможно существование нескольких систем, удовлетворяющих данному критерию. Для выбора одной из них необходимо ввести «условный критерий предпочтения», сообразуясь с особенностями системы, условиями ее работы, назначением и т. д.

С учетом изложенного задача оптимизации формулируется следующим образом. Составляется система функциональных уравнений вида

$$k_i = F_i(x_1, \dots, x_n), \quad i = \overline{1, m},$$

где  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  — варьируемые параметры системы, а также система ограничений вида

$$\Phi_i(x_1, \dots, x_n) \leq a_i, \quad i = \overline{1, m},$$

где  $a_i = \text{const}$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Требуется найти такое сочетание варьируемых параметров системы  $(x_1, \dots, x_n)$ , при которых обеспечивается

наилучшее (в смысле выбранных критериев предпочтения) сочетание показателей качества  $(k_1, \dots, k_m)$ .

Сопоставим рассмотренный метод оптимизации с изложенным в § 4.3. Прежде всего, заметим, что совокупность показателей качества  $(k_1, \dots, k_m)$  в [30] соответствует совокупности внешних параметров и цены системы в настоящей работе, а варьируемые параметры — внутренним параметрам системы. Тогда оптимизация по критерию цены соответствует частному случаю оптимизации по критерию (4.77), если положить, что  $k_i$  — цена системы, а все  $k_j$ ,  $j=1, m$ ,  $j \neq i$  — внешние целевые параметры и  $k'_j = k_j$ ,  $j=1, m$ ,  $j \neq i$ . Если же считать, что  $k_i$  — главный целевой параметр (и по-прежнему  $k'_j = k_j$ ,  $j=1, m$ ,  $j \neq i$ , причем один из параметров  $k_j$  — цена системы), то это соответствует оптимизации по критерию эффективности. Таким образом, введенные в настоящей работе критерии цены и эффективности можно рассматривать как частные случаи общего метода оптимизации, развиваемого в [30]. Однако есть основания считать, что именно этот частный случай является наиболее пригодным для практического применения, поскольку обоснованное введение «критериев предпочтения» (условного и безусловного), требуемое для реализации общего метода, вряд ли возможно.

#### 4.6. ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИ ТЕХНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ СПДИ

Применение критериев цены и эффективности для оценки конкретных систем возможно лишь в том случае, если известны значения весовых коэффициентов при технических параметрах<sup>1)</sup>. В настоящем параграфе рассматриваются различные аспекты вопроса об их определении.

В общем случае весовые коэффициенты являются некоторыми функциями:

$$\alpha_i = \alpha_i(\varphi_{1i}, \dots, \varphi_{qi}, t), \quad i = \overline{1, M}, \quad (4.78)$$

где  $M$  — количество учитываемых технических параметров;  $t$  — время;  $\varphi_{ji}$  —  $j$ -й аргумент функции  $\alpha_i$ , пока неопределенный.

Определение функции  $\alpha_i$  в явном виде относится к области экономической теории, поскольку весовые коэффициенты по своему смыслу есть не что иное, как стоимость (цена) единицы товара, каковым в данном случае являются ресурсы (технические параметры). Подробное рассмотрение экономических методов определения цены единицы товара (удельной цены) выходит далеко за рамки настоящей работы. Здесь ставится более скромная задача — выяснить принципиальную возможность определения функций  $\alpha_i$ , их характер и наметить основы методики расчета.

<sup>1)</sup> При оценке по критерию эффективности в некоторых случаях можно избежать необходимости определения весовых коэффициентов, как об этом говорилось в § 4.4.

Прежде всего, из того, что  $a_i$  есть удельная цена товара, следует важный вывод о *принципиальной возможности определения  $a_i$* . В самом деле, функционирование современного народного хозяйства было бы немыслимым без определения цен на любые товары. Другое дело, что методы определения цен могут быть несовершенными или данные, необходимые для количественного определения цены на конкретный товар, — недостаточно полными. Это приводит к тому, что цена товара в той или иной мере субъективна и неточна. Но коль скоро для всех товаров цена устанавливается, то она может быть установлена и для технических параметров оцениваемой системы.

Переходя к выяснению характера функций  $a_i$ , определяемых (4.78), отметим, прежде всего, зависимость удельной стоимости товара от масштабов его производства. Применительно к системам связи это означает, что, например, стоимость единицы полосы частот ЛС при прочих равных условиях тем меньше, чем шире общая полоса пропускания ЛС. Наличие такой зависимости подтверждается приведенными в [181] данными, полученными в результате анализа большого количества реальных многоканальных ЛС. Количественно эта зависимость имеет вид

$$x = 12,88y^{-0,67} \left[ \frac{\text{долл.}}{\text{кГц} \cdot \text{миля} \cdot \text{мес}} \right], \quad (4.79)$$

где  $y$  — общая ширина полосы пропускания ЛС, кГц;  $x$  — стоимость (в долларах) полосы шириной 1 кГц, отнесенная к длине ЛС, равной 1 миле, за 1 месяц.

Подобная тенденция подтверждается также данными [50, 186].

Другим примером указанной зависимости является удельная цена электроэнергии, в чем легко убедиться, сравнив ее для случаев питания от государственной энергосети и от автономных энергоустановок, особенно размещенных на подвижных объектах (автомобилях, судах, самолетах, ракетах и т. д.).

Зависимость удельной стоимости от времени вытекает из того, что по мере освоения производства улучшается технология, организация и т. д. Приведенные в [186] данные показывают, что за 5 лет (с 1961 г. по 1966 г.) стоимость различных типов ЛС уменьшилась примерно на 40%.

Удельная стоимость товара вообще зависит и от того, какими «порциями» он потребляется. Это может быть выражено в виде функциональной зависимости

$$a_i = a_i(x_i), \quad (4.80)$$

где  $x_i$  —  $i$ -й технический параметр.

В справедливости (4.80) применительно к системам связи можно убедиться на примере удельной цены полосы частот. Если общую полосу ЛС  $\Delta f_{\text{ЛС}}$  разделить на каналы шириной  $\Delta f_{\text{к}} = \Delta f_{\Sigma}$ , где  $\Delta f_{\Sigma}$  — занимаемая СПДИ полоса частот, то потребуется  $k = \Delta f_{\text{ЛС}} / \Delta f_{\Sigma}$  канальных фильтров (и прочего канального оборудо-

вания). Ясно, что чем больше  $\Delta f_{\Sigma}$  при  $\Delta f_{\text{ЛС}} = \text{const}$ , тем меньше будет  $k$  и тем дешевле — стоимость единицы полосы.

Зависимости вида (4.80) характерны и для других технических параметров. В [78] зависимость вида (4.80) применительно к случаю, когда под  $X_i$  понимается мощность передатчика, аппроксимируется выражением

$$\alpha_i = aX_i^b, \quad (4.81)$$

где  $a$  и  $b$  — коэффициенты, зависящие от особенностей передатчика, диапазона частот и т. д. По-видимому, функция вида (4.81) является подходящей аппроксимацией для отображения функциональной зависимости (4.78) применительно к любым техническим параметрам. Коэффициенты  $a$  и  $b$ , естественно, зависят от всех перечисленных выше факторов. Таким образом, вся сложность определения  $\alpha_i$  сводится к сложности определения коэффициентов  $a$  и  $b$ . Обычно эти коэффициенты определяются на основании экономического анализа реализованных систем или их проектов. Если указанные коэффициенты определены, то тем самым определена весовая функция  $\alpha_i$ , и вопрос, таким образом, исчерпан.

Рассмотрим возможности практического определения весовых функций  $\alpha_i$ . Пусть СПДИ занимает один канал в многоканальной системе ( $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\text{к}}$ ), общее число каналов равно  $k$ , и на входе канального приемника поддерживается значение  $h^2$ . Многоканальная система представляет собой сложное техническое сооружение, требующее затрат на разработку, изготовление, монтаж, наладку, обслуживание, ремонт и т. д. Следуя [44], будем называть эти затраты совокупными экономическими затратами ( $\mathcal{E}$ ). Обычно  $\mathcal{E}$  определяется выражением вида <sup>1)</sup>

$$\mathcal{E} = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i, \quad (4.82)$$

где  $\mathcal{E}_i$  —  $i$ -я составляющая  $\mathcal{E}$ ;  $n$  — количество составляющих  $\mathcal{E}$ .

Для наших целей совокупные экономические затраты следует представить в форме

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_H + \mathcal{E}_F, \quad (4.83)$$

где  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$  — составляющие  $\mathcal{E}$ , обеспечивающие получение в каждом из  $k$  каналов значений соответственно  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ .

Каждая из составляющих  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$  равномерно распределяется на  $k$  каналов, так что совокупные экономические затраты, отнесенные к одному каналу, которые есть не что иное, как цена ( $C$ ) СПДИ, будут равны

$$C = \frac{\mathcal{E}}{k} = \frac{\mathcal{E}_H}{k} + \frac{\mathcal{E}_F}{k} = C_H + C_F. \quad (4.84)$$

<sup>1)</sup> Представление о составляющих  $\mathcal{E}$  можно почерпнуть, например, из [44, 148, 186], где также имеется библиография по этому вопросу. Для практических расчетов следует обратиться к специальной ведомственной литературе (техническим проектам, нормативным документам и т. д.).

Если разбиение  $\mathcal{C}$  на  $\mathcal{C}_H$  и  $\mathcal{C}_F$  произведено, то

$$\alpha_H = \frac{U_H}{h^2}; \quad \alpha_F = \frac{U_F}{\Delta f_\Sigma}, \quad (4.85)$$

Из (4.84) и (4.85) также можно определить, что

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \frac{\mathcal{E}_H}{\mathcal{E}_F} \frac{\Delta f_\Sigma}{h^2}. \quad (4.86)$$

Если произвести преобразование вида

$$h^2 = \frac{P_c}{v_0^2} = \frac{P_c}{v_0^2} \frac{\Delta f_\Sigma}{\Delta f_\Sigma} = H_k^2 \Delta f_\Sigma, \quad (4.87)$$

где  $H_k^2 = \frac{P_c}{v_0^2 \Delta f_\Sigma}$  — отношение мощностей сигнала и помехи в полосе  $\Delta f_\Sigma = \Delta f_k$  (на входе приемника), то вместо (4.86) получим

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \frac{\mathcal{E}_H}{\mathcal{E}_F} \frac{1}{H_k^2}. \quad (4.88)$$

Величина  $H_k^2$  при расчете системы связи обычно задается, а для действующих систем является известной. Поэтому из (4.88) следует, что значение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  при  $H_k^2 = \text{const}$  пропорционально отношению  $\mathcal{E}_H/\mathcal{E}_F$ .

Для разбиения  $\mathcal{E}$  на составляющие  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$  следует рассмотреть каждую  $i$ -ю составляющую из (4.82) и отнести ее к  $\mathcal{E}_H$  или  $\mathcal{E}_F$ . В некоторых случаях, возможно, потребуется разделение  $i$ -й составляющей на  $\mathcal{E}_{Hi}$  и  $\mathcal{E}_{Fi}$  так, чтобы  $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{Hi} + \mathcal{E}_{Fi}$ . Универсальным способом установления принадлежности  $\mathcal{E}_i$  или ее составляющих к  $\mathcal{E}_H$  или  $\mathcal{E}_F$  является их определение соответственно при  $\Delta f_\Sigma = 0$  или  $h^2 = 0$ .

Поясним сказанное примерами. Пусть рассматриваемая многоканальная ЛС является кабельной, а рассматриваемая составляющая  $\mathcal{E}_i$  определяет расходы на сооружение, питание электроэнергией и ремонт необслуживаемых усилительных пунктов (НУП). Назначение НУП состоит в поддержании требуемого значения  $h^2$ . Если положить  $h^2 = 0$ , то НУП оказываются вообще ненужными. Следовательно, эта составляющая расходов принадлежит  $\mathcal{E}_H$ . Точно так же можно установить, что расходы на приобретение и прокладку кабеля следует отнести к составляющей  $\mathcal{E}_F$ .

Таким образом, произведя разбиение  $\mathcal{E}$  на составляющие  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$ , по (4.85) с учетом (4.84) вычислим  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ . Полученные значения  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  есть не что иное, как значения соответствующих весовых функций при фиксированных значениях технических параметров  $h^2$  и  $\Delta f_\Sigma$ . Если принять аппроксимацию весовых функций в ви-

де (4.81), то это означает, что определены значения  $\alpha_i$  при  $x_i = \text{const}$ . Поскольку в (4.81) имеется два неизвестных коэффициента, то для их определения требуется еще одно уравнение, т. е. необходимо определить  $\alpha_i$  при другом значении  $x_i$ . Это можно сделать следующим образом. Предположим, что новое значение  $h^2$  должно быть больше старого в 1,5 раза. Тогда можно рассчитать насколько увеличится составляющая расходов  $\mathcal{E}_H$ . Например, она увеличится за счет увеличения числа НУП. Точно так же можно рассчитать новое значение  $\alpha_F$ , задавшись новым значением  $\Delta f_{\Sigma}$ . Полученные, таким образом, два уравнения вида

$$\left. \begin{aligned} a x_{i1}^b &= \alpha_{i1} \\ a x_{i2}^b &= \alpha_{i2} \end{aligned} \right\} \quad (4.89)$$

разрешаются относительно коэффициентов  $a$  и  $b$ . Практически целесообразно составить таких уравнений больше, чем два, поскольку это позволит усреднить неизбежные неточности при определении составляющих  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$ .

Конечно, при практическом применении этой методики могут встретиться различные затруднения. Например, такую составляющую, как расходы на проектирование многоканальной ЛС, трудно разделить на составляющие  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$ . Однако совершенно очевидно, что с той или иной степенью точности это можно сделать. Может также оказаться, что для расчета весовых функций не хватает некоторых экономических данных, например, расходы на ремонт кабеля и НУП не дифференцированы. В этих случаях нужно либо получить необходимые данные из первичных документов, либо воспользоваться данными для аналогичных систем. Во всяком случае все подобные затруднения носят технический характер и могут быть преодолены.

Расчет составляющих  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$  можно ввести в качестве обязательного при составлении калькуляции расходов, т. е. помимо определения общей стоимости одного канало-километра в час вычислять также составляющие  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$  на канало-километр в час.

Существенным является также вопрос о требуемой точности разбиения  $\mathcal{E}$  на  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$ . Очевидно, что чем больше по абсолютной величине составляющая  $\mathcal{E}_i$ , тем больший вес будет иметь относительная неточность, допущенная при ее определении. В связи с этим отметим, что наиболее существенные составляющие  $\mathcal{E}$  вычисляются и идентифицируются по признаку принадлежности к  $\mathcal{E}_H$  или  $\mathcal{E}_F$  сравнительно легко. Например, по данным [172] капитальные затраты и годовые эксплуатационные расходы на многоканальные системы К-60П и К-300, составляющие в сумме основную часть всех расходов, легко разделяются на  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$ , поскольку первые относятся к расходам на строительство и эксплуатацию НУП и ОУП (обслуживаемых усилительных пунктов), а вторые — линейных сооружений. Каждую из этих составляющих можно, в свою очередь, разделить на две. Действительно, затраты на НУП зави-



сят от значения  $\Delta f_{\text{ЛС}} = (1 + \varepsilon_k) k \Delta f_{\Sigma}$ , где  $\Delta f_{\text{ЛС}}$  — общая полоса пропускания группового тракта многоканальной ЛС, а  $\varepsilon_k = \Delta f_{\text{з}} / \Delta f_{\text{к}}$  — отношение ширины защитного промежутка между соседними каналами ( $\Delta f_{\text{з}}$ ) к  $\Delta f_{\text{к}} = \Delta f_{\Sigma}$ . Полагая  $\Delta f_{\text{ЛС}} \rightarrow 0$  (практически полагая  $\Delta f_{\text{ЛС}}$  во много раз меньшим, чем ее истинное значение), можно рассчитать затраты на НУП для этого случая. Разницу же между затратами при истинном значении  $\Delta f_{\text{ЛС}}$  и  $\Delta f_{\text{ЛС}} \rightarrow 0$  следует отнести к составляющей  $\mathcal{E}_F$ . Аналогично можно выделить из затрат на линейные сооружения составляющую, относящуюся к  $\mathcal{E}_H$ , положив  $h^2 \rightarrow 0$ . В этом случае снижения расходов можно было бы добиться за счет выбора более дешевого кабеля с менее качественной изоляцией и т. д.

Для суждения о допустимой неточности в определении значений  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  следует изучить их влияние на величину оценочного параметра. Рассмотрение с этой точки зрения результатов, полученных в гл. 6, показывает, что ошибка при определении  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  в 2—5 раз в

большинстве случаев допустима.

Зависимость  $\alpha_i$  от  $x_i$ , определяемая (4.81), создает неудобства практического характера. Поскольку этот недостаток имеет место по отношению к любому товару, то в экономике принято удельную цену товара в некотором диапазоне значений  $x_i$  считать неизменной, не зависящей от  $x_i$ . В этом легко убедиться, обратившись к любому потребительскому товару, розничная цена единицы меры которого не зависит от количества покупаемого товара. Однако для больших количеств товара устанавливаются другие (оптовые) цены обычно меньше розничных. Математически это означает, что функция (4.81) аппроксимируется ступенчатой функцией, как показано на рис. 4.3.

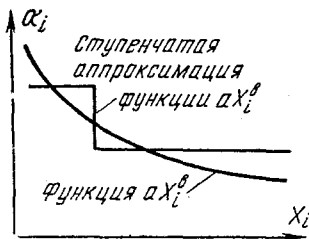


Рис. 4.3

Тогда весовые функции  $\alpha_i$  превращаются в весовые коэффициенты, неизменные в некотором диапазоне значений  $x_i$ . Учитывая, что требуемая точность определения  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  невысока, а при сравнительной оценке значения  $x_i$  в сравниваемой и эталонной СПДИ являются величинами одного порядка, аппроксимация весовых функций весовыми коэффициентами допустима, по крайней мере, в качестве первого приближения.

В качестве примера произведем расчет значений  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  для многоканальных систем К-60П и К-300 длиной 1000 км, используя приведенные в [172] данные. К составляющей  $\mathcal{E}_H$  отнесем капитальные затраты и эксплуатационные расходы на станционные сооружения (НУП и ОУП), а к составляющим  $\mathcal{E}_F$  — то же для линейных сооружений. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_H &= \mathcal{E}_{\text{кап}H} + \mathcal{E}_{\text{экспл}H} T \\ \mathcal{E}_F &= \mathcal{E}_{\text{кап}F} + \mathcal{E}_{\text{экспл}F} T \end{aligned} \right\}, \quad (4.90)$$

где  $T$  — время эксплуатации системы;  $\mathcal{E}_{\text{экспл}}$  — эксплуатационные расходы в единицу времени;  $\mathcal{E}_{\text{кап}}$  — капитальные затраты.

Принимая (условно)  $T=25$  лет и подставляя в (4.90) для системы К-60П  $\mathcal{E}_{\text{кап}H}=1647,2$  тыс. руб.,  $\mathcal{E}_{\text{экспл}H}=225,43$  тыс. руб.,  $\mathcal{E}_{\text{кап}F}=4530,0$  тыс. руб.,  $\mathcal{E}_{\text{экспл}F}=397,95$  тыс. руб., получим:  $\mathcal{E}_H=1647,2+225,43 \cdot 25=1647,2+5635,75=7282,95$  тыс. руб.;  $\mathcal{E}_F=4530,0+397,95 \cdot 25=4530,0+9948,75=14478,75$  тыс. руб.

Используя эти значения  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$ , из (4.84) получим (для системы К-60П число каналов  $k=480$ ):

$$C_H = \frac{\mathcal{E}_H}{k} = \frac{7282,95}{480} = 15,17 \text{ тыс. руб.};$$

$$C_F = \frac{\mathcal{E}_F}{k} = \frac{14478,75}{480} = 30,16 \text{ тыс. руб.}$$

Для вычисления  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  по (4.78) нужно определить значения  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ . В данном случае  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_k = 3,1$  кГц (стандартный телефонный канал). Значение  $h^2$  определим, полагая, что отношение мощностей сигнала и помехи на входе приемника СПДИ (в полосе 3,1 кГц) равно  $H^2_k = 100$ . Тогда из (4.87) получим  $h^2 = H^2_k \Delta f_{\Sigma} = 100 \cdot 3,1 = 310$  кГц. Теперь по (4.85) определим:

$$\alpha_H = \frac{C_H}{h^2} = \frac{15,17}{310} \approx 0,05 \frac{\text{тыс. руб.}}{\text{кГц}};$$

$$\alpha_F = \frac{C_F}{\Delta f_{\Sigma}} = \frac{30,16}{3,1} \approx 9,7 \frac{\text{тыс. руб.}}{\text{кГц}}.$$

Отношение весовых коэффициентов равно

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \frac{0,05}{9,7} \approx 0,005.$$

Если интерес представляют не абсолютные значения  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ , а только их отношение, то его можно вычислить по (4.88), используя полученные выше значения  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$ .

Подобные же расчеты, проведенные для системы К-300, дали следующие результаты:

$$\alpha_H \approx 0,058 \frac{\text{тыс. руб.}}{\text{кГц}}; \quad \alpha_F \approx 4,64 \frac{\text{тыс. руб.}}{\text{кГц}};$$

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \approx 0,0125.$$

Интересно отметить, что значение  $T$  весьма незначительно влияет на величину  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Так, для системы К-60П при  $T=10$  лет получим

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \approx 0,0045,$$

что лишь на 10% меньше, чем в случае  $T=25$  лет.

По-видимому, для других кабельных систем значения  $\alpha_H$ ,  $\alpha_F$  и их отношения будут величинами такого же порядка. Поэтому неравенство

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < 0,1 \quad (4.91)$$

можно считать выполняющимся для всех современных кабельных многоканальных систем.

Аналогично можно провести расчет для любых других систем связи, использующих как искусственно созданные ЛС (проводные, кабельные, волноводные и т. п.), так и ЛС, образованные естественной средой (радиолинии). Можно предположить, что при прочих равных условиях отношение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  в системах с радиолиниями будет

больше, чем в системах с искусственными ЛС. В пользу справедливости высказанного предположения говорит следующее простое рассуждение. Общая стоимость ЛС ( $\mathcal{E}$ ) различного типа должна быть соизмеримой (и это подтверждается для реальных ЛС), в противном случае более дорогие ЛС просто нет смысла сооружать (кроме, быть может, некоторых особых случаев). Если, для простоты, положить значение  $\mathcal{E}$  одинаковым для всех ЛС (равной длины, с одинаковым числом каналов и т. д.), то различные ЛС будут различаться значениями  $\mathcal{E}_H/\mathcal{E}_F$ , причем по понятным причинам значение  $\mathcal{E}_H/\mathcal{E}_F$  будет больше в радиолиниях. Но из (4.88) видно, что  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  пропорционально  $\mathcal{E}_H/\mathcal{E}_F$ , что и доказывает справедливость высказанного предположения.

Здесь, однако, следует сделать одно замечание относительно определения  $\mathcal{E}_F$  в радиолиниях. Если в случае искусственных ЛС наиболее существенная составляющая  $\mathcal{E}_F$  определялась затратами на прокладку кабеля, обеспечивающего передачу спектра заданной ширины, то в радиолиниях она вообще равна нулю, поскольку «кабелем» является естественная среда. Однако радиоспектр является естественным ресурсом, и как таковой имеет определенную стоимость. Хотя определение этой стоимости представляет сложную задачу, принципиально она разрешима. Если учесть эту стоимость радиоспектра, уменьшится. Следовательно, полученные без учета стоимости радиоспектра значения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  можно рассматривать как

верхний предел. Можно также привести следующие соображения об относительной стоимости радиоспектра: чем более загружен данный участок радиоспектра, тем выше его стоимость. Поэтому ясно, что стоимость радиоспектра данной ширины зависит как от его средней частоты, так и от географического района расположения ЛС, времени суток и т. д.

Ориентировочные расчеты, проведенные для нескольких типов многоканальных систем с радиолиниями, показали, что значения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  находятся в области, удовлетворяющей неравенству<sup>1)</sup>

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > 1. \quad (4.92)$$

В заключение рассмотрим вопрос об использовании полученных данных о значениях  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  при проектировании СПДИ. Оптимизация СПДИ по критерию цены возможна в том случае, когда возможна реализация оптимальных значений технических параметров  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ . Такой случай имеет место при проектировании новых ЛС, особенно автономных, предназначенных для использования только в данной СПДИ. Однако во многих случаях СПДИ проектируются и реализуются на основе использования уже существующих ЛС, в частности, многоканальных систем связи. Как известно, спектр частот таких систем делится на отрезки фиксированной ширины (каналы)  $\Delta f_k$ , которые и предоставляются для использования потребителям. Арендная плата за канало-километр в час исчисляется из величины  $\Delta f_k$  и не зависит от того, насколько эффективно потребитель использует эту полосу. Это означает, что потребитель не может уменьшить составляющую расходов  $C_F$ , если оказалось, что  $\Delta f_{\Sigma \text{ опт}} < \Delta f_k$  кроме, конечно, тех случаев, когда полоса, равная  $\Delta f_k - \Delta f_{\Sigma \text{ опт}}$ , может быть использована в другой системе связи, принадлежащей данному потребителю, или он (потребитель) может продать эту часть полосы другому потребителю. В большинстве случаев использование разности  $\Delta f_k - \Delta f_{\Sigma \text{ опт}}$  оказывается невозможным или невыгодным по ряду соображений, так что перед потребителем встает дилемма: либо оставить  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma \text{ опт}} < \Delta f_k$  либо положить с самого начала (ввести в исходную модель), что  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_k$ . Ясно, что второе решение более рационально, поскольку за неиспользованную часть канала все равно нужно платить, а расширение полосы частот канала всегда полезно для улучшения информационных параметров СПДИ.

Аналогичные рассуждения справедливы и по отношению к величине  $h^2$ , поскольку арендная плата за канало-километр в час исчисляется не только с учетом затрат на создание  $\Delta f_k$ , но и на создание  $h^2$ . Если получилось  $h^2_{\text{ опт}} < h^2_k$ , то уменьшить составляющую расходов  $C_H$  невозможно, так как невозможно уменьшить количество НУП (в общем случае — ретрансляторов), потребление ими электроэнергии и т. д. В этих условиях также целесообразно принять  $h^2 = h^2_k$ .

<sup>1)</sup> Следует подчеркнуть, что эти расчеты проведены на основе весьма отрывочных, а иногда несовпадающих данных, причем часто эти данные трудно было дифференцировать на составляющие, относящиеся к  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ . Тем не менее есть основания полагать, что неравенство (4.92) останется в силе и при более точных расчетах.

Но если принять  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\kappa}$  и  $h^2 = h_{\kappa}^2$ , то цена системы, равная  $C = \alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma}$ , также оказывается фиксированной и равной  $C = C_{\kappa} = \alpha_H h_{\kappa}^2 + \alpha_F \Delta f_{\kappa}$ . В этом случае оценка по критерию цены вообще теряет смысл и рациональным становится критерий эффективности. Более того, поскольку фиксирована не только цена, но и обе ее составляющие, то оценка может быть проведена вообще без вычисления весовых коэффициентов  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ . Другими словами, при оценке СПДИ, работающих по каналам современных многоканальных систем, во многих случаях рациональной оказывается оценка по критерию эффективности, причем в такой его модификации, когда не требуется определения весовых коэффициентов  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ .

Не следует, однако, делать поспешных выводов о нецелесообразности использования критерия цены при оценке СПДИ, работающих по многоканальным системам, во всех случаях. Во-первых, как указывалось выше, в некоторых случаях возможно использование полосы, равной  $\Delta f_{\kappa} - \Delta f_{\Sigma \text{ опт}}$ , для другой системы связи. Еще большие возможности открываются, когда требуется организовать работу многих СПДИ, так что общая требуемая полоса частот значительно больше, чем  $\Delta f_{\kappa}$ . В этом случае может оказаться целесообразным арендовать не раздельно требуемое число каналов шириной  $\Delta f_{\kappa}$  каждый, а один широкополосный канал, общая ширина полосы пропускания которого равна  $\Delta f_{\text{ш.к}} = d \Delta f_{\kappa} (1 + \epsilon_{\kappa})$ , где  $d$  — число каналов шириной  $\Delta f_{\kappa}$  в широкополосном канале. Действительно, теперь имеется возможность выбирать ширину полосы пропускания канала для каждой СПДИ равной оптимальному значению, определенному по критерию цены. Правда, значение  $h^2$  по-прежнему остается фиксированным, но все же появляется свобода вариации значением  $C$  за счет изменения составляющей  $\Delta f_{\Sigma}$ .

Еще одно соображение в пользу проектирования СПДИ по критерию цены в том случае, когда  $\Delta f_{\Sigma \text{ опт}} < \Delta f_{\kappa}$  или  $h_{\text{опт}}^2 < h_{\kappa}^2$ , состоит в следующем. Как известно, в многоканальных системах имеются переходные помехи, причем их уровень растет с увеличением  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ . Следовательно, уменьшение значений  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$  приведет к улучшению показателей работы систем связи, работающих по другим каналам рассматриваемой многоканальной системы. Кроме того, уменьшение  $\Delta f_{\Sigma}$  благотворно скажется на уровне переходных помех от других каналов в данную СПДИ.

Общие выводы состоят в следующем:

1. Определение весовых коэффициентов (точнее, весовых функций)  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  принципиально возможно.

2. Идея практического способа определения значений  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  сводится к разбиению всех совокупных экономических затрат ( $\mathcal{E}$ ) на составляющие  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$ . Методика такого разбиения может быть разработана на основе рассмотренных выше примеров.

3. Требуемая точность определения значений  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  невысока, так что в большинстве случаев ошибка в определении  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  в 2—5 раз допустима.

4. Учитывая особенности современных многоканальных систем связи, а также отсутствие в настоящее время достоверных данных о значениях  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ , можно рекомендовать вести оценку СПДИ, работающих по каналам этих систем, по критерию эффективности в той его модификации, когда фиксированы значения обеих составляющих цены (т. е.  $h^2 = h_k^2$  и  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_k$ ). В этом случае не требуется определения значений  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ .

5. Определение значений весовых коэффициентов  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  является актуальной задачей, поскольку критерий цены предпочтителен не только для всех проектируемых ЛС, но, с учетом сделанных выше разъяснений, также и для существующих.

Последнее не противоречит рекомендациям п. 4 по той причине, что для определения величины  $\Delta f_k - \Delta f_{\Sigma \text{ опт}}$  и возможностей ее использования требуется знание величины  $\Delta f_{\Sigma \text{ опт}}$ , которая определяется по критерию цены при наличии данных о значениях  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$ .

6. После разработки подробной методики разбиения  $\mathcal{E}$  на составляющие  $\mathcal{E}_H$  и  $\mathcal{E}_F$  определение весовых коэффициентов  $\alpha_H$  и  $\alpha_F$  (отнесенных к одному канало-километру в час) можно было бы узаконить наравне с определением тарифной стоимости канало-километра в час.

**Влияние АЧХ и  
ФЧХ канала связи  
на помехоустойчивость  
СПДИ**

---

**5.1. ВВЕДЕНИЕ**

Помехоустойчивость СПДИ при прочих равных условиях зависит от АЧХ и ФЧХ КС, поскольку они определяют искажения сигналов в КС. Однако вычисление помехоустойчивости ( $P_{сб.е.и}$ ,  $P_{сб.э.с}$ ) с учетом искажений существенно сложнее, чем без их учета<sup>1)</sup>. Поэтому большинство выражений для  $P_{сб.э.с}$  получено в предположении отсутствия искажений в КС.

Отсутствие искажений возможно в том единственном случае, когда АЧХ и ФЧХ КС совпадают с АЧХ и ФЧХ ИФ, определяемого (2.1). Практически это невыполнимо и реальные канальные фильтры являются полосовыми, как об этом говорилось в § 2.2. Правда, если АЧХ и ФЧХ КС достаточно близки к АЧХ и ФЧХ ИФ на ограниченном частотном интервале  $\Delta f_k$ , включающем и существенно превышающем эффективную полосу частот СПДИ ( $\Delta f_{эс}$ ), т. е. если  $\Delta f_k \gg \Delta f_{эс}$ , то искажения будут малыми и ими можно пренебречь.

Однако выполнение условия малости искажений не всегда возможно и (или) целесообразно. Тривиальным примером является случай, когда  $\Delta f_k$  и  $\Delta f_{эс}$  наперед заданы и условие  $\Delta f_k \gg \Delta f_{эс}$  не выполняется. Невыполнение условия  $\Delta f_k \gg \Delta f_{эс}$  может оказаться целесообразным также для оптимальной СПДИ при высокой стоимости единицы полосы частот КС. В этих случаях использование выражений для  $P_{сб.э.с}$ , полученных в предположении отсутствия искажений, может привести к заметным ошибкам, а иногда и к принципиально неправильным выводам.

В настоящей главе рассматриваются некоторые вопросы, связанные с определением  $P_{сб.э.с}$  при учете искажений сигнала в КС.

Вычисления  $P_{сб.э.с}$  и  $P_{сб.е.и}$  производились на ЭВМ

---

<sup>1)</sup> Это отнюдь не означает, что вычисление помехоустойчивости в предположении неискажающего канала является простой задачей. В большинстве случаев она также достаточно сложна, так что часто приходится довольствоваться приближенными решениями или оценками.

«Минск-22»<sup>1)</sup>, а результаты представлены в виде графиков  $P_{сб.е.и} = f(H)$  при  $K_{п} = \text{const}$  для  $m = 2, 3, 4, 6, 8$  (рис. 5.10—5.14).

Аналитическое решение задачи об оптимизации СПДИ (по выбранному критерию) требует, чтобы уравнения, входящие в математическую модель критерия, имели надлежащий аналитический вид. Например, при оптимизации по критерию цены уравнение для  $P_{сб.е.и}$  (и, следовательно, также для  $P_{сб.э.с}$ ) должно иметь такой вид, чтобы из него можно было выделить технический параметр  $h^2$ . Однако во многих случаях это сделать невозможно и поэтому возникает задача аппроксимации выражений для  $P_{сб.э.с}$  подходящими аналитическими функциями.

Настоящая глава является дальнейшим развитием методики вычисления помехоустойчивости с учетом искажений сигнала в КС, изложенной в работах [105—107, 136, 142].

## 5.2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЛИЯНИЯ АЧХ И ФЧХ КАНАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ НА ИСКАЖЕНИЯ СИГНАЛА

Классическим методом определения сигнала на выходе линейного фильтра, заданного АЧХ и ФЧХ, является метод интеграла Фурье (спектральный метод). Согласно этому методу выражение для сигнала на выходе линейного фильтра, учитывая четность модулей комплексных коэффициента передачи фильтра и спектра сигнала на входе фильтра, можно привести к виду

$$y_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |S_c(i\omega) K(i\omega)| \cos[\omega t + \varphi_c(\omega) + \varphi(\omega)] d\omega, \quad (5.1)$$

где  $|S_c(i\omega)|$ ,  $\varphi_c(\omega)$  — соответственно модуль и аргумент комплексного спектра сигнала  $y_{\text{вх}}(t)$  на входе фильтра;  $|K(i\omega)|$ ,  $\varphi(\omega)$  — соответственно АЧХ и ФЧХ фильтра (модуль и аргумент комплексного коэффициента передачи фильтра).

В свою очередь, комплексный спектр сигнала на входе фильтра определяется из выражения

$$S_c(i\omega) = \int_0^{\infty} y_{\text{вх}}(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (5.2)$$

Выражения (5.1) и (5.2) полностью характеризуют влияние АЧХ и ФЧХ канальных фильтров на искажения сигналов. Однако их практическое применение наталкивается на столь большие трудности вычислительного характера, что точное решение задачи часто становится фактически невозможным. Более того, если даже преодолеть эти трудности и получить точное решение, то оно может оказаться настолько громоздким, что его анализ и (или) использование для дальнейших исследований также оказываются чрезвычайно сложными.

<sup>1)</sup> Программы на языке «ФОРТРАН» и сами вычисления выполнены В. М. Чуприным.



Метод интеграла Фурье применим только к таким входным сигналам  $y_{\text{вх}}(t)$ , которые удовлетворяют условию абсолютной интегрируемости. Обобщением метода интеграла Фурье на случай функций, не удовлетворяющих указанному условию, является метод преобразования Лапласа (операционный метод). Хотя используемые в технике связи сигналы удовлетворяют условию абсолютной интегрируемости и метод интеграла Фурье к ним поэтому применим, широко распространен также операционный метод, имеющий ряд преимуществ, в том числе вычислительного характера.

Кроме спектрального, существует также временной метод (метод интеграла Дюамеля). Сигнал на выходе линейного фильтра в этом случае определяется выражением

$$y_{\text{вых}}(t) = \int_0^t y_{\text{вх}}(x) g(t-x) dx, \quad (5.3)$$

где  $g(t)$  — импульсная реакция фильтра (отклик на единичный импульс).

Между спектральными и временными характеристиками имеет-ся однозначная связь, выражающаяся парой преобразований Фурье:

$$\left. \begin{aligned} g(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ K(i\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt \end{aligned} \right\}. \quad (5.4)$$

Вообще, КС может быть задан как спектральными, так и временными характеристиками. В силу ряда причин преимущественное распространение получили спектральные характеристики (АЧХ и ФЧХ). В частности, нормы на временные каналы дальней связи заданы именно в терминах АЧХ и ФЧХ<sup>1)</sup>. В последнее время начинают использоваться и временные характеристики.

Вследствие сложности получения точных решений в теории линейных цепей разрабатываются методы приближенных решений. Из числа недавно опубликованных работ, где содержится обзор и анализ некоторых из приближенных методов, а также обширная библиография по этому вопросу, укажем [4, 45]. Приближенные методы во многих случаях обеспечивают приемлемую точность. Однако нередки случаи, когда точность может оказаться неудовлетворительной. Сюда относятся, прежде всего, случаи, когда существенное значение имеет фаза выходного сигнала, например, СПДИ с ФМ или ОФМ. Как будет видно из дальнейшего, точность определения фазы выходного сигнала важна также при вычисле-

<sup>1)</sup> Точнее, вместо ФЧХ нормируется параметр, называемый групповым временем распространения ( $t_{\text{гр}}$ ) и связанный с ФЧХ зависимостью  $t_{\text{гр}} = \left| \frac{d}{d\omega} \Phi(\omega) \right|$ .

нии помехоустойчивости с учетом искажений сигнала в КС, поскольку в этом случае на каждом тактовом интервале действует суперпозиция колебаний, суммарное воздействие которой существенно зависит от их фаз. В связи с этим заслуживает особого внимания развиваемая в [45] методика определения сигнала на выходе линейного фильтра, позволяющая получить высокую точность определения фазы. Идея состоит в разложении спектра сигнала по ортогональным составляющим. В [45] разработана также методика решения задачи методами операционного исчисления, позволяющая заметно сократить объем вычислений.

В заключение этого краткого обзора укажем, что несмотря на наличие огромного числа работ по теории линейных цепей, вычисление сигнала на выходе линейного фильтра все же представляет достаточно сложную задачу, и поэтому поиск упрощенных методик, хотя бы для частных случаев, остается актуальным.

### 5.3. КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРИЧИН УХУДШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛА

Для выяснения причины ухудшения помехоустойчивости за счет искажений сигнала в КС обратимся к структурной схеме оптимального демодулятора, представленной на рис. 1.11. Если искажения в КС отсутствуют, то на каждом тактовом интервале длительностью  $\tau$  на вход демодулятора поступает элементарный сигнал  $i$ -й позиции,  $i \in \{m\}$ . Обработка элементарного сигнала ведется в каждом из  $m$  субканалов на протяжении всего тактового интервала, а в конце его с помощью стробирующего устройства снимаются отсчеты. Алгоритмы обработки в субканалах  $\Psi_i$ ,  $i=0, m-1$  оптимальны для заданной совокупности сигналов и помех. Таким образом, оптимальный демодулятор является таковым потому, что он оптимально согласован со структурно-временными характеристиками совокупности сигналов (при заданных помехах). Всякое нарушение этого оптимального согласования неизбежно приведет к ухудшению помехоустойчивости. Именно в этом и состоит причина ухудшения помехоустойчивости при наличии искажений сигнала в КС, поскольку, как будет видно из дальнейшего, нарушение оптимального согласования в этом случае неизбежно.

Конечно, возможна оптимизация демодулятора и по отношению к искаженным сигналам. Однако во многих случаях синтез структуры и техническая реализация демодуляторов, оптимальных для искаженных сигналов, оказываются трудными задачами. Некоторое представление об этом можно получить из анализа работы [180], где синтезирован оптимальный демодулятор для сравнительно простого случая бинарных сигналов с АМ в предположении линейной ФЧХ канала связи. Задача синтеза привела к системе нелинейных уравнений, которую оказалось возможным решить лишь путем введения ряда упрощающих предположений. Структура демодулятора

получилась сложной, главным образом, из-за наличия линии задержки с отводами, причем общее время задержки составляло несколько тактовых интервалов. Кстати, авторы [180] также отмечают сложность и трудность технической реализации синтезированного оптимального демодулятора, ввиду чего его применение во многих случаях нецелесообразно.

Можно предположить, что для МПС и (или) нелинейной ФЧХ канала связи задача синтеза усложняется. Наконец, можно предположить, что, по крайней мере, в некоторых случаях замена демодулятора, оптимального по отношению к неискаженным сигналам, демодулятором, оптимальным по отношению к искаженным сигналам, не приведет к существенному повышению помехоустойчивости.

На основании изложенного можно сделать вывод о целесообразности анализа, прежде всего, случая приема искаженных сигналов на демодулятор, оптимальный по отношению к неискаженным сигналам. Кстати, результаты этого анализа могут быть использованы и для оценки целесообразности применения демодулятора, оптимального по отношению к искаженным сигналам.

В неоптимальном (по отношению к неискаженным сигналам) демодуляторе алгоритмы обработки в субканалах не оптимальны по отношению к заданной системе сигналов и помех. Поэтому в зависимости от характера искажений возможно как ухудшение, так и улучшение степени согласования между искаженными сигналами и алгоритмами обработки в субканалах. В первом случае помехоустойчивость ухудшится, зато во втором — она улучшится<sup>1)</sup>. Тем не менее в большинстве практически встречающихся случаев искажения сигнала в КС приводят к ухудшению помехоустойчивости также и в случае применения неоптимальных демодуляторов.

В дальнейшем будем полагать, что прием искаженных сигналов ведется на демодулятор (оптимальный и неоптимальный), выбранный

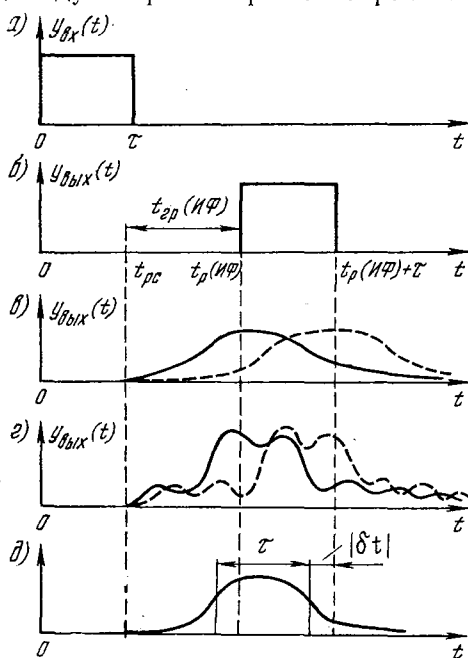


Рис. 5.1

для приема неискаженных сигналов.

Рассмотрим характер искажений сигнала в КС с различными

<sup>1)</sup> Именно на этом основан метод повышения помехоустойчивости за счет предискажений сигнала.

АЧХ и ФЧХ. Примем для простоты, что  $\eta=1$ ,  $\beta=1$ , т. е. элементарный сигнал — отрезок гармонического колебания длительностью  $\tau$ . На рис. 5.1 представлены эпюры огибающих сигнала на входе КС (а) и на его выходе (б, в и г) для различных АЧХ и ФЧХ.

Рисунок 5.1б соответствует случаю, когда КС аппроксимируется ИФ. При этом огибающая сохраняет свою форму (с точностью до коэффициента передачи ИФ), но сдвигается по оси времени на  $t_p(\text{ИФ})$ , причем этот сдвиг одинаков для всех  $y^{(i)}(t)$ ,  $i=0, m-1$ . Здесь обозначено  $t_p(\text{ИФ}) = t_{гр}(\text{ИФ}) + t_{р\ c}$ , где  $t_p(\text{ИФ})$  — общее время запаздывания сигнала для КС, аппроксимируемого ИФ;

$t_{гр}(\text{ИФ}) = \left| \frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) \right| = d$  — групповое время запаздывания сигнала в ИФ;  $t_{р\ c} = \frac{l}{v_{се}}$  — время распространения сигнала по ЛС;  $l$  — длина ЛС;  $v_{се}$  — скорость распространения сигнала по ЛС.

Фаза сигнала получает приращение  $\Delta\varphi_i = \omega_i t_p(\text{ИФ})$ . Поскольку величина  $t_p(\text{ИФ})$  является параметром КС, то демодулятор может быть оптимально согласован со структурно-временными характеристиками совокупности сигналов (при заданных помехах) при любых значениях  $\omega_i$  и  $t_p(\text{ИФ})$  <sup>1)</sup>. Рассмотренный пример показывает, что изменение временного положения сигнала, если оно детерминировано и одинаково для всех сигналов и всех тактовых интервалов, не ухудшает помехоустойчивости.

Рисунки 5.1в и г соответствуют случаю, когда КС является ПФ с произвольными АЧХ и ФЧХ. В зависимости от сочетания АЧХ и ФЧХ характер огибающей может быть как плавным (рис. 5.1в), так и колебательным (рис. 5.1г). В обоих случаях полагается, что линейная составляющая ФЧХ ПФ совпадает с ФЧХ ИФ, соответствующего рис. 5.1б. На каждом из рис. 5.1в и г показаны две кривые (сплошная и пунктирная), чтобы подчеркнуть возможность различного расположения искаженного сигнала по отношению к интервалу  $t_p(\text{ИФ}) \leq t \leq t_p(\text{ИФ}) + \tau$ , в зависимости от АЧХ и ФЧХ КС. В общем случае искажения зависят также от номера позиции сигнала.

В рассмотренных случаях сигнал искажается таким образом, что у него появляются «хвосты», так что на выходе КС сигнал существует на всей полуоси времени  $t_p \leq t < \infty$ . Это означает нарушение временного согласования демодулятора, поскольку обработка в субканалах по-прежнему ведется на конечном интервале длительностью  $\tau$ . Нарушенным оказывается и согласование алгоритма обработки в субканалах, поскольку искаженный сигнал на любом конечном интервале  $\tau$  отличается от сигнала, который был бы на выходе неискажающего КС. Легко видеть, что оба вида рассогласования принципиально неустранимы и имеют место для КС с любыми АЧХ и ФЧХ, отличающимися от АЧХ и ФЧХ ИФ.

<sup>1)</sup> Практически дело сводится к установке надлежащих фаз когерентных гетеродинов, а также моментов стробирования. При некогерентном приеме величины  $\Delta\varphi_i$  вообще не имеют значения.

Рисунок 5.1*б* иллюстрирует временной сдвиг  $|\delta t|$  между интервалом  $t_p(\text{ИФ}) \leq t \leq t_p(\text{ИФ}) + \tau$  и интервалом, на котором ведется обработка искаженного сигнала — *рабочим тактовым интервалом*. Для каждого сигнала  $y^{(i)}(t)$ ,  $i=0, m-1$  существует оптимальное значение  $\delta t_{i \text{ опт}}$ , при котором максимизируется вероятность правильного приема. Если  $\delta t_{i \text{ опт}}$  одинаковы для всех  $i \in \{m\}$ , то это значение является оптимальным и для всей совокупности сигналов ( $\delta t_{\text{опт}} = \delta t_{i \text{ опт}}$ ,  $i=0, m-1$ ). В противном случае  $\delta t_{\text{опт}} \neq \delta t_{i \text{ опт}}$ , по крайней мере, для некоторых из  $i \in \{m\}$ .

Из проведенного качественного анализа следует, что причины ухудшения помехоустойчивости за счет искажений в КС состоят в следующем:

- энергия сигнала на рабочем тактовом интервале составляет лишь часть общей энергии сигнала;
- нарушается согласование между сигналом на рабочем тактовом интервале и алгоритмом обработки в субканалах демодулятора;
- часть энергии сигнала, распределенная за пределами рабочего тактового интервала, является дополнительной помехой для сигналов, передаваемых в другие тактовые интервалы.

Дополнительной причиной ухудшения помехоустойчивости является невыполнение условия  $\delta t_{\text{опт}} = \delta t_{i \text{ опт}}$  хотя бы для одного  $i \in \{m\}$ . Можно показать, что проведенный качественный анализ причин ухудшения помехоустойчивости при наличии искажений в КС справедлив и для случая  $\eta > 1$ ,  $\beta > 1$ .

Характер искажений в КС с различными АЧХ и ФЧХ рассматривается, например, в [4, 26, 29, 36, 86, 214, 215]. Для случая КС, аппроксимируемого ИПФ, искажения сигнала рассмотрены в § 5.5 и представлены на рис. 5.5, 5.6 и 5.7.

#### 5.4. ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ С УЧЕТОМ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛА

Из проведенного анализа видно, что прием сигнала на рабочем тактовом интервале сопровождается действием дополнительных помех, образующихся за счет «хвостов» сигналов, переданных в тактовые интервалы, предшествующие рабочему и следующие за ним. Для иллюстрации сказанного на рис. 5.2 показан отрезок последовательности сигналов  $y^{(l)}(t)$ ,  $y^{(k)}(t)$ ,  $y^{(i)}(t)$ ,  $y^{(j)}(t)$ ,  $y^{(p)}(t)$  на выходе КС, представленных своими огибающими. Рабочий тактовый интервал ( $q=0$ ) выбран в центре последовательности, что подчеркнуто изображением огибающих на этом интервале сплошными линиями (на остальных тактовых интервалах эти линии пунктирные).

В дальнейшем помехи, возникающие из-за взаимного перекрытия во времени сигналов, переданных в различные тактовые интервалы, будем называть *междусимвольными*.

В общем случае следует учитывать междусимвольные помехи от сигналов, расположенных на  $s_{(-)}$  и  $s_{(+)}$  тактовых интервалах сле-

ва и справа от рабочего, так что общее число сигнальных компонент на выходе КС в рабочем тактовом интервале равно

$$D = 1 + s_{(-)} + s_{(+)} . \quad (5.5)$$

Для каждой последовательности сигналов длины  $D$  характер междусимвольных помех будет различным. Поэтому полная вероятность сбоя элементарного сигнала определится усреднением по всем возможным комбинациям:

$$P_{\text{сб.э.с}} = \sum_{\mu=1}^{m^D} p(K_{\mu}) P_{\text{сб.э.с}\mu} , \quad (5.6)$$

где  $m^D$  — общее число комбинаций сигналов в последовательности длиной  $D$ ;  $p(K_{\mu})$  — вероятность образования  $\mu$ -й комбинации;  $P_{\text{сб.э.с}\mu}$  — значение  $P_{\text{сб.э.с}}$  для сигнала на рабочем тактовом интервале при условии, что этот сигнал принадлежит  $\mu$ -й комбинации.

При  $D=1$ , что соответствует отсутствию междусимвольных помех, (5.6) превращается в обычное выражение для  $P_{\text{сб.э.с}}$  в предположении неискажающего КС.

Усложнение вычислений  $P_{\text{сб.э.с}}$  при  $D>1$  по сравнению со случаем  $D=1$  вызывается, главным образом, тремя причинами:

- трудностями определения  $s_{(-)}$  и  $s_{(+)}$ , что необходимо для вычисления  $D$  по (5.5);
- увеличением числа слагаемых в правой части (5.6);
- трудностями определения  $P_{\text{сб.э.с}\mu}$ .

Рассмотрим последовательно каждую из этих причин. Если учитывать междусимвольные помехи от всех перекрывающихся сигналов, то можно показать, что

$$\left. \begin{aligned} s_{(-)} &= v \\ s_{(+)} &= \begin{cases} s'_{(+)} & \text{при } 0 \leq v \leq L - s'_{(+)} \\ s'_{(+)} - i, \quad i = 1, \overline{s'_{(+)}} & \text{при } L - s'_{(+)} < v \leq L \end{cases} \end{aligned} \right\} , \quad (5.7)$$

где  $L$  — общее количество сигналов, передаваемых в данном сеансе связи;  $v$  — количество сигналов, переданных до принимаемого;

$$s'_{(+)} = \left[ \frac{t_{\text{гр}}(\text{ИФ}) + \delta t}{\tau} \right] . \quad (5.8)$$

Как видно из (5.7) и (5.8),  $s_{(-)}$  зависит от номера сигнала в передаваемой последовательности, а  $s_{(+)}$  — также от значений  $L$ ,  $t_{\text{гр}}(\text{ИФ})$ ,  $\delta t$  и  $\tau$ . Следовательно, значение  $D$  также будет различным для сигналов с разными номерами. Это означает, что вычисления  $P_{\text{сб.э.с}}$  по (5.6) потребуются провести для всех сигналов в последовательности отдельно, а затем усреднить полученный результат. Процедура вычисления  $P_{\text{сб.э.с}}$  в этом случае получается весьма громоздкой, а полученные результаты имеют частный характер, поскольку они зависят от значений  $L$ ,  $t_{\text{гр}}(\text{ИФ})$  и  $\tau$ .

Упростить определение  $s_{(-)}$  и  $s_{(+)}$  можно за счет отказа от учета слабых междусимвольных помех. Поскольку переходный процесс со временем затухает, то междусимвольная помеха будет тем более слабой, чем больше расстояние между тактовыми интервалами рабочего и мешающего сигналов. Это позволяет ограничиться некоторым конечным значением  $s_{(-)}$ , обычно не превышающим нескольких

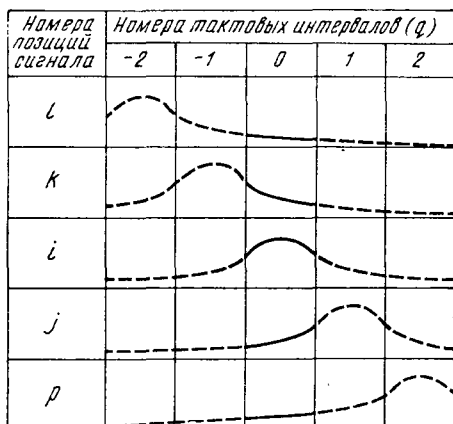


Рис. 5.2

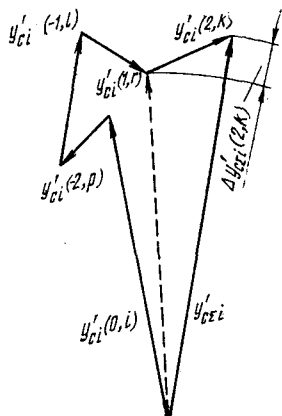


Рис. 5.3

единиц. Конечно, для первых (в последовательности) сигналов по-прежнему будет  $s_{(-)} = v$ , но если последовательность существенно длиннее выбранного конечного значения  $s_{(-)}$ , то этой тонкостью можно пренебречь. Также и значение  $s_{(+)}$  может быть взято меньше  $s'_{(+)}$ , если  $s'_{(+)} > 1$ . Если  $s'_{(+)} \gg 1$ , что справедливо для большинства реальных КС, то допустимо принять  $s_{(-)} = s_{(+)} = s$ . Именно так чаще всего и поступают, правда, без соответствующих обоснований и пояснений [180, 209]. В этом случае вместо (5.5) запишем

$$D = 1 + 2s. \quad (5.9)$$

Объективным критерием для определения  $s$  является условие

$$\left| \frac{P_{\text{сб.е.и}}(s+1) - P_{\text{сб.е.и}}(s)}{P_{\text{сб.е.и}}(s)} \right| \leq \beta, \quad (5.10)$$

где  $\beta > 0$  — наперед выбранное число.

При использовании критерия (5.10) вопрос об определении величины  $s$  по существу теряет самостоятельное значение. Действительно, после определения  $s$  по (5.10) сама его величина уже не представляет интереса, поскольку задача о нахождении  $P_{\text{сб.е.и}}$  решена в процессе нахождения  $s$ .

Специфическая трудность, связанная с критерием (5.10), состоит в том, что невозможно заранее предсказать объем вычислений, поскольку он зависит от неизвестного значения  $s$ . Поэтому представляет большой практический интерес нахождение способов приближенного определения значений  $s$ .

Для выявления и обоснования этих способов рассмотрим рис. 5.3, на котором представлена векторная диаграмма совокупности сигнальных отсчетов на выходе  $i$ -го субканала в момент стробирования для  $\mu$ -й комбинации последовательности сигналов длины  $D=5$ , имеющей вид  $y^{(p)}(t)$ ,  $y^{(l)}(t)$ ,  $y^{(i)}(t)$ ,  $y^{(r)}(t)$ ,  $y^{(h)}(t)$ . Отсчет в  $i$ -м субканале от сигнала  $k$ -й позиции, переданного на  $q$ -м тактовом интервале, обозначен  $y'_{ci}(q, k)$ , а суммарный (результатирующий) отсчет —  $y'_{c\sum i}$ . Приращение  $y'_{c\sum i}$  от составляющей  $y'_{ci}(q, k)$  обозначено  $\Delta y'_{c\sum i}(q, k)$  и, как видно из рис. 5.3, определяется не только составляющей  $y'_{ci}(q, k)$ , но и всеми остальными составляющими при  $-s \leq q \leq s$ . Следовательно, в общем случае для каждой  $\mu$ -й комбинации значение  $\Delta y'_{c\sum i}(q, k)$  будет различным, что сильно усложняет вычисления  $s$ .

Способы приближенного определения  $s$  могут быть основаны на принятии равенства

$$\Delta y'_{c\sum i}(q, k) = y'_{ci}(q, k),$$

смысл которого состоит в том, что истинное приращение  $\Delta y'_{c\sum i}(q, k)$  заменяется его максимально возможным значением  $y'_{ci}(q, k)$ . Значение  $y'_{ci}(q, k)$  не зависит от номера комбинации последовательности сигналов ( $\mu$ ). Отнеся это значение к некоторой постоянной величине, характеризующей уровни сигнала или помехи на выходе субканала в момент стробирования, получим относительную величину максимального приращения. Если, например, в качестве постоянной величины принять значение сигнального отсчета в  $i$ -м субканале при передаче сигнала  $y^{(i)}(t)$  на рабочем ( $q=0$ ) тактовом интервале при условии, что КС имеет вид ИФ, то относительная величина максимального приращения будет иметь вид

$$v_i(q, k) = \frac{y'_{ci}(q, k)}{[y'_{ci}(0, 1)]_{\text{ИФ}}}. \quad (5.11)$$

Полный учет междусимвольных помех по всем  $k$ ,  $i \in \{m\}$  для  $q = \text{const}$  дает матрица взаимовлияния

$$\|v(q)\| = \left\| \begin{array}{cccc} v_0(q, 0), \dots, & v_i(q, 0), \dots, & v_{m-1}(q, 0) \\ \dots & \dots & \dots \\ v_0(q, k), \dots, & v_i(q, k), \dots, & v_{m-1}(q, k) \\ \dots & \dots & \dots \\ v_0(q, m-1), \dots, & v_i(q, m-1), \dots, & v_{m-1}(q, m-1) \end{array} \right\|. \quad (5.12)$$

Полагая, что действием междусимвольных помех, удовлетворяющих условию

$$v_i(q, k) \leq v_{\text{доп}}, \quad (5.13)$$

где  $v_{\text{доп}} > 0$ , можно пренебречь, заменим в матрицах (5.12) все удовлетворяющие условию (5.13) значения  $v_i(q, k)$  нулями. Очевидно, что при некотором значении  $|q| = q_0$  матрица  $\|v(q_0)\|$  будет со-



стоять из одних нулей, в то время как во всех матрицах при  $|q| < q_0$  будет хотя бы один элемент, отличный от нуля. Тогда  $s = q_0 - 1$ .

Дальнейшее упрощение способа приближенного определения  $s$  возможно, если учесть, что всегда  $y'_{ci}(q, k) \leq y'_{ci}(q, i)$ . Тогда можно ограничиться матрицей:

$$\|v(q)\| = \left\| \begin{array}{c} v_0(q, 0) \\ \vdots \\ v_k(q, k) \\ \vdots \\ v_{m-1}(q, m-1) \end{array} \right\|, \quad (5.14)$$

образованной из диагональных членов матрицы (5.12).

Еще более просто можно определить  $s$ , если влияние междусимвольной помехи оценивать по ее энергии в рабочем тактовом интервале. В этом случае также составляется матрица типа (5.14)

$$\|v_E(q)\| = \left\| \begin{array}{c} v_{E0}(q, 0) \\ \vdots \\ v_{Ek}(q, k) \\ \vdots \\ v_{E(m-1)}(q, m-1) \end{array} \right\|, \quad (5.15)$$

$$\text{где} \quad v_E(q, k) = \frac{E_{ck}(q, k)}{[E_{ck}(0, k)]_{\text{ИФ}}}; \quad (5.16)$$

$E_{ck}(q, k)$  — энергия сигнала  $k$ -й позиции, переданного на  $q$ -м тактовом интервале, приходящаяся в  $k$ -м субканале на рабочий тактовый интервал;  $[E_{ck}(0, k)]_{\text{ИФ}}$  — энергия сигнала  $k$ -й позиции, расположенного на рабочем ( $q=0$ ) тактовом интервале, при условии, что искажения сигнала  $k$ -й позиции отсутствуют (т. е. что канал связи — ИФ).

Аналогично все  $v_{Ek}(q, k) \leq v_{Ek \text{ доп}}$  в матрице (5.15) заменяются нулями и  $s = q_0 - 1$ .

Если система сигналов такова, что можно без исследований определить позиции, на которых искажения максимальны, то в матрицах (5.14) или (5.15) достаточно учесть только эти позиции, что еще больше упрощает вычисление  $s$ .

Наконец, определение  $s$  возможно любым из указанных выше способов на основе качественных соображений о значениях элементов матриц взаимовлияния. При известном опыте и интуиции такая оценка может быть вполне приемлемой, по крайней мере, в качестве первого приближения.

Таким образом, при замене критерия (5.10) приближенным, определение  $s$  может быть сведено к сравнительно простой процедуре. Следует, однако, подчеркнуть, что в каждом конкретном случае необходимо весьма тщательно анализировать приемлемость того или иного критерия, чтобы избежать грубых ошибок.

Вторая причина усложнения вычислений  $P_{сб.э.с}$  при  $D > 1$  по сравнению со случаем  $D = 1$ , как указано выше, состоит в увеличении числа слагаемых в правой части (5.6). Представление о числе слагаемых при  $D > 1$  дает табл. 5.1, в которой приведены значения  $m^D$  для некоторых сочетаний  $m$  и  $D$  (в скобках указаны также значения  $s$ ). Как видно, при  $m > 2$  и  $s > 0$  количество слагаемых может достигать значений, вызывающих затруднения даже при вычислениях на ЭВМ. Поэтому актуальна задача уменьшения числа слагаемых в (5.6). Возможности ее решения будут рассмотрены дальше.

Таблица 5.1

$m$	Значение $m^D$ при $D$ ( $s$ )					
	1 (0)	3 (1)	5 (2)	7 (3)	9 (4)	11 (5)
2	2	8	32	128	512	2048
3	3	27	243	2187	59049	$\sim 1,6 \cdot 10^6$
5	5	125	3125	7825	$\sim 1,95 \cdot 10^6$	$\sim 5 \cdot 10^7$
8	8	192	12288	$\sim 0,8 \cdot 10^6$	$\sim 5 \cdot 10^7$	$\sim 3 \cdot 10^9$

Последняя из указанных выше причин усложнения вычислений  $P_{сб.э.с}$  при  $D > 1$  по сравнению со случаем  $D = 1$  состоит в увеличении трудностей определения  $P_{сб.э.с\mu}$ . Действительно, при определении  $P_{сб.э.с\mu}$  необходимо учитывать действие междусимвольных помех от  $2s$  сигналов. Помимо простого увеличения количества операций, связанного с появлением дополнительных  $2s$  компонент в выражениях для отсчетов на выходе субканалов, наличие этих компонент приводит к появлению корреляции между значениями отсчетов. Известно, что определение помехоустойчивости при наличии корреляции между отсчетами значительно сложнее, чем при ее отсутствии.

Таким образом, несмотря на использование приближенных методов определения  $s$ , задача вычисления  $P_{сб.э.с}$  по (5.5) остается достаточно сложной. Ее дальнейшее упрощение возможно на основе использования особенностей системы сигналов, характеристик КС и т. д. Для пояснения этих возможностей обратимся к рассмотренным выше способам определения  $s$ . Легко понять, что все они определяют  $s$ , как  $s = \max s(k, i)$  или, поскольку  $s(k, i) \leq s(k, k) = s(k)$ , как  $s = \max s(k)$ . В том случае, когда в матрице

$$\|s(k, k)\| = \|s(k)\| = \begin{vmatrix} s(0) \\ \vdots \\ s(k) \\ \vdots \\ s(m-1) \end{vmatrix} \quad (5.17)$$

имеются  $s(k) < \max s(k)$ ,  $k \in \{m\}$ , множество комбинаций длиной  $D = 2s + 1$ ,  $s = \max s(k)$  распадается на ряд подмножеств, в каждое из которых войдут комбинации длиной  $D(k) = 2s(k) + 1$ . Ясно, что общее количество комбинаций при этом уменьшится и, следовательно, уменьшится число слагаемых в правой части (5.6). Степень достигаемого упрощения зависит от вида матрицы (5.17) — чем больше ее элементов  $s(k)$  будут отличаться от  $\max s(k)$  и чем большим будет это отличие, тем больше будет степень упрощения.

Весьма эффективным приемом, позволяющим во многих случаях добиться заметного упрощения в вычислении  $P_{сб.э.с.μ}$ , является принятие равенства значений  $P_{сб.э.с.μ}$  для тех комбинаций длиной  $D(k)$ , для которых они достаточно близки. В этом случае

$$\sum_{\mu=1}^l p(K_{\mu}) P_{сб.э.с.μ} = P_{сб.э.с.μ} \sum_{\mu=1}^l p(K_{\mu}),$$

где  $l$  — общее количество комбинаций с равными значениями  $P_{сб.э.с.μ}$ .

Особенно целесообразен такой прием в тех случаях, когда все  $s(k)$  в матрице (5.17) одинаковы и приблизительно одинаковы все  $P_{сб.э.с.μ}$ . Тогда (5.6) преобразуется в

$$P_{сб.э.с} = P_{сб.э.с.μ}. \quad (5.18)$$

В этом случае достаточно вычислить значение  $P_{сб.э.с.μ}$  для одной комбинации. Правда, предварительно нужно убедиться, что все  $P_{сб.э.с.μ}$  приблизительно одинаковы, а это может быть сложной задачей.

Значения  $s$  определялись выше без учета характера комбинации сигналов, расположенных на тактовых интервалах в пределах  $\pm s$ . Это эквивалентно допущению о том, что все междусимвольные помехи складываются арифметически. Между тем очевидно, что они складываются геометрически и допущение об арифметическом сложении соответствует наихудшему варианту. Следовательно, полученное при таком предположении значение  $P_{сб.э.с}$  можно рассматривать как оценку сверху. Оценка снизу можно получить, если предположить алгебраическое сложение помех, причем знаки у каждой составляющей подбираются так, чтобы минимизировать их сумму.

Способность междусимвольных помех при определенных условиях компенсировать действие друг друга, по крайней мере, частично также может быть использована для упрощения вычислений  $P_{сб.э.с.μ}$ . Например, если на всех тактовых интервалах в пределах  $\pm s$  действуют сигналы той же позиции, что и на рабочем, то можно считать, что прием этого сигнала происходит в условиях, эквивалентных отсутствию искажений.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод, что получение рабочей формулы для вычисления  $P_{сб.э.с}$  при наличии искажений сигнала в КС требует весьма тщательного анализа характера междусимвольных помех с тем, чтобы выявить все особенно-

сти, которые могут быть использованы для упрощения вычислений. Пример такого анализа для случая СПДИ с МЧМ приводится в следующем параграфе.

## 5.5. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРА МЕЖДУСИМВОЛЬНЫХ ПОМЕХ ДЛЯ СПДИ С МЧМ

Ограничимся рассмотрением простейшей модели СПДИ с МЧМ, полагая, что КС аппроксимируется ИПФ. Прохождение гармонического колебания с частотой, в общем случае не совпадающей с центральной частотой ИПФ, исследовалось во многих работах, например, [4, 26, 29, 36, 214]. Согласно полученным результатам напряжение на выходе ИПФ при подаче на его вход в момент времени  $t = -(d + t_{p.c})$  гармонического колебания единичной амплитуды с частотой  $\omega_i$  и начальной фазой  $\varphi_i$  определяется выражением<sup>1)</sup>

$$y_{\text{вых}}^{(i)}(t) = p_i(t) \sin(\omega_i t + \varphi_i) + q_i(t) \cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad (5.19)$$

где  $p_i(t)$ ,  $q_i(t)$  — соответственно синфазная и квадратурная составляющие огибающей процесса на выходе ИПФ, равные [36].

$$\left. \begin{aligned} p_i(t) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi} [\text{si}(\omega_i - \omega_H)t + \text{si}(\omega_B - \omega_i)t] \\ q_i(t) &= \frac{1}{2\pi} [\text{ci}(\omega_i - \omega_H)t - \text{ci}(\omega_B - \omega_i)t] \end{aligned} \right\} \quad (5.20)$$

В (5.20) функции  $\text{si}z$  и  $\text{ci}z$  — соответственно интегральные синус и косинус, определяемые как

$$\text{si}z = \int_0^z \frac{\sin t}{t} dt; \quad \text{ci}z = \int_0^z \frac{\cos t}{t} dt.$$

Напряжение на выходе ИПФ при поступлении на его вход гармонического колебания конечной длительности  $\tau$  с единичной амплитудой легко получить из (5.19), представив входное воздействие в виде суммы двух гармонических колебаний единичной амплитуды и одинаковой частоты  $\omega_i$ , удовлетворяющих следующим условиям:

а) интервалы существования первого и второго процессов равны соответственно  $-d \leq t \leq \infty$  и  $-d + \tau \leq t \leq \infty$ ;

б) фазы первого и второго процессов находятся в соотношении  $\varphi_{i1} = \varphi_{i2} \pm \pi$ .

<sup>1)</sup> Напомним, что  $d = \left| \frac{d}{d\omega} \varphi(\omega) \right| = t_{gp}(\text{ИФ})$  — групповое время запаздывания сигнала в ИФ с такой же ФЧХ, как и в рассматриваемом ИПФ, а  $t_{p.c}$  — время распространения сигнала по линии связи. Смысл понятий  $t_{p.c}$  и  $t_{gp}(\text{ИФ})$  поясняется также на рис. 5.1. Будем также полагать здесь, что  $\varphi(\omega_H) = 0$  и  $\frac{\omega_C}{\omega_B - \omega_H} \gg 1$ . Смысл этих обозначений понятен из (2.22), (2.23) и рис. 2.4.

Тогда из (5.19) получим

$$y_{\text{вых}}^{(i)}(t) = [p_i(t) - p_i(t - \tau)] \sin(\omega_i t + \varphi_i) + [q_i(t) - q_i(t - \tau)] \cos(\omega_i t + \varphi_i). \quad (5.21)$$

Введя обозначения

$$\omega_i - \omega_H = \alpha_{Hi}, \quad \omega_B - \omega_i = \alpha_{Bi}, \quad (5.22)$$

приведем (5.21) к виду

$$y_{\text{вых}}^{(i)}(t) = A_{\sin}^{(i)}(t) \sin(\omega_i t + \varphi_i) + A_{\cos}^{(i)}(t) \cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad (5.23)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_{\sin}^{(i)}(t) &= \frac{1}{2\pi} [\text{si } \alpha_{Hi} t + \text{si } \alpha_{Bi} t - \text{si } \alpha_{Hi} (t - \tau) - \text{si } \alpha_{Bi} (t - \tau)] \\ A_{\cos}^{(i)}(t) &= \frac{1}{2\pi} [\text{ci } \alpha_{Hi} t - \text{ci } \alpha_{Bi} t - \text{ci } \alpha_{Hi} (t - \tau) + \text{ci } \alpha_{Bi} (t - \tau)] \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

Для того чтобы связать форму выходного напряжения с положением частотной позиции сигнала внутри ИПФ, а также числом позиций сигнала и значением  $K_{\Pi}$ , обратимся к рис. 5.4, где пред-

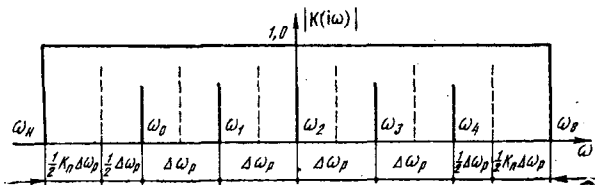


Рис. 5.4

ставлена АЧХ ИПФ, в пределах которой размещены частотные позиции СПДИ с МЧМ (на рис. 5.4 принято  $m=5$ ). Используя принятые на рис. 5.4 обозначения с учетом также (3.97) и (3.98), вместо (5.22) получим

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{Hi} &= \frac{\pi}{\tau} (1 + \varepsilon) (K_{\Pi} + 1 + 2i) \\ \alpha_{Bi} &= \frac{\pi}{\tau} (1 + \varepsilon) [K_{\Pi} - 1 + 2(m - i)] \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

Подставляя значения  $\alpha_{Hi}$  и  $\alpha_{Bi}$  из (5.25) в (5.24), а затем полученные таким образом значения  $A_{\sin}^{(i)}(t)$  и  $A_{\cos}^{(i)}(t)$  в (5.23), получим значение  $y_{\text{вых}}^{(i)}(t)$ , определяющее напряжение на выходе ИПФ при поступлении на его вход сигнала  $i$ -й позиции. Легко видеть, что

$$y_{\text{вых}}^{(i)}(t) = y(i, m, \tau, \varepsilon, K_{\Pi}). \quad (5.26)$$

Поскольку в (5.26) величины  $m$ ,  $\tau$ ,  $\varepsilon$  и  $K_{\Pi}$  являются постоянными (для данной СПДИ) и не зависят от  $i$ , то  $y_{\text{вых}}^{(i)}(t)$  определяется только номером частотной позиции сигнала.

Интересно выяснить, являются ли отклики ИПФ на воздействие сигналов симметричных позиций также симметричными. Исследуя (5.25), можно убедиться, что

$$\alpha_{Hi} = \alpha_{B[m-(i+1)]}; \quad \alpha_{Bi} = \alpha_{H[m-(i+1)]}, \quad (5.27)$$

где  $i$  и  $[m-(i+1)]$  — номера симметричных позиций. Тогда из (5.24) следует, что член  $A_{\sin}^{(i)}(t)$  одинаков для симметричных позиций, поскольку замена  $\alpha_{Hi}$  на  $\alpha_{Bi}$  и, наоборот, в аргументах функций  $si$  не изменит их суммы. Однако член  $A_{\cos}^{(i)}(t)$  для симметричных позиций будет одинаков лишь по абсолютной величине, но противоположен по знаку, поскольку функции  $si$  вычитаются друг из друга. Следовательно, справедливы соотношения:

$$\left. \begin{aligned} A_{\sin}^{(i)}(t) &= A_{\sin}^{[m-(i+1)]}(t) \\ A_{\cos}^{(i)}(t) &= -A_{\cos}^{[m-(i+1)]}(t) \end{aligned} \right\} \quad (5.28)$$

Тем не менее огибающие для сигналов симметричных позиций оказываются также симметричными, поскольку они (огибающие) определяются выражением

$$A^{(i)}(t) = \sqrt{[A_{\sin}^{(i)}(t)]^2 + [A_{\cos}^{(i)}(t)]^2}, \quad (5.29)$$

из которого видно, что величина  $A^{(i)}(t)$  не зависит от знаков  $A_{\sin}^{(i)}(t)$  и  $A_{\cos}^{(i)}(t)$ .

Симметричность огибающих для симметричных позиций позволяет ограничиться изучением искажений лишь для половины от общего числа позиций, что несколько упрощает дело. Для иллюстрации характера искажений огибающих на рис. 5.5, 5.6 и 5.7 (по 5.29) с учетом (5.24) и (5.25) построены графики  $A^{(i)}\left(\frac{t}{\tau}\right)$  для некоторых значений  $m$ ,  $K_{\Pi}$  и  $i$  (везде принято  $\varepsilon=0$ , что соответствует ортого-

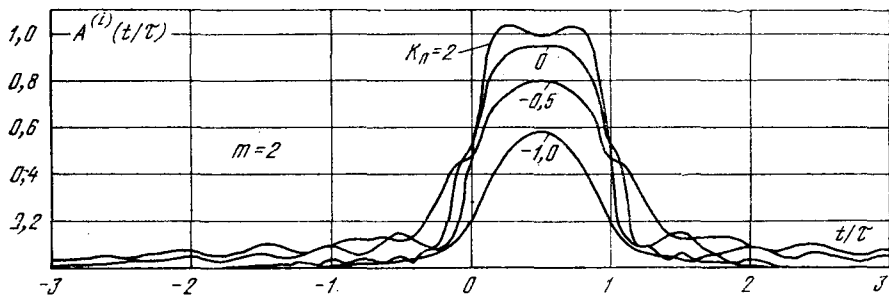


Рис. 5.5

нальной системе сигналов). Значения  $K_{\Pi}$  выбирались такими, чтобы охватить случаи как малых, так и больших искажений сигналов.

О степени искажений можно судить по форме огибающей и величине ее амплитуды на рабочем тактовом интервале ( $q=0$ ) и

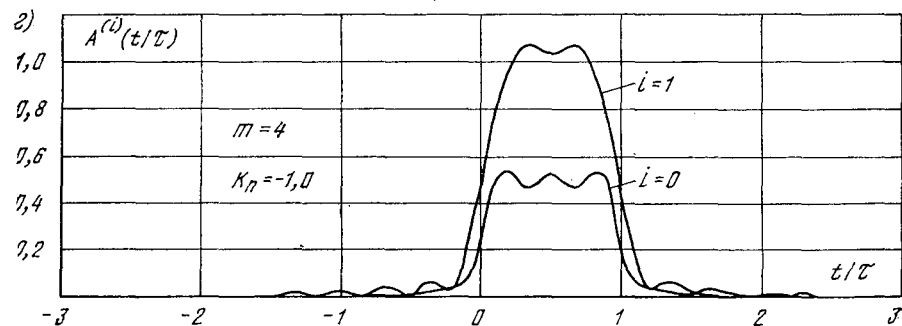
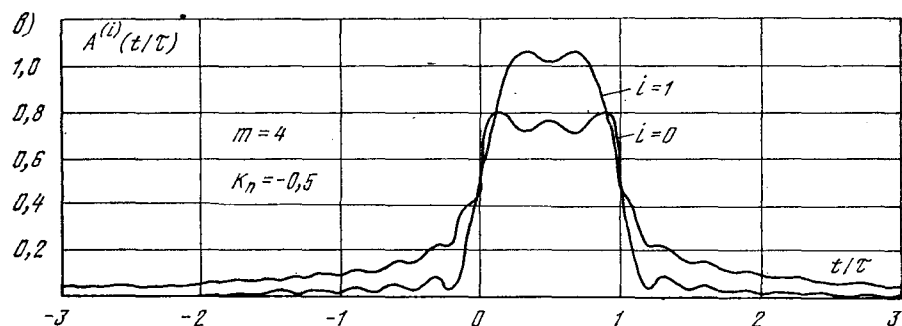
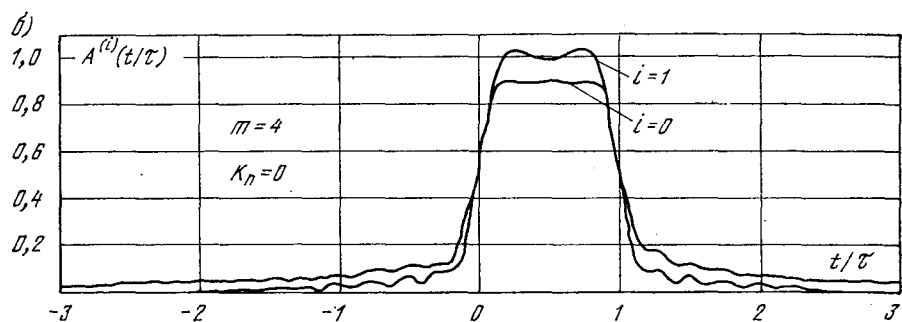
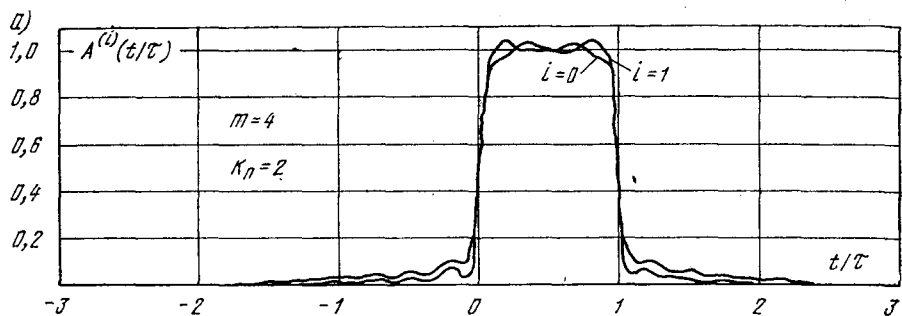


Рис. 5.6

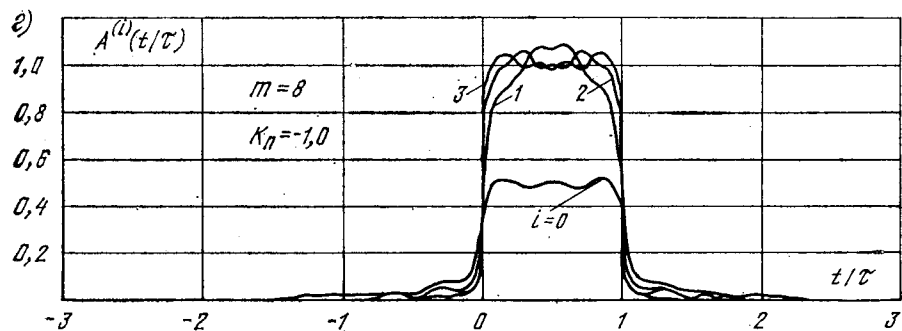
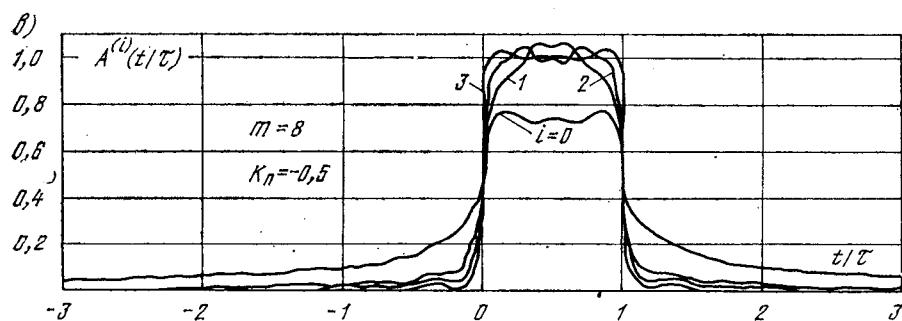
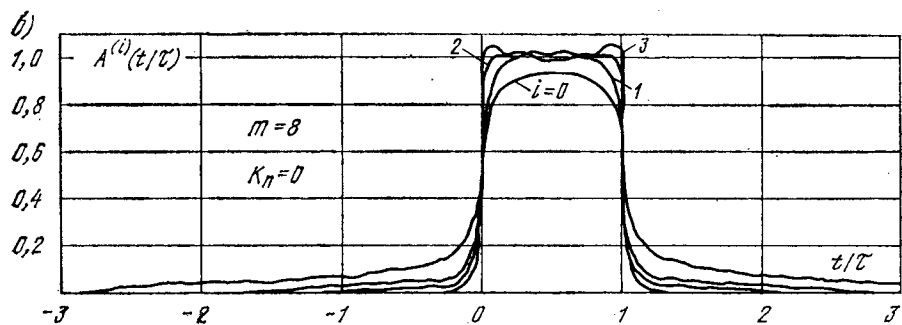
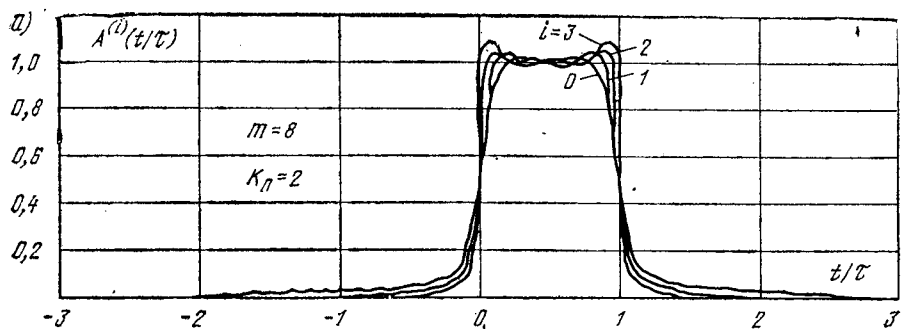


Рис. 5.7



уровню «хвостов» на нерабочих тактовых интервалах ( $q = +1, \pm 2 \dots$ ).

Графики, приведенные на рис. 5.5, 5.6 и 5.7, позволяют сделать некоторые качественные выводы о характере искажений и обусловленных ими междусимвольных помех:

1) для бинарной СПДИ в области  $K_{\Pi} \geq 0$  искажения невелики, в то время как в области  $K_{\Pi} < 0$  начинается резкое их увеличение;

2) для СПДИ с МЧМ аналогичная ситуация наблюдается лишь для внешних позиций, в то время как сигналы внутренних позиций, включая ближайшие к внешним, искажаются существенно меньше; можно отметить также, что при одинаковых значениях  $K_{\Pi}$  искажения внешних позиций в СПДИ с МЧМ меньше, чем в бинарной СПДИ, и уменьшаются с ростом  $m$ ;

3) заметный уровень «хвостов» для всех значений  $m \geq 2$  и  $\infty \geq K_{\Pi} \geq -1$  наблюдается лишь при значениях  $|q| = 1$ , так что ориентировочно можно принять  $s = 1$ ;

4) для СПДИ с МЧМ при  $\infty \geq K_{\Pi} \geq -1$  можно ограничиться учетом искажений лишь внешних позиций, полагая внутренние неискаженными (справедливость этого допущения возрастает с ростом  $m$ ).

Сделанные качественные выводы позволяют достаточно обоснованно подойти к определению величины  $s$ , которая в значительной мере определяет громоздкость вычислений помехоустойчивости.

Сделанные на основе качественного анализа выводы полезны для формирования наглядных представлений о характере искажений и влияния на их величину значений  $m$ ,  $K_{\Pi}$  и  $i$ , а также качественной оценки сложности вычисления помехоустойчивости и возможности ее упрощения. Однако они должны рассматриваться лишь в качестве первого шага. Следующий шаг должен заключаться в получении количественных данных о зависимостях между величиной междусимвольной помехи и значениями  $m$ ,  $K_{\Pi}$  и  $i$ . Рассчитаем с этой целью матрицы вида (5.12). Элементы матрицы определяются по (5.11). Способ определения  $y'_{ci}(q, k)$  и вычисления  $v_i(q, k)$  для различных  $m$ ,  $K_{\Pi}$  и  $i$  описан в приложении 1.

Некоторые результаты представлены в табл. 5.2—5.4. Поскольку

Таблица 5.2

$q$	$v_i(q, i)$			Примечание
	$K_{\Pi} = -1$	$K_{\Pi} = 0$	$K_{\Pi} = 2$	
0	0,65	0,84	0,93	$m = 2$
1	0,17	0,07	0,03	
2	$9,8 \cdot 10^{-3}$	$6,9 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-3}$	
3	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$	

ку оказалось, что  $v_i(q, k) = v_i(-q, k)$ , то приведены данные только для  $q \geq 0$ . По этим данным легко построить матрицы взаимовлияния вида (5.12) или (5.13), учитывая также, что  $v_i(q, k) = v_k(q, i)$  и  $v_i(q, i) = v_{[m-(i+1)]}[q, [m-(i+1)]]$ .

Таблица 5.3

$q$	$v_i(q, k)$			Примечание
	$K_{\Pi} = -1$	$K_{\Pi} = 0$	$K_{\Pi} = 2$	
0	$6,3 \cdot 10^{-2}$	$6,3 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$m = 2$
1	$6,2 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-4}$	
2	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-4}$	
3	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$10^{-4}$	

Из табл. 5.2 и 5.3 видно, что сигнальный отсчет  $v_i(0, i)$ ,  $i = \overline{0, 1}$  с уменьшением  $K_{\Pi}$  уменьшается, а уровень переходных помех, характеризующихся значениями  $v_i(q \neq 0, i)$ ,  $i = \overline{0, 1}$  и  $v_i(q, k)$ ,  $i, k \in \{0, 1\}$ ,  $i \neq k$ , наоборот, увеличивает.

Влияние  $q$  на значения  $v_i(q, i)$  и  $v_i(q, k)$  при  $K_{\Pi} = \text{const}$  проявляется в том, что значения  $v_i(q, i)$  и  $v_i(q, k)$  уменьшаются с ростом  $q$ , хотя при некоторых значениях  $K_{\Pi}$  величина  $v_i(q, k)$  может сначала несколько возрасти. Для большей наглядности по данным табл. 5.3 на рис. 5.8 а и б построены соответствующие графики. Влияние величины  $K_{\Pi}$  на значение  $v_i(q, i)$  при различных значениях  $q$  для  $m=2$  иллюстрируется рис. 5.9.

Таблица 5.4

$q$	$v_i(q, i)$		Примечание
	$i = 1$	$i = 0; 2$	
0	0,985	0,69	$m = 3$
1	0,009	0,15	
2	$9 \cdot 10^{-4}$	0,008	$K_{\Pi} = -1$
3	$5 \cdot 10^{-4}$	0,003	

Для определения  $s$  составим по данным табл. 5.2 и 5.3 матрицы взаимовлияния вида (5.12) для  $K_{\Pi} = -1$  при  $q = 0, 1, 2, 3$ :

$$\begin{vmatrix} 0,65 & 0,063 \\ 0,063 & 0,65 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0,17 & 0,062 \\ 0,062 & 0,17 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0,0098 & 0,0016 \\ 0,0016 & 0,0098 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0,0047 & 0,0006 \\ 0,0006 & 0,0047 \end{vmatrix}. \quad (5.30)$$

Согласно (п. 1.50)  $v_{\text{доп}} = 0,01$ , что позволяет определить  $q_0 = 2$  и, значит,  $s = q_0 - 1 = 2 - 1 = 1$ . К такому же выводу легко прийти, составляя матрицы взаимовлияния вида (5.14). Значение  $s = 1$  справедливо также и для других  $K_{\Pi}$  в диапазоне  $-1 \leq K_{\Pi} \leq 2$ , в чем легко убедиться, повторив соответствующие вычисления для значений  $K_{\Pi}$

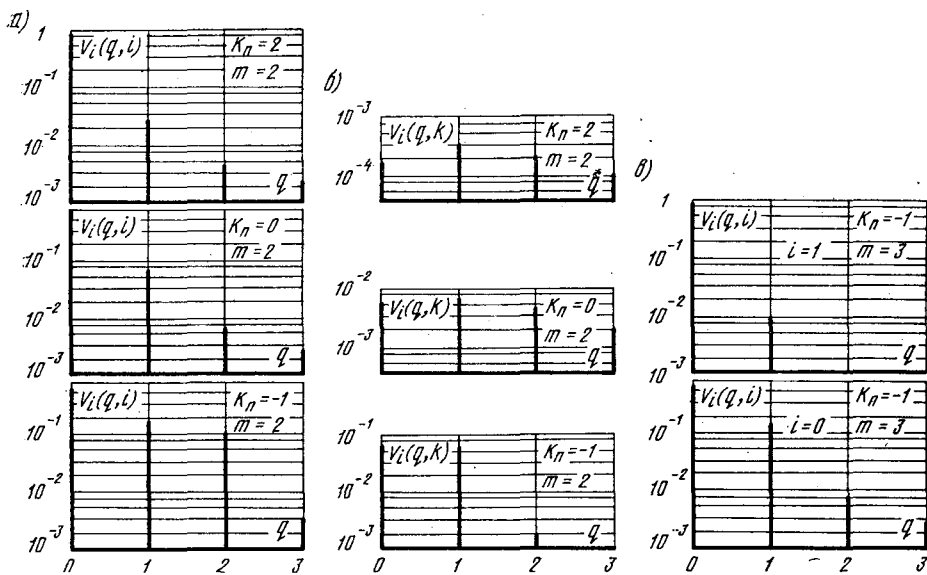


Рис. 5.8

в этом диапазоне. Можно также показать, что в диапазоне  $3 \leq K_n \leq \infty$  справедливо равенство  $s=0$ .

Анализируя данные табл. 5.4 и рис. 5.8в, построенного по этим данным, легко убедиться, что искажения сигнала внутренней позиции ( $i=1$ ) существенно меньше, чем внешних ( $i=0; 2$ ).

Кроме того, даже при весьма сильных искажениях сигналов внешних позиций (при  $K_n=-1$ ) сигналы внутренней позиции искажаются настолько мало, что этими искажениями можно пренебречь. Совершенно очевидно, что при  $m > 3$  вывод о возможности пренебречь искажениями сигналов внутренних позиций даже при весьма сильных искажениях внешних позиций тем более справедлив. Это позволяет упростить вычисления помехоустойчивости.

Легко видеть также, что и при  $m=3$  получается  $s=1$  при  $K_n=-1$ . Это тем более справедливо при  $m > 3$ . Таким образом, общий вывод состоит в том, что при аппроксимации КС ИПФ можно принять  $s=1$  в диапазоне  $K_n=-1$  для всех значений  $m \geq 2$ .

### 5.6. МЕТОДИКА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ С УЧЕТОМ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛА

Как пояснялось в § 5.3, при наличии искажений сигнала в КС возникает корреляция между значениями отсчетов в различных субканалах даже при условии, что передаваемые сигналы ортого-

нальны в усиленном смысле, а помеха представляет собой нормальный белый шум. Как известно [161], в общем случае  $P_{\text{сб. э. с}}$  определяется выражением

$$P_{\text{сб. э. с}} = 1 - \sum_{i=0}^{m-1} p(i) \int_0^{\infty} dy'_i \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} W(y'_0, \dots, y'_{m-1}) dy'_0 \dots dy'_{m-1}, \quad (5.31)$$

где  $W(y'_0, \dots, y'_{m-1})$  — совместная плотность вероятностей случайных величин  $y'_i$ ,  $i=0, m-1$ ;  $p(i)$  — вероятность передачи элементарного сигнала  $y^{(i)}(t)$ .

Вычисление выражений типа (5.31) при наличии корреляции между отсчетами  $y'_i$  связано с серьезными математическими трудностями и возможно лишь для некоторых частных случаев. Поэтому приходится искать приближенные способы решения задачи. Один из наиболее эффективных способов состоит в следующем. Многопозиционная СПДИ рассматривается как совокупность  $m-1$  бинарных систем, образованных «рабочим» и каждым из «пустых» субканалов<sup>1)</sup>. Вычисление вероятности сбоя в каждой из бинарных систем производится с учетом корреляции между значениями отсчетов, а сбой в различных бинарных системах полагаются независимыми, так что общее значение  $P_{\text{сб. э. с}}$  определяется из выражения

$$P_{\text{сб. э. с}} = \sum_{i=0}^{m-1} p(i) \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{m-1} P_{\text{сб. э. с}}(i, k), \quad (5.32)$$

где  $P_{\text{сб. э. с}}(i, k)$  — вероятность сбоя в бинарной системе, образованной  $i$ - и  $k$ -м субканалами, при передаче элементарного сигнала  $y^{(i)}(t)$ .

Нетрудно показать, что вычисленное по (5.32) значение  $P_{\text{сб. э. с}}$  не может быть меньше, чем истинное, вычисленное по (5.31), так что его следует считать верхней оценкой. Эта оценка тем ближе к истинному значению, чем меньше  $P_{\text{сб. э. с}}$ .

В рассматриваемом здесь случае значение  $P_{\text{сб. э. с}}(i, k)$  зависит также от того, в какой из  $m^D$  последовательностей элементарных сигналов передается сигнал  $y^{(i)}(t)$ . Тогда вместо (5.32) получим

$$P_{\text{сб. э. с}} = \sum_{\mu=1}^{m^D} p(K_{\mu}) \sum_{i=0}^{m-1} p(i) \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{m-1} P_{\text{сб. э. с } \mu}(i, k). \quad (5.33)$$

Сопоставляя (5.33) с (5.6), можно записать

$$P_{\text{сб. э. с } \mu} = \sum_{i=0}^{m-1} p(i) \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{m-1} P_{\text{сб. э. с } \mu}(i, k). \quad (5.34)$$

<sup>1)</sup> При передаче элементарного сигнала  $y^{(i)}(t)$  «рабочим» является  $i$ -й субканал, а все остальные — «пустыми». В дальнейшем эти термины будем употреблять без кавычек.

В частном случае равновероятности  $y^{(i)}(t)$ ,  $i = \overline{0, m-1}$ , что означает также равновероятность последовательностей элементарных сигналов длины  $D$ , т. е.  $p(i) = \frac{1}{m}$ ,  $p(K_\mu) = \frac{1}{m^D}$ , из (5.33) следует

$$P_{\text{сб.э.с}} = \frac{1}{m^{D+1}} \sum_{\mu=1}^{m^D} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{m-1} P_{\text{сб.э.с}\mu}(i, k), \quad (5.35)$$

а с учетом (5.34) получим

$$P_{\text{сб.э.с}} = \frac{1}{m^D} \sum_{\mu=1}^{m^D} P_{\text{сб.э.с}\mu}. \quad (5.36)$$

Таким образом, дело сводится к вычислению  $P_{\text{сб.э.с}\mu}(i, k)$  для всех вариантов значений  $\mu, i, k$ , общее количество которых равно  $(m-1)m^{D+1}$ . Представление об объеме вычислений можно получить из табл. 5.5, где значения  $(m-1)m^D$  рассчитаны при  $D=3$ . С целью сокращения объема вычислений целесообразно воспользоваться теми или иными приемами, описанными в § 5.4. Один из них состо-

Таблица 5.5

$m$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(m-1)m^{D+1}$	16	162	768	2500	6480	14 406	28 672	52 488	$9 \cdot 10^4$

ит в разбиении множеств значений  $P_{\text{сб.э.с}\mu}(i, k)$  или  $P_{\text{сб.э.с}\mu}$  на подмножества, включающие примерно одинаковые значения этих величин. Полагая затем значения  $P_{\text{сб.э.с}\mu}(i, k)$  или  $P_{\text{сб.э.с}\mu}$  в каждом подмножестве (группе) равными, получаем возможность ограничиться вычислением  $P_{\text{сб.э.с}\mu}(i, k)$  или  $P_{\text{сб.э.с}\mu}$  только для одного представителя из каждого подмножества. Все возможные способы разбиения на подмножества базируются на установленном в § 5.5 факте существенного различия искажений сигналов внутренних ( $i \in \{1, \dots, m-2\}$ ) и внешних ( $i \in \{0, m-1\}$ ) позиций, а также равенстве искажений сигналов симметричных позиций ( $i$  и  $m-1-i$ ) и малости искажений сигналов внутренних позиций.

По изложенным соображениям было произведено разбиение множества значений  $P_{\text{сб.э.с}\mu}$  на подмножества (группы). Результаты приведены в табл. 5.6, где указаны также вероятности каждой группы  $p(\Gamma_\eta)$ , вычисленные в предположении равновероятности всех  $y^{(i)}(t)$ ,  $i = \overline{0, m-1}$ . В соответствии с результатами анализа, проведенного в § 5.5, принято  $D=3$ . Смысл и назначение данных, приведенных в табл. 5.6, поясняются дальше.

Теперь выражение для  $P_{\text{сб.э.с}}$  приобретает вид

$$P_{\text{сб.э.с}} = \sum_{\eta=1}^{13} p(\Gamma_\eta) P_{\text{сб.э.с}\eta}, \quad (5.37)$$

где  $P_{\text{сб.э.с}\eta}$  — значение  $P_{\text{сб.э.с}}$  для  $\eta$ -й группы.

Таблица 5.6

Номер группы ( $\eta$ )	Номера позиций сигналов в последовательностях $\eta$ -й группы	$p (r_{\eta})$	Значения $j_{\eta}$	$N(\eta)$	Номера подгрупп в $\eta$ -й группе
1	0, 0, 0 и $m-1, m-1, m-1$	$\frac{2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1, 2
2	0, $m-1, 0$ и $m-1, 0, m-1$	$\frac{2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1, 2
3	0, 0, $m-1$ и $m-1, m-1, 0$	$\frac{2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1, 2
4	0, $m-1, m-1$ и $m-1, 0, 0$	$\frac{2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1, 2
5	0, $m-1, i$ и $m-1, 0, i$	$2 \frac{m-2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1, 2
6	$i, 0, m-1$ и $i, m-1, 0$	$2 \frac{m-2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1; 2
7	0, 0, $i$ и $m-1, m-1, i$	$2 \frac{m-2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1, 2
8	$i, 0, 0$ и $i, m-1, m-1$	$2 \frac{m-2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1, 2
9	$i, 0, i$ и $i, m-1, i$	$2 \frac{(m-2)^2}{m^3}$	0, $m-1$	2	1, 2
10	0, $i, m-1$ и $m-1, i, 0$	$2 \frac{m-2}{m^3}$	$i, i$	$2(m-2)$	3, 4
11	0, $i, 0$ и $m-1, i, m-1$	$2 \frac{m-2}{m^3}$	$i, i$	$2(m-2)$	3, 4
12	0, $i, i$ и $m-1, i, i$	$4 \frac{(m-2)^2}{m^3}$	$i, i$	$2(m-2)$	3, 4
13	$i, i, i$	$\frac{(m-2)^3}{m^3}$	$i$	$m-2$	3, 4

Примечание. Здесь  $i=1, \overline{m-2}$ .

Значение  $P_{сб.э.с \eta}$  из (5.37) равно

$$P_{сб.э.с \eta} = N(\eta) \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j_{\eta}}}^{m-1} P_{сб.э.с} (j_{\eta}, k), \quad (5.38)$$

где  $j_{\eta}$  — номера позиций сигнала в  $\eta$ -й группе на нулевом тактовом интервале (т. е. в центре  $\eta$ -й последовательности);  $N(\eta) = \sum j_{\eta}$  — сумма возможных значений  $j_{\eta}$  в  $\eta$ -й группе<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Значения  $j_{\eta}$  и  $N(\eta)$  указаны в табл. 5.6.

Подставляя (5.38) в (5.37), получим

$$P_{\text{сб.э.с}} = \sum_{\eta=1}^{13} N(\eta) \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq j_{\eta}}}^{m-1} P_{\text{сб.э.с}}(j_{\eta}, k). \quad (5.39)$$

Упрощение (5.39) возможно за счет разбиения групп на подгруппы с примерно равными значениями  $P_{\text{сб.э.с}}(j_{\eta}, k)$ . Всего таких подгрупп возможно четыре. Значения  $j_{\eta}$  и  $k$  для каждой подгруппы указаны в табл. 5.7.

Таблица 5.7

Номер подгруппы ( $l$ )	Значения $j_{\eta}$	Значения $k$	Примечание
1	0, $m-1$	0, $m-1$	$j_{\eta} \neq k$
2	0, $m-1$	1, $m-2$	—
3	1, $m-2$	0, $m-1$	—
4	1, $m-2$	1, $m-2$	$j_{\eta} \neq k$

Теперь вместо (5.39) получим

$$P_{\text{сб.э.с}} = \sum_{\eta=1}^{13} N(\eta) \rho(\Gamma_{\eta}) \sum_{l=1}^4 P_{\text{сб.э.с}}(l, \eta), \quad (5.40)$$

где  $P_{\text{сб.э.с}}(l, \eta)$  — значение  $P_{\text{сб.э.с}}(j_{\eta}, k)$  в  $l$ -й подгруппе  $\eta$ -й группы.

Итак, задача сводится к вычислению  $P_{\text{сб.э.с}}(l, \eta)$ . Общее количество слагаемых в (5.40) определяется тем, какие подгруппы возможны в каждой  $\eta$ -й группе. Результаты такого исследования приведены в последнем столбце табл. 5.6. Теперь легко подсчитать, что общее число слагаемых в (5.40) равно 26. Можно еще уменьшить это число, если учесть, что значение  $P_{\text{сб.э.с}}(4, \eta)$  близко к тому, которое было бы в случае передачи сигналов по неискажающему каналу <sup>1)</sup>. Тогда общее число слагаемых сократится до 23, из которых одно вычисляется по известной формуле для  $P_{\text{сб.э.с}}$  в бинарной системе для неискажающего канала, имеющей для нашего случая вид

$$P_{\text{сб.э.с}}(4, \eta) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{h^2}{2} \tau\right). \quad (5.41)$$

При вычислениях  $P_{\text{сб.э.с}}$  по (5.40) в настоящей работе выражение (5.41) использовалось только для  $l=4, \eta=13$ . Методика вычисления  $P_{\text{сб.э.с}}(j_{\eta}, k)$  ввиду громоздкости вынесена в приложение 1.

<sup>1)</sup> Этот вывод основан на результатах, полученных в § 5.5 и представленных в табл. 5.2—5.4 и на рис. 5.8.

## 5.7. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СПДИ С МЧМ ПРИ АППРОКСИМАЦИИ КАНАЛА ИПФ

Как показано в § 5.6, вычисление  $P_{сб.э.с}$  сводится к вычислению  $P_{сб.э.с}(j_\eta, k)$  в  $l$  подгруппах всех  $\eta$ -х групп. Напомним, что подгруппы образованы за счет допущения о равенстве значений  $P_{сб.э.с}(j_\eta, k)$  при фиксированных  $l$  и  $\eta$ . Однако, на самом деле, такое равенство не имеет места и для его обеспечения необходимо ввести некоторые дополнительные условия. Целесообразно ввести эти условия такими, чтобы получить верхнюю и нижнюю оценки истинного значения  $P_{сб.э.с}$ <sup>1)</sup>.

В настоящей работе верхняя оценка  $P_{сб.э.с}$  вычисляется в предположении равенства уровня переходных помех во всех внутренних субканалах (при передаче сигнала на внешней позиции) значению переходной помехи в соседнем субканале, ближайшем к тому внешнему, по которому передается сигнал. Это можно записать математически так:

$$v_i(q, k) = \left\{ \begin{array}{l} v_{k+1}(q, k), \quad k = 0 \\ v_{k-1}(q, k), \quad k = m-1 \end{array} \right\}, \quad i = \overline{1, m-2}. \quad (5.42)$$

Кроме того, в этом случае дисперсии помех во всех внутренних субканалах полагаются равными значению, которое было бы в случае неискажающего КС, а функции взаимной корреляции между помеховыми составляющими отсчетов для всех пар субканалов — одинаковыми и равными значению для пары, образованной внешними субканалами<sup>2)</sup>. Наложённые условия имеют следующий вид:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_i^2 = \sigma^2, \quad i = \overline{1, m-2} \\ K_{nij} = K_{no(m-1)}, \quad i, j \in \{m\}, \quad i \neq j \end{array} \right\} \quad (5.43)$$

где  $\sigma^2$  — дисперсия помех для случая неискажающего КС;  $K_{nij}$  — функция взаимной корреляции между помеховыми составляющими отсчетов для пары, составленной из  $i$ - и  $j$ -го субканалов.

Условия, при которых вычисляется нижняя оценка, имеют вид:

$$\left. \begin{array}{l} v_i(q, k) = \left\{ \begin{array}{l} v_{m-1}(q, k), \quad k = 0 \\ v_0(q, k), \quad k = m-1 \end{array} \right\}, \quad i = \overline{1, m-2} \\ \sigma_i^2 = \sigma_k^2, \quad i = \overline{1, m-2}, \quad k = \overline{1, m-2} \\ K_{nij} = K_{nkp}, \quad i, j \in \{m\}, \quad i \neq j, \quad k = 0, m-1 \\ p = \left\{ \begin{array}{l} 1, \quad \text{если } k = 0 \\ m-2, \quad \text{если } k = m-1 \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (5.44)$$

<sup>1)</sup> Здесь истинное значение  $P_{сб.э.с}$  понимается в смысле его вычисления по (5.33).

<sup>2)</sup> Это объясняется тем, что с уменьшением взаимной корреляции помехоустойчивость ухудшается, а минимальная корреляция имеет место именно для пары, образованной внешними субканалами.



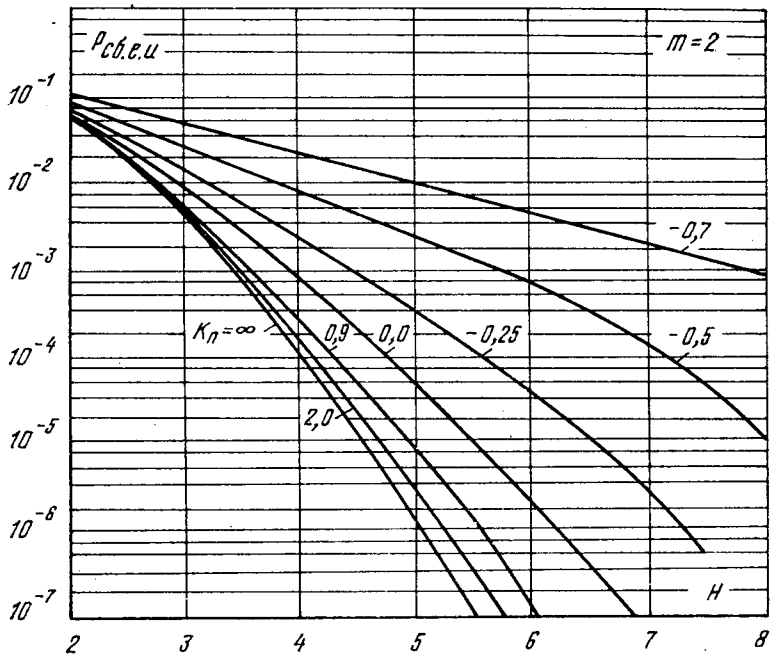


Рис. 5.10

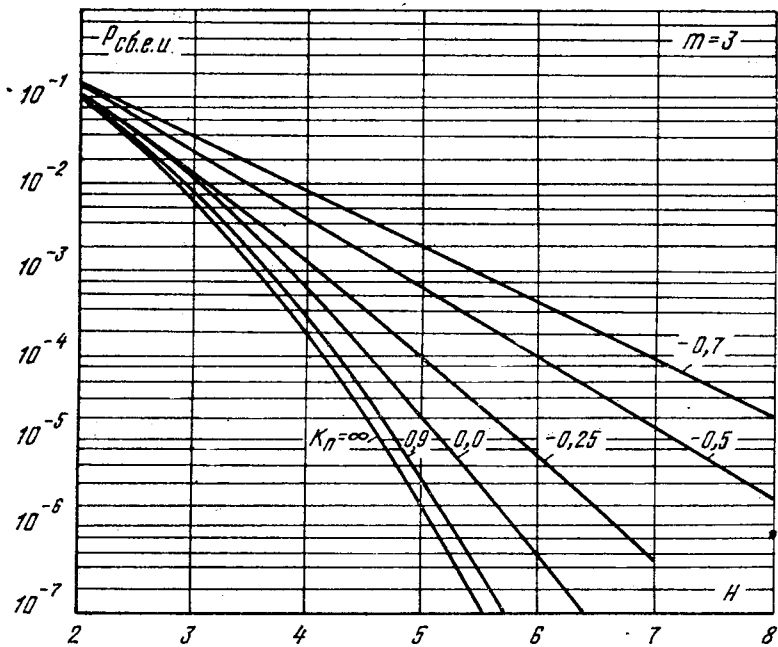


Рис. 5.11

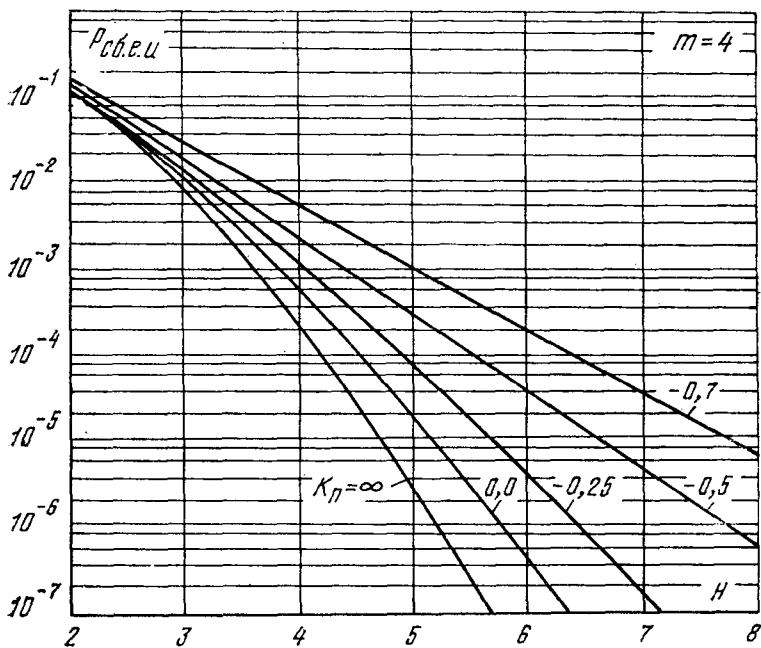


Рис. 5.12

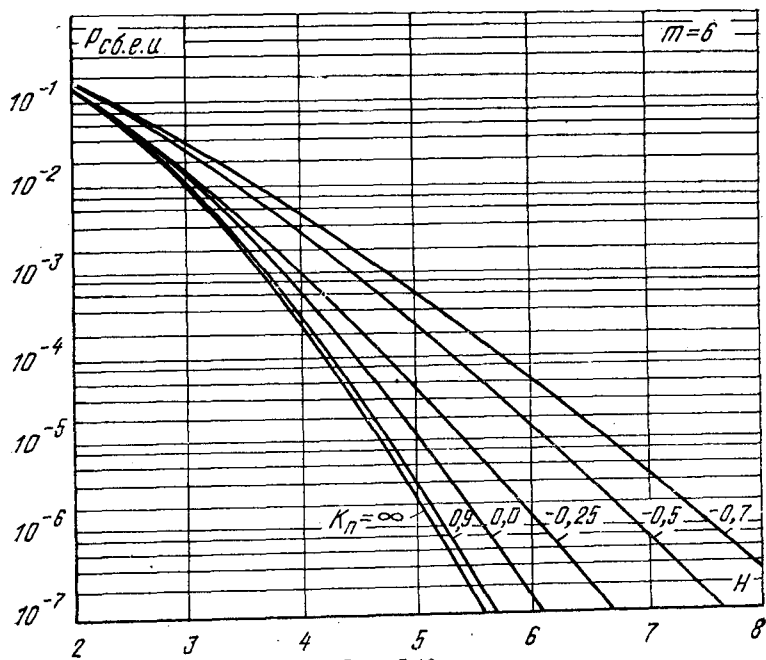


Рис. 5.13

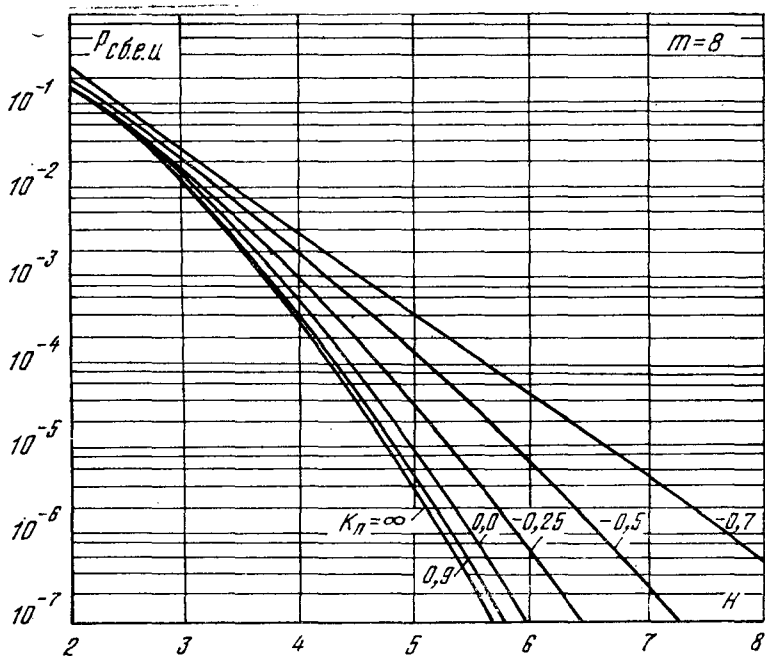


Рис. 5.14

Условия (5.42), (5.43) и (5.44) были использованы при вычислении  $P_{сб.э.с}(j_{п}, k)$  по формулам и методике, изложенным в приложении 1. Вычисление  $P_{сб.э.с}$  проводилось по (5.40) и с учетом (5.41), а вычисление  $P_{сб.э.и}$  — по (3.82). Результаты вычислений  $P_{сб.э.и}$  в предположении, что  $K_{энтр}K_{изб.непр}=1$ , представлены на рис. 5.10—5.14 для значений  $m=2, 3, 4, 6, 8$ . Параметром графиков служит значение  $K_{п}$ . Графики построены по вычислениям, проведенным для верхней оценки. Графики для нижней оценки не приведены, поскольку расхождение между ними и графиками для верхней оценки столь незначительно, что в масштабах рис. 5.10—5.14 они практически неразличимы.

Аналогичные графики были ранее получены в [105, 107] и приведены в [142]. Графики рис. 5.10—5.14 более точны, поскольку они построены на основе улучшенной методики и, кроме того, здесь исправлены некоторые ошибки в вычислениях (непринципиального характера), допущенные в [105, 107]. Можно, однако, убедиться, что расхождение между графиками не очень велико.

## 6.1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей главе проводится оценка СПДИ классов МЧМ и МОФМ по критериям цены и эффективности, введенным в гл. 4. При этом преследуются две цели:

- апробировать методику оценки по введенным критериям;
- получить количественную оценку для конкретных классов СПДИ.

Рассмотрение только двух классов СПДИ объясняется ограниченным объемом настоящей работы, а выбор классов СПДИ с МЧМ и МОФМ — их априорной перспективностью. Но и в этих классах рассмотрены не все модели, а только более простые — при отсутствии КОС и простом кодировании. Поскольку простота модели означает и простоту (относительную) ее технической реализации, то полученные здесь результаты имеют важное практическое значение, в том числе для последующего сравнения их с результатами, полученными при оценке более сложных моделей.

С целью сокращения объема оценка проводится лишь для простейшей модели СПДИ с МЧМ (§ 6.2) строго в соответствии с процедурой, разработанной в гл. 4. В дальнейшем используется упрощенная процедура, при которой второстепенные моменты опускаются или даются ссылки на предыдущий текст или другие работы.

Результаты оценки подвергнуты анализу и обобщению, на основе чего сделаны выводы о перспективности рассмотренных СПДИ и целесообразных областях применения каждой из них.

Перечень допущений, накладываемых на рассматриваемые в этой главе модели СПДИ с МЧМ, сведен в табл. 6.1. Отличия в допущениях для класса СПДИ с МОФМ указываются в § 6.10.

Класс СПДИ с МЧМ удовлетворяет условиям  $m^a = m_\phi = 1$ ,  $m_\tau \geq 2$ , а класс СПДИ с МОФМ — условиям  $m^a = m_\tau = 1$ ,  $m_\phi \geq 2$ .

## 6.2. ОЦЕНКА ПРОСТЕЙШЕЙ МОДЕЛИ СПДИ С МЧМ

Простейшая модель СПДИ с МЧМ образуется при наложении допущений 1—5, 7, 9, 11—15 (табл. 6.1). Допущение 11 нуждается в уточнении. Оно состоит в том, что АЧХ и ФЧХ КС пола-

гаются соответствующими АЧХ и ФЧХ ИПФ, а параметр  $K_{\Pi}$  удовлетворяет условию  $K_{\Pi} \geq K_{\Pi \text{ мин}}$ , где  $K_{\Pi \text{ мин}}$  — значение  $K_{\Pi}$ , при котором влиянием искажений сигналов на помехоустойчивость можно пренебречь (параметр  $K_{\Pi}$  введен в § 3.4 и поясняется на рис. 3.10). Приведенное уточнение в совокупности с допущением 1 позволяет считать, что и на выходе КС сигналы имеют равные энергии, а в совокупности с допущением 15, что система сигналов остается ортогональной в усиленном смысле также и на выходе КС.

Таблица 6.1

№ пп.	Формулировка допущения	№№ параграфов, на которые допущение не распространяется
1	Сигналы на входе КС имеют равные энергии: $E_i = E$ , $i = \overline{0, m-1}$	—
2	Помехоустойчивость достаточно высока (ориентировочно $P_{\text{сб.е.и}} \leq 10^{-3}$ )	—
3	Условия, при которых $P_{\text{сб.е.и}}$ определяется выражением (3.77), выполняются	—
4	Способ приема — оптимальный некогерентный	—
5	СК и ПК, а также КОС отсутствуют	—
6	Рассинхронизация по частоте и времени отсутствует	—
7	Помеха — нормальный белый шум со спектральной плотностью мощности $\nu_0^2$	6.8
8	Помеха — импульсный случайный процесс	Все, кроме 6.8
9	КС — с постоянными параметрами	6.9
10	КС — с переменными параметрами	Все, кроме 6.9
11	Влияние АЧХ и ФЧХ КС на помехоустойчивость не учитывается	6.6, 6.7
12	Ограничения на значения технических параметров не учитываются	6.7
13	Количество каналов $L=1$	6.3
14	Количество переносчиков $\beta=1$	6.4
15	Система сигналов на входе КС ортогональна в усиленном смысле	6.5

Допущение 2 позволяет для определения  $P_{\text{сб.э.с}}$  использовать приближенное выражение [153, 160, 161]

$$P_{\text{сб.э.с.т}} = (m-1)P_{\text{сб.э.с.2}}, \quad (6.1)$$

причем бинарная система в данном случае образуется из любых двух позиций многопозиционной системы.

Значение  $P_{сб.э.с2}$  с учетом допущения 4 определяется выражением [153, 160, 161]

$$P_{сб.э.с2} = \frac{1}{2} e^{-\frac{h^2}{2} \tau} \quad (6.2)$$

Допущение 15 в совокупности с допущением 4 требует, чтобы частоты сигналов были кратны  $\frac{1}{\tau}$  [161]. Более легким условием, обеспечивающим приблизительную ортогональность в усиленном смысле, является условие [161]

$$\Delta f_p = k \Delta f_{э.с} \quad (6.3)$$

где  $k=1, 2, 3, \dots$ , а смысл  $\Delta f_p$  и  $\Delta f_{э.с}$  поясняется в § 3.4 и на рис. 3.10. Из сопоставления (6.3) и (3.98) следует, что  $k=1+\varepsilon$ . Поскольку помехоустойчивость от значения  $k$  не зависит, а занимаемая СПДИ с МЧМ полоса частот  $\Delta f_{\Sigma}$  с увеличением  $\varepsilon$  растет, что видно из (3.103), то имеет смысл наложить условие

$$\varepsilon = 0, \quad (6.4)$$

конкретизирующее допущение 15 для рассматриваемой модели.

На основе допущения 14 с учетом условия  $m_a = m_{\phi} = 1$ , что эквивалентно  $\eta = 1$ , из (1.44) получим

$$m = m_{\psi} \quad (6.5)$$

Оценка будет проведена по критериям цены и эффективности в соответствии с методикой, изложенной соответственно в §§ 4.4 и 4.3, причем в качестве оценочного будет использован только безразмерный параметр (выигрыш).

Оценка по критерию цены. Принимая в качестве информационных параметры  $R$  и  $P_{сб.е.и}$ , а в качестве технических  $\Pi$  рода —  $\Delta f_{\Sigma}$  с учетом допущений, принятых в табл. 6.1, выражений (6.1), (6.2), (6.4), (6.5) и полученных в гл. 3 выражений для  $R$ ,  $P_{сб.е.и}$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ , представим систему уравнений типа (4.39) в виде:

$$\left. \begin{aligned} R &= K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}} \frac{\log_2 m}{\tau} \\ P_{сб.е.и} &= \frac{m-1}{2 K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} e^{-\frac{h^2}{2} \tau} \\ \Delta f_{\Sigma} &= \frac{m + K_{\Pi}}{\tau} \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

Учитывая, что в состав (6.6) входят множества технических параметров I рода  $\{x_I\}$  и внутренних параметров  $\{\delta\}$ , а также, что  $\{x_I\} = \{h^2\}$ , определим состав множества<sup>1)</sup>  $\{\delta\}$ :

$$\{\delta\} = \{N, K_{\text{энтр}}, a, m, \tau, K_{\Pi}\} \quad (6.7)$$

<sup>1)</sup> Здесь использовано выражение (3.34), согласно которому  $K_{\text{изб.непр}} = k_1(N, a, m)$ .

Принимая в качестве эталонной бинарную СПДИ ( $m=2$ ), из (6.7) получим

$$\{\delta_2\} = \{N_2, K_{\text{ЭНТР}2}, a_2, m=2, \tau_2, K_{\text{П}2}\}. \quad (6.8)$$

Составим систему ограничений типа (4.27) для оцениваемой и эталонной СПДИ. Разделим также множества внутренних параметров  $\{\delta\}$  и  $\{\delta_2\}$  соответственно на подмножества  $\{\delta_0\}$ ,  $\{\delta_1\}$  и  $\{\delta_{02}\}$ ,  $\{\delta_{12}\}$ . Результаты сведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Оцениваемая СПДИ		Эталонная бинарная СПДИ	
множество (подмножество)	параметр и пределы его изменения	множество (подмножество)	параметр и пределы его изменения
$\{\delta_0\}$	$N = \text{const}$	$\{\delta_{02}\}$	$N_2 = \text{const}$
	$K_{\text{ЭНТР}} = \text{const}$		$K_{\text{ЭНТР}2} = \text{const}$
$m = 2, 3, 4, \dots, \infty$	$m = 2$		
$a = 1, 2, 3, \dots, \infty$	$a_2 = 1, 2, 3, \dots, \infty$		
$\{\delta_1\}$	$K_{\text{ПМИН}} \leq K_{\text{П}} \leq \infty$	$\{\delta_{12}\}$	$K_{\text{П}2\text{МИН}} \leq K_{\text{П}2} \leq \infty$
	$0 \leq \tau \leq \infty$		$0 \leq \tau_2 \leq \infty$
$\{x_I\}$	$0 \leq h^2 \leq \infty$	$\{x_{I2}\}$	$0 \leq h_2^2 \leq \infty$
$\{x_{II}\}$	$\frac{m + K_{\text{ПМИН}}}{\tau} \leq \Delta f_{\Sigma} \leq \infty$	$\{x_{II2}\}$	$\frac{2 + K_{\text{П}2\text{МИН}}}{\tau} \leq \Delta f_{\Sigma 2} \leq \infty$

По данным табл. 6.2 составим систему ограничений типа (4.28д), представив ее в виде табл. 6.3.

Таблица 6.3

Подмножества	Ограничение
$\{\delta_{0m}\}$	$N_m = N_2 = N = \text{const}$
$\{\delta_{02}\}$	$K_{\text{ЭНТР}m} = K_{\text{ЭНТР}2} = K_{\text{ЭНТР}} = \text{const}$
$\{\delta_{1m}\}$	$a_m = a_2 = a$
$\{\delta_{12}\}$	

Составим ограничения типа (4.28в):

$$\left. \begin{aligned} R_m = R_2 = R = \text{const} \\ P_{\text{сб.е.и}m} = P_{\text{сб.е.и}2} = P_{\text{сб.е.и}} = \text{const} \end{aligned} \right\}. \quad (6.9)$$

Разрешая систему ур-ний (6.6) относительно технических параметров  $h^2$  и  $\Delta f_{\Sigma}$ , получим

$$\left. \begin{aligned} h^2 &= \frac{2R}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} \ln \frac{m-1}{2P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} \\ \Delta f_{\Sigma} &= \frac{m + K_{\text{п}}}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} R \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

Подставляя в (6.10) значения внутренних параметров для эталонной бинарной СПДИ с учетом табл. 6.2, а также выражения (6.9), запишем

$$\left. \begin{aligned} h_2^2 &= \frac{2R}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр} 2}} \ln \frac{1}{2P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр} 2}} \\ \Delta f_{\Sigma 2} &= \frac{2 + K_{\text{п}2}}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр} 2}} R \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

Подставляя значения  $h_2^2$  и  $\Delta f_{\Sigma 2}$  из (6.11) в (4.4), получим

$$C_2 = \frac{R}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр} 2}} \left[ 2\alpha_H \ln \frac{1}{2P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр} 2}} + \alpha_F (2 + K_{\text{п}2}) \right]. \quad (6.12)$$

Для нахождения оптимальной эталонной бинарной СПДИ необходимо по (6.12) найти  $\min C_2$  по вариациям внутренних параметров, принадлежащих подмножеству  $\{\delta_{12}\}$ . Из табл. 6.2 видно, что в данном случае  $\{\delta_{12}\} = \{a_2, K_{\text{п}2}\}$ , поскольку параметр  $\tau_2$  в (6.12) отсутствует. Но согласно табл. 6.3 на параметр  $a_2$  наложено условие  $a_m = a_2 = a$ , что исключает возможность его фиксации. Следовательно, единственным параметром, допускающим независимые вариации, является параметр  $K_{\text{п}2}$ . Тогда из (6.12) следует, что условию  $\min C_2$  соответствует условие

$$K_{\text{п}2 \text{ опт}} = K_{\text{п}2 \text{ мин}}. \quad (6.13)$$

Выражение для выигрыша в цене получим, подставляя в (4.45) значения  $h^2$ ,  $\Delta f_{\Sigma}$ ,  $h_2^2$ ,  $\Delta f_{\Sigma 2}$  из (6.10) и (6.11) и учитывая (6.13):

$$\begin{aligned} B_{\text{ц}} &= \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} \ln \frac{1}{2P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр} 2}}}{\frac{m + K_{\text{п}} m}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} \ln \frac{m-1}{2P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{изб.непр} m} \log_2 m}} \times \\ &\quad \times \frac{K_{\text{изб.непр} m}}{K_{\text{изб.непр} 2}} \log_2 m. \end{aligned} \quad (6.14)$$



Как видно из (6.14), с учетом выражения (3.21), определяющего значение  $K_{\text{изб. непр}}$ , выигрыш  $B_{\text{ц}}$  является функцией вида <sup>1)</sup>

$$B_{\text{ц}} = B_{\text{ц}} \left( \frac{\alpha_H}{\alpha_F}, K_{\text{п2 мин}}, K_{\text{пт}}, P_{\text{сб. е. и}}, K_{\text{энтр}}, a, N, m \right). \quad (6.15)$$

Аргументы  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ ,  $K_{\text{п2 мин}}$ ,  $P_{\text{сб. е. и}}$ ,  $K_{\text{энтр}}$  и  $N$  в правой части (6.15)

являются заданными и поэтому их можно рассматривать в качестве параметров уравнения (6.14). Аргументы же  $K_{\text{пт}}$ ,  $a$  и  $m$  могут изменяться в пределах, указанных в табл. 6.2. Другими словами, эти аргументы составляют подмножество  $\{\delta_{1m}\}$ , и так  $B_{\text{ц}}$  должно определяться по их вариациям. В данном случае легко показать, аналогично тому, как это было сделано для эталонной бинарной системы, что

$$K_{\text{пт опт}} = K_{\text{пт мин}}. \quad (6.16)$$

Аргумент  $a$  оставляется свободным, т. е. значение  $B_{\text{ц}}$  должно вычисляться последовательно при  $a=1, 2, 3, \dots$ . Тогда единственным аргументом, допускающим независимые вариации, остается число позиций  $m$ , и вместо (6.15) можно записать

$$B_{\text{ц}} = B_{\text{ц}}(m); \quad \{\Pi\} = \text{const}, \quad (6.17)$$

где  $\{\Pi\} = \left\{ \frac{\alpha_H}{\alpha_F}, K_{\text{п2 мин}}, K_{\text{пт мин}}, P_{\text{сб. е. и}}, K_{\text{энтр}}, a, N \right\}$  — множество параметров функции  $B_{\text{ц}}(m)$ .

С учетом сказанного окончательное выражение для  $B_{\text{ц}}$

$$B_{\text{ц}} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\text{п2 мин}}} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр. 2}}}}{\frac{m + K_{\text{пт мин}}}{2 + K_{\text{п2 мин}}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\text{п2 мин}}} \ln \frac{m - 1}{2 P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр. } m} \log_2 m}} \times \\ \times \frac{K_{\text{изб. непр. } m}}{K_{\text{изб. непр. 2}}} \log_2 m. \quad (6.18)$$

Обращаясь к (6.18), с учетом также (3.21) нетрудно убедиться, что исследование функции  $B_{\text{ц}}(m)$  на экстремум и определение значения  $m = m_{\text{опт}}$  представляет очень сложную задачу, так что аналитический путь определения оптимальной СПДИ практически неприемлем. Поэтому в дальнейшем будет использован другой путь — построение графиков  $B_{\text{ц}}(m)$  при различных сочетаниях параметров, образующих множество  $\{\Pi\}$ .

В множестве  $\{\Pi\}$  из (6.17) пока не определенными являются параметры  $K_{\text{п2 мин}}$  и  $K_{\text{пт мин}}$ . Для их определения требуется установ-

<sup>1)</sup> Интересно отметить, что значение  $B_{\text{ц}}$  не зависит от  $R$ , т. е. выигрыш в цене СПДИ с МЧМ перед бинарной инвариантен по отношению к скорости передачи информации. Как будет видно из дальнейшего, при наложении ограничений на значения технических параметров эта инвариантность исчезает.

ление функциональных зависимостей между  $P_{\text{сб. е. и}}$  и  $K_{\Pi}$ , поскольку  $K_{\Pi \text{ мин}}$  определено выше как значение  $K_{\Pi}$ , при котором влиянием искажений сигнала на помехоустойчивость можно пренебречь. Такие зависимости получены в гл. 5 настоящей работы и их можно было бы использовать здесь для определения  $K_{\Pi 2 \text{ мин}}$  и  $K_{\Pi t \text{ мин}}$ . Однако делать этого мы не будем по следующим соображениям. Если зависимости между  $P_{\text{сб. е. и}}$  и  $K_{\Pi}$  известны, то введенное выше ограничение  $K_{\Pi} \geq K_{\Pi \text{ мин}}$  становится неоправданным. Действительно, в этом случае  $P_{\text{сб. е. и}}$  зависит также от  $K_{\Pi}$  и, следовательно, от  $K_{\Pi}$  будет зависеть и технический параметр  $h^2$ . Выражение для цены СПДИ будет иметь вид

$$C = \alpha_H H(\alpha_1, \dots, \alpha_x, K_{\Pi}) + \alpha_F F(\beta_1, \dots, \beta_y, K_{\Pi}), \quad (6.19)$$

где  $\alpha_1, \dots, \alpha_x$  — аргументы функции  $H$ , определяющей  $h^2$ ;  $\beta_1, \dots, \beta_y$  — аргументы функции  $F$ , определяющей  $\Delta f_{\Sigma}$ .

Легко показать, что характер функций  $H$  и  $F$  таков, что с ростом  $K_{\Pi}$  первое слагаемое в правой части (6.19) уменьшается, а второе — растет. Следовательно, должно существовать некое оптимальное значение  $K_{\Pi} = K_{\Pi \text{ опт}}$ , минимизирующее цену СПДИ. При некоторых сочетаниях значений аргументов  $\alpha_1, \dots, \alpha_x, \beta_1, \dots, \beta_y$  может оказаться, что  $K_{\Pi \text{ опт}} < K_{\Pi \text{ мин}}$ , что и доказывает неоправданность ограничений  $K_{\Pi} \geq K_{\Pi \text{ мин}}$ . При этих условиях также в общем случае  $K_{\Pi \text{ опт}} \neq K_{\Pi \text{ мин}}$ .

Ограничение  $K_{\Pi} \geq K_{\Pi \text{ мин}}$  введено здесь с целью продемонстрировать методику оценки СПДИ применительно к тем случаям, когда зависимости между  $P_{\text{сб. е. и}}$  и  $K_{\Pi}$  неизвестны, что в настоящее время характерно по отношению к большинству СПДИ. В этих случаях единственно возможным решением является установление значений  $K_{\Pi 2 \text{ мин}}$  и  $K_{\Pi t \text{ мин}}$  ориентировочно, руководствуясь качественным анализом влияния  $K_{\Pi}$  на  $P_{\text{сб. е. и}}$ . В данном случае, обращаясь к рис. 3.10 и учитывая (6.4), можно ориентировочно принять

$$K_{\Pi \text{ мин}} = 0 \div 2, \quad (6.20)$$

поскольку при этом часть спектра сигналов даже крайних позиций, выходящая за пределы полосы пропускания КС, невелика. Кроме того, вполне очевидно неравенство  $K_{\Pi 2 \text{ мин}} > K_{\Pi t \text{ мин}}$ , поскольку при  $t > 2$  сигналы, находящиеся на внутренних позициях, искажаются меньше, а при  $t = 2$  оба сигнала находятся на крайних позициях. Если при этом наложить условие

$$K_{\Pi 2 \text{ мин}} = K_{\Pi t \text{ мин}} = K_{\Pi \text{ мин}}, \quad (6.21)$$

то СПДИ с МЧМ оказывается в более неблагоприятных условиях по сравнению с бинарной, что позволяет считать полученные с учетом (6.21) значения  $V_{\Pi}$  нижней оценкой.

Обращаясь снова к множеству  $\{\Pi\}$  из (6.17), видим, что даже при принятии условия (6.21) в составе этого множества будет

шесть параметров, что исключает возможность наглядной графической интерпретации функции  $B_{\Pi}(m)$ . Поэтому целесообразно рассмотреть некоторые частные случаи, зафиксировав часть параметров из множества  $\{\Pi\}$ .

Пусть, например, наложены условия:

$$K_{\text{изб. непр. } 2} = K_{\text{изб. непр. } m} = 1; \quad K_{\text{энтр}} = 1. \quad (6.22)$$

Первое условие из (6.22), как можно установить из анализа (3.21), выполняется при  $N_x \rightarrow \infty$ , что эквивалентно  $a \rightarrow \infty$ . Следовательно, выражение для  $B_{\Pi}$ , полученное с учетом выполнения этого условия, может рассматриваться как асимптотическое при неограниченном укрупнении алфавита ИС. Второе условие из (6.22) соответствует ИС с максимальной энтропией. Тогда из (6.14) с учетом (6.21) и (6.22) получим

$$B_{\Pi} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\Pi \text{ мин}}} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}}}}{\frac{m + K_{\Pi \text{ мин}}}{2 + K_{\Pi \text{ мин}}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\Pi \text{ мин}}} \ln \frac{m-1}{2 P_{\text{сб.е.и}} \log_2 m}} \log_2 m. \quad (6.23)$$

Аналогичное выражение получено в [141, 142], а также для частного случая  $K_{\Pi \text{ мин}} = 0$  в [130, 132]. Проведенный выше анализ показывает, что пределы его применимости ограничены выполнением условий (6.21) и (6.22). Тем не менее, как будет видно из дальнейшего, выражение (6.23) приемлемо для использования в качестве первого приближения и при невыполнении указанных условий. Его основным преимуществом перед точным выражением (6.18) является отсутствие членов  $K_{\text{энтр}}$  и  $K_{\text{изб. непр.}}$ , что, в частности, приводит к более удобной графической интерпретации.

Отношение весовых коэффициентов  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  может изменяться от 0 до  $\infty$ . Для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  из (6.18) получим

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{\Pi} &= \frac{2 + K_{\Pi 2 \text{ мин}}}{m + K_{\Pi m \text{ мин}}} \frac{K_{\text{изб. непр. } m}}{K_{\text{изб. непр. } 2}} \log_2 m \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{\Pi} &= \frac{\ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр. } 2}}}{\ln \frac{m-1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр. } m} \log_2 m}} \frac{K_{\text{изб. непр. } m}}{K_{\text{изб. непр. } 2}} \log_2 m \end{aligned} \right\} . \quad (6.24)$$

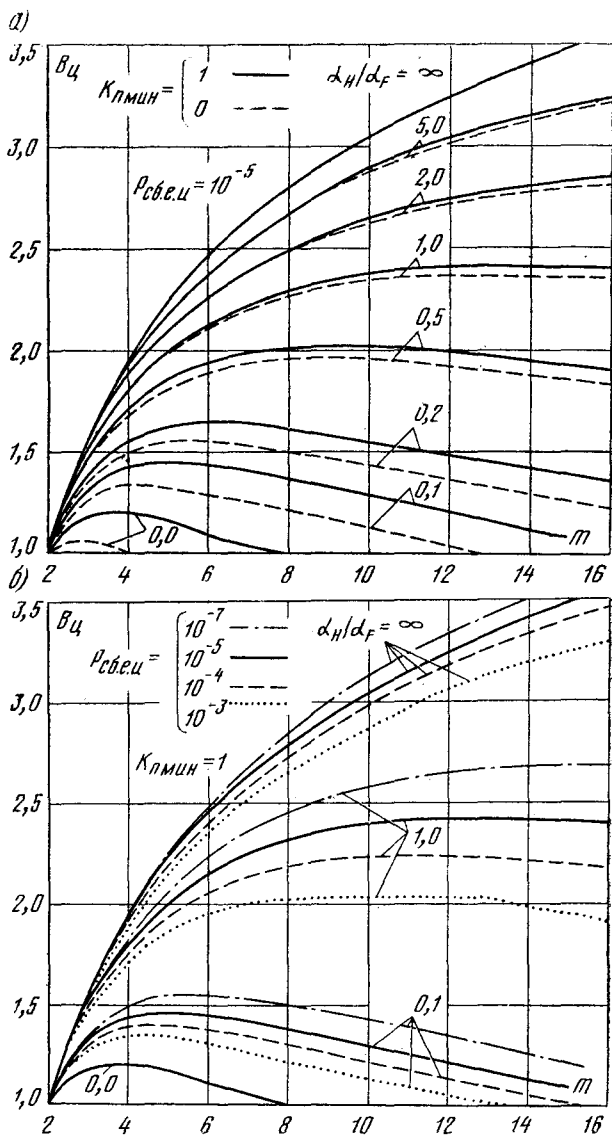
Для рассматриваемого частного случая, когда выполняются условия (6.22), из (6.24) следует, что

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{Ц} &= \frac{2 + K_{П\text{ мин}}}{m + K_{П\text{ мин}}} \log_2 m \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{Ц} &= \frac{\ln(1/2 P_{\text{сб. е. и}})}{\ln(m - 1/2 P_{\text{сб. е. и}} \log_2 m)} \log_2 m \end{aligned} \right\} \quad (6.25)$$

Как видно из (6.24), в общем случае значение  $B_{Ц}$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  не зависит от  $P_{\text{сб. е. и}}$  и  $K_{\text{звтр}}$ , а при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  — от значений  $K_{П2}$  и  $K_{Пт}$ .

Для определения характера зависимости  $B_{Ц}(m)$  для рассматриваемого частного случая и влияния на эту зависимость величин  $P_{\text{сб. е. и}}$ ,  $K_{П\text{ мин}}$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  на рис. 6.1 по ф-лам (6.23) и (6.25) построены графики в виде семейства кривых, параметром которых является значение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . На рис. 6.1а графики построены при  $P_{\text{сб. е. и}} = 10^{-5}$  для  $K_{П\text{ мин}} = 0; 1$ , а на рис. 6.1б — для  $K_{П\text{ мин}} = 1$  при  $P_{\text{сб. е. и}} = 10^{-3}; 10^{-4}; 10^{-5}; 10^{-7}$ . Как видно, максимальный выигрыш ( $B_{Ц\text{ макс}}$ ) достигается всегда при  $m > 2$ . Это свидетельствует о том, что СПДИ с МЧМ лучше бинарной при всех значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ ,  $K_{П\text{ мин}}$  и  $P_{\text{сб. е. и}}$ . Абсолютное же значение выигрыша определяется, естественно, значениями параметров  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ ,  $K_{П\text{ мин}}$  и  $P_{\text{сб. е. и}}$ . Общая тенденция такова, что при увеличении  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и  $K_{П\text{ мин}}$  или уменьшении  $P_{\text{сб. е. и}}$  значения  $m_{\text{ опт}}$  и  $B_{Ц\text{ макс}}$  растут.

Из рис. 6.1 видно также, что ход графиков  $B_{Ц}(m)$  в общем довольно слабо зависит от значений  $K_{П\text{ мин}}$  и  $P_{\text{сб. е. и}}$ . Однако степень влияния этих величин зависит от значения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Так, из рис. 6.1а следует, что влияние значения  $K_{П\text{ мин}}$  ослабевает с ростом  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и в пределе при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  ход функции  $B_{Ц}(m)$  вообще перестает зависеть от  $K_{П\text{ мин}}$ . Это видно и из (6.25). Отсюда следует, что чем меньше  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , тем более тщательно нужно производить выбор  $K_{П\text{ мин}}$ . Что



касается влияния на ход графиков величины  $P_{сб.е.и}$ , то, как видно из (6.25), при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  значение  $V_{ц}$  вообще не зависит от  $P_{сб.е.и}$  (это видно и из рис. 6.1б), однако с ростом  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  влияние  $P_{сб.е.и}$  нарастает до некоторого конечного значения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , а затем начи-

нает уменьшаться. Впрочем, этот вывод не имеет существенного значения, поскольку величина  $P_{\text{сб. е. и}}$ , в отличие от  $K_{\text{ц мин}}$ , не выбирается, а является заданной.

Важной особенностью графиков  $V_{\text{ц}}(m)$ , полученных в предположении выполнения условий (6.22), является слабое изменение значения  $V_{\text{ц}}$  в районе экстремума. Например, если принять  $K_{\text{ц мин}}=1$  и  $P_{\text{сб. е. и}}=10^{-5}$ , то из рис. 6.1а следует, что выбор  $m=5$  для значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}=0 \div 0,5$  и  $m=10$  для  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}=0,5 \div 5,0$  обеспечивает отклонение  $V_{\text{ц}}$  от  $V_{\text{ц макс}}$  всего лишь в пределах 10% (для  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > 1$  вместо  $V_{\text{ц макс}}$  использовано значение  $V_{\text{ц}}$  при  $m=16$ ).

Проведенное выше исследование справедливо в предположении выполнения условий (6.22). Эти условия, как отмечалось выше, выполняются лишь в случае, когда  $a \rightarrow \infty$ , а ИС имеет максимальную энтропию. Первое невыполнимо практически, а второе встречается весьма редко. Поэтому представляет интерес рассмотреть случай, когда условия (6.22) не выполняются. Полученные результаты помогут также оценить допустимость использования выражения (6.23) в качестве приближенного.

Сопоставляя (6.24) с (6.25), видим, что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  коэффициент  $K_{\text{энтр}}$  вообще не влияет на ход функции  $V_{\text{ц}}(m)$ . При  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  (и вообще при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \neq 0$ ) коэффициент  $K_{\text{энтр}}$  является множителем выражения, в которое входит  $P_{\text{сб. е. и}}$ . Следовательно, влияние коэффициента  $K_{\text{энтр}}$  на ход функции  $V_{\text{ц}}(m)$  такое же, как и величины  $P_{\text{сб. е. и}}$ , т. е. с уменьшением  $K_{\text{энтр}}$  выигрыш  $V_{\text{ц}}$  растет.

Если значение  $K_{\text{энтр}}$  известно, то его учет при вычислении  $V_{\text{ц}}$  прост и сводится к подстановке (в 6.23) вместо  $P_{\text{сб. е. и}}$  значения  $P'_{\text{сб. е. и}} = P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}}$ .

Однако значение  $K_{\text{энтр}}$  во многих случаях бывает неизвестным или известным весьма ориентировочно. Поэтому представляет интерес оценить последствия замены истинного значения  $K_{\text{энтр}}$  значением  $K_{\text{энтр}}=1$ . Для решения этого вопроса обратимся к графикам рис. 6.1б, из которых видно, что при изменении  $P_{\text{сб. е. и}}$  на порядок значение  $V_{\text{ц}}$  изменяется в пределах всего единиц процентов. Следовательно, изменениями  $K_{\text{энтр}}$ , по крайней мере, в пределах  $0,1 \div 1,0$ , что характерно для большинства встречающихся на практике ИС, можно пренебречь.

Коэффициенты  $K_{\text{изб. непр } 2}$  и  $K_{\text{изб. непр } m}$  входят в выражение для  $V_{\text{ц}}$  двояким образом — как сомножители выражений под знаком  $\ln$ , в которые входят величины  $P_{\text{сб. е. и}}$  и  $K_{\text{энтр}}$ , и как общий коэффициент, образованный отношением  $K_{\text{изб. непр } m}$  к  $K_{\text{изб. непр } 2}$ . В первом случае влияние этих коэффициентов проявляется так же, как и влияние  $P_{\text{сб. е. и}}$  и  $K_{\text{энтр}}$ . Из рис. 3.4 можно установить, что диапазон целесообразных значений  $m$  ограничивается условием

$2 \leq m \leq N_x$ , а в пределах этого диапазона при простом кодировании значение  $K_{\text{изб. непр}}$  заключено в пределах

$$0,5 \leq K_{\text{изб. непр}} \leq 1.$$

Следовательно, изменениями  $K_{\text{изб. непр}}$  на выражения под знаком  $\ln$  можно пренебречь. Что касается влияния изменений  $K_{\text{изб. непр}}$  на общий коэффициент, то его нужно исследовать особо. Обращаясь к (3.21), получим

$$\frac{K_{\text{изб. непр. } m}}{K_{\text{изб. непр. } 2}} \log_2 m = \frac{|\log_2 N_x|}{\left[ \frac{\log_2 N_x}{\log_2 m} \right]}. \quad (6.26)$$

Сопоставляя (6.26) с (3.49), легко убедиться, что эти выражения совпадают. Следовательно, в общем случае выражение для  $B_{\text{Ц}}$  может быть записано в форме

$$B_{\text{Ц}} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\text{П } 2 \text{ мин}}} \ln \frac{1}{2^{P_{\text{сб. е. и}}} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб. непр. } 2}}}{\frac{m + K_{\text{П } m \text{ мин}}}{2 + K_{\text{П } 2 \text{ мин}}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\text{П } 2 \text{ мин}}} \ln \frac{m-1}{2^{P_{\text{сб. е. и}}} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб. непр. } m} \log_2 m}} B_R, \quad (6.27)$$

где

$$B_R = \frac{|\log_2 N_x|}{\left[ \frac{\log_2 N_x}{\log_2 m} \right]}. \quad (6.28)$$

Учитывая обоснованное выше слабое влияние  $K_{\text{Энтр}}$  и  $K_{\text{изб. непр}}$  на выражения под знаком  $\ln$ , вместо (6.27) можно также записать приближенно

$$B_{\text{Ц}} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\text{П } \text{мин}}} \ln \frac{1}{2^{P_{\text{сб. е. и}}}}}{\frac{m + K_{\text{П } \text{мин}}}{2 + K_{\text{П } \text{мин}}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\text{П } \text{мин}}} \ln \frac{m-1}{2^{P_{\text{сб. е. и}}} \log_2 m}} B_R. \quad (6.29)$$

Выражение (6.29) хотя и является приближенным, но допускаемая при этом ошибка настолько незначительна, что им можно пользоваться наряду с (6.27), как точным выражением. Лишь в случае, когда  $K_{\text{Энтр}} \ll 1$ , может возникнуть необходимость в использовании (6.27).

Как показано в § 3.2,  $\lim_{N_x \rightarrow \infty} B_R = \log_2 m$ . При конечных же значениях  $N_x$  величина  $B_R$  может быть как меньше, так и больше  $\log_2 m$  (значения  $B_R$  для диапазона  $N_x = 2^1 + 1 \div 2^{20}$  приведены в табл. 3.2 и 3.3, а для некоторых частных значений  $N_x$  — на рис. 3.7). Можно убедиться, что выбором подходящего значения  $m$  разница между  $B_R$  и  $\log_2 m$  может быть сведена к достаточно малой величине. Если это значение  $m$  находится в окрестности  $m_{\text{опт}}$ , полученного при вычислении  $B_{\text{Ц}}$  по ф-ле (6.23), то можно ожидать, что и значения  $m_{\text{опт}}$  и  $B_{\text{Ц макс}}$ , полученные из (6.27) или (6.29), будут близки

к полученным по ф-ле (6.23). Следовательно, выражение (6.23) можно использовать в качестве первого приближения для оценки значений  $m_{\text{опт}}$  и  $V_{\text{ц макс}}$ . Однако допускаемая при этом ошибка является сложной функцией аргументов  $N$  и  $a$ , в связи с чем для конкретных расчетов имеет смысл использовать ф-лы (6.27) или (6.29).

Выражения (6.27) или (6.29) могут быть также использованы для определения целесообразного значения  $a$  (т. е. степени укрупнения алфавита ИС), поскольку  $K_{\text{изб. непр } 2}$ ,  $K_{\text{изб. непр } m}$  и  $V_R$  являются функциями  $a$ . Поясним это на примере. Пусть задано:  $P_{\text{сб. е. и}} = 10^{-5}$ ;  $K_{\text{п мин}} = 1$ ;  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1$ ;  $K_{\text{антр}} = 0,5$ ;  $N = 72$ . Вычисленные по

этим данным функции  $V_{\text{ц}}(m)$  построены на рис. 6.2а. Пунктирная кривая построена по приближенной ф-ле (6.23). По точной ф-ле (6.27) графики построены

соответственно для  $a=1, 2, 3$ . Из графиков видно, что увеличение  $a$  сверх значения  $a=1$  в данном случае нецелесообразно. Действительно, если принять  $m_{\text{опт}}=5$  (по пунктирной кривой), то  $V_{\text{ц}}$  при  $a=2, 3$  лишь несущественно больше  $V_{\text{ц}}$  при  $a=1$  (порядка 2%).

Из рис. 6.2 а видно также, что функция  $V_{\text{ц}}(m)$ , вычисленная по точной формуле, изменяется в районе экстремума более быстро, чем вычисленная по приближенной формуле. Это подтверждает целесообразность использования при окончательном выборе значений  $m$  и  $a$  ф-л (6.27) или (6.29).

Интересно отметить, что значения  $V_{\text{ц}}$ , вычисленные по точной формуле, при некоторых значениях  $m$  превосходят вычисленные по приближенной формуле, а при других — меньше их, т. е. точные значения  $V_{\text{ц}}$  колеблются вокруг приближенных. Можно также отметить, что «амплитуда» этих колебаний по мере роста  $a$  уменьшается, что вполне понятно, поскольку при  $a \rightarrow \infty$  обе кривые должны слиться в одну.

Анализ рис. 6.2а показывает, что в данном примере имеется три экстремальных значения  $V_{\text{ц}}$  (при  $a=1$ ) соответственно при  $m=3, 5, 9$ , в то время как приближенная формула дает только одно —  $m_{\text{опт}}=5$ . Другими словами, уточнение хода функции  $V_{\text{ц}}(m)$  по точной формуле может вскрыть дополнительные воз-

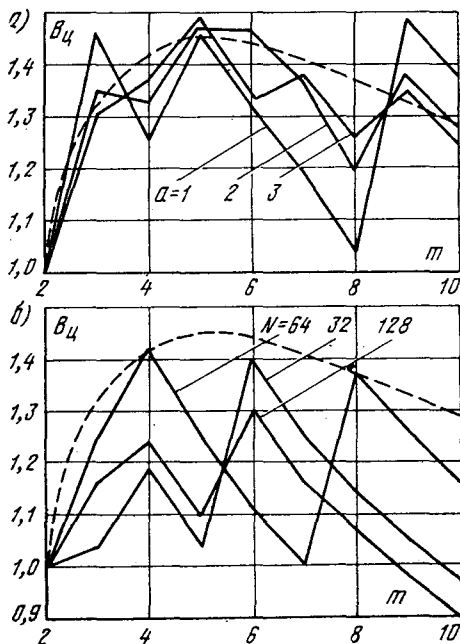


Рис. 6.2



возможности, полезные при практической реализации. В данном случае переход от  $m=5$  к  $m=3$  означает возможность некоторого упрощения кодера и декодера сигнала.

Рассмотрим вопрос о допустимости принятия выражения (6.23) в качестве первого приближения с несколько иной точки зрения. Поскольку  $C = \alpha_N h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma}$ , то, обращаясь к (6.10), нетрудно установить, что с увеличением коэффициента  $K_{\text{изб. непр}}$  (напомним, что он не может превосходить единицу) значение  $C$  уменьшается. Но оптимизация СПДИ по критерию цены как раз и состоит в минимизации цены. Следовательно, в оптимальной СПДИ значение  $K_{\text{изб. непр}}$  получается настолько близким к единице, насколько это возможно при данных условиях. Именно степень близости значений  $K_{\text{изб. непр}}$  в эталонной бинарной и оптимальной многопозиционной СПДИ определяется расхождение между соответствующими значениями  $m_{\text{опт}}$  и  $V_{\Sigma \text{ макс}}$ , получаемыми по точной и приближенной формулам.

Проиллюстрируем сказанное, взяв данные из рассмотренного выше примера, для которого построен рис. 6.2а. Значения  $K_{\text{изб. непр } m}$ , вычисленные по (3.21) для  $a=1$ , сведены в табл. 6.4, откуда видно, что экстремальным значениям  $V_{\Sigma}$  (рис. 6.2а) соответствуют максимальные значения  $K_{\text{изб. непр } m}$  (при  $m=3, 5, 9$ ), причем эти значения мало отличаются от единицы.

Таблица 6.4

$m$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_{\text{изб. непр } m}$	0,88	0,975	0,77	0,89	0,8	0,73	0,69	0,975	0,925

Можно показать, что значения  $V_{\Sigma}$ , вычисленные по точной формуле, могут превосходить значения  $V_{\Sigma}$ , вычисленные по приближенной формуле, лишь в случае, когда  $K_{\text{изб. непр } 2} < 1$ . Это легко показать на частном примере. Пусть все данные предыдущего примера сохраняются, но значение  $N$  примем таким, чтобы  $K_{\text{изб. непр } 2} = 1$ . Например, для  $a=1$  этому условию соответствуют  $N=2^l$ ,  $l=1, 2, 3, \dots$  Функции  $V_{\Sigma}(m)$ , вычисленные для этого случая по точной и приближенной формулам, показаны на рис. 6.2б (значения  $N$  указаны на поле рисунка).

Таким образом, общий вывод из проведенного анализа состоит в том, что для оценки  $m_{\text{опт}}$  и  $V_{\Sigma \text{ макс}}$  допустимо пользоваться приближенной ф-лой (6.23), но для уточнения полученных результатов и выяснения дополнительных возможностей улучшения СПДИ следует также построить кривые  $V_{\Sigma}(m)$  по (6.27) или (6.29).

Выше говорилось, что принятие условия (6.21) ставит систему с МЧМ в более неблагоприятные условия. Это полезно в том смысле, что создает некоторый запас надежности для получаемых результатов. Интересно, однако, оценить, насколько велик этот запас и каковы, следовательно, возможности увеличения  $V_{\Sigma}$  за счет его

ликвидации. Такую оценку можно провести, используя полученные в § 5.7 зависимости  $P_{сб.е.и}(H)$  при  $K_{п} = \text{const}$ , представленные на рис. 5.10—5.14. По этим данным на рис. 6.3 построены графики функции

$$q_m = \frac{P_{сб.е.и m}(K_{п m})}{\lim_{K_{п m} \rightarrow \infty} P_{сб.е.и m}} = q_m(K_{п m}), \quad (6.30)$$

характеризующей ухудшение помехоустойчивости за счет конечного значения  $K_{п m}$ . Из графиков видно, что скорость ухудшения помехоустойчивости увеличивается по мере уменьшения  $K_{п m}$ . Характерной особенностью зависимостей  $q_m(K_{п m})$  является то, что при  $m \geq 3$  они практически одинаковы для всех  $m$ , но заметно отличаются от зависимостей при  $m=2$ . Это позволяет считать, что зависимости  $q_m(K_{п m})$  при  $m=3$  справедливы и для  $m > 3$ .

По графикам рис. 6.3 можно определить значение  $K_{п \text{ мин}}$ , задавшись допустимым значением  $q_m = q_{m \text{ доп}}$ . Для большей наглядности зависимости  $K_{п \text{ мин}} = f(q_{m \text{ доп}})$  представлены на рис. 6.4 в виде графиков (значения  $P_{сб.е.и}$  и  $m$  указаны на рис.).

На рис. 6.5 по (6.23) построены графики  $B_{ц}(m)$  при значениях  $K_{п 2 \text{ мин}}$  и  $K_{п m \text{ мин}}$ , определенных из рис. 6.4. При этом принято

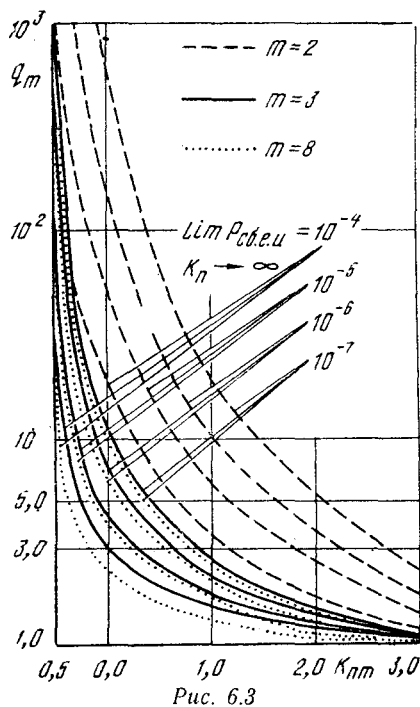


Рис. 6.3

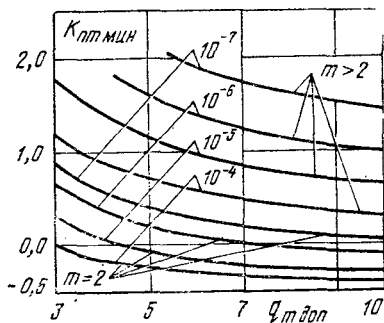


Рис. 6.4

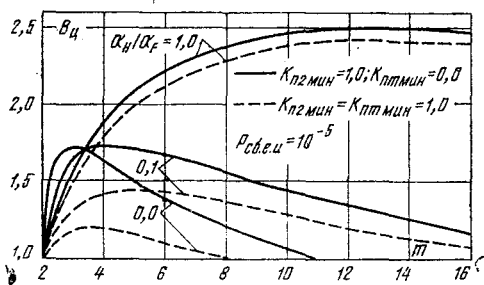


Рис. 6.5

$q_m \text{ доп} = q_2 \text{ доп} = 5$ ,  $P_{\text{сб. е. и}} = 10^{-5}$  и из рис. 6.4 получено  $K_{\text{п2 мин}} = 1,15$ ,  $K_{\text{пт мин}} = -0,1$  (эти значения затем округлены до 1,0 и 0,0). Сравнивая графики рис. 6.5 с графиками рис. 6.1 (здесь они показаны пунктиром), можно убедиться, что значение  $B_{\text{ц}}$  увеличивается, причем тем больше, чем меньше  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Например, при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1$  увеличение  $B_{\text{ц макс}}$  составляет примерно 20%, в то время как при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 1,0$  оно не превышает единиц процентов. Это еще раз подтверждает отмеченную ранее важность тщательного выбора значений  $K_{\text{п}}$  при малых  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ .

Физически увеличение выигрыша объясняется тем, что ранее, при  $K_{\text{п2}} = K_{\text{пт}}$ , бинарная система была в лучших условиях (по сравнению с многопозиционной), а теперь, при  $q_m \text{ доп} = q_2 \text{ доп}$ , условия уравнились. Действительно, из рис. 6.3 видно, что при  $K_{\text{п2}} = K_{\text{пт}}$  всегда  $q_m < q_2$ . Так, при  $K_{\text{п2}} = K_{\text{пт}} = 1$  и  $P_{\text{сб. е. и}} = 10^{-5}$  получим  $q_2 \approx 6$ ,  $q_m \approx 2$ ; при  $K_{\text{п2}} = K_{\text{пт}} = 0$  (и том же значении  $P_{\text{сб. е. и}}$ )  $q_2 \approx 50$ ,  $q_m \approx 4$ .

Представляет интерес рассмотреть также зависимости  $h^2(m)$  и  $\Delta f_{\Sigma}(m)$ , определяющие характер изменения технических параметров с ростом  $m$ . Воспользовавшись для этой цели выражением (6.10) с учетом (6.26) и (6.28), получим

$$\left. \begin{aligned} q_h &= \frac{h_2^2}{h_m^2} = \frac{\ln \frac{1}{P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр. 2}}}}{\ln \frac{m-1}{2 P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр. m}} \log_2 m}} B_R \\ q_F &= \frac{\Delta f_{\Sigma 2}}{\Delta f_{\Sigma m}} = \frac{2 + K_{\text{п2}}}{m + K_{\text{пт}}} B_R \end{aligned} \right\} \quad (6.31)$$

Если наложить условия (6.22), то вместо (6.31) получим выражения, которые на основании приведенного выше анализа можно считать приемлемыми в качестве первого приближения:

$$q_h = \frac{\ln \frac{1}{2 P_{\text{сб. е. и}}}}{\ln \frac{m-1}{2 P_{\text{сб. е. и}} \log_2 m}} \log_2 m; \quad q_F = \frac{2 + K_{\text{п2}}}{m + K_{\text{пт}}} \log_2 m. \quad (6.32)$$

Графики  $q_h(m)$  и  $q_F(m)$ , построенные по (6.32), представлены на рис. 6.6, откуда видно, что с ростом  $m$  требуемое значение  $h^2$  уменьшается, причем ход функции  $q_h(m)$  очень слабо зависит от  $P_{\text{сб. е. и}}$ . В количественном отношении уменьшение  $h_2$  довольно существенно и при  $m = 16$  достигает значения  $\sim 3,5$ .

В отличие от  $q_h(m)$ , функция  $q_F(m)$  имеет экстремальный характер, причем положение экстремума и значение функции в этой точке зависят от значений  $K_{\text{п2}}$  и  $K_{\text{пт}}$ . Как видно из графиков рис. 6.6, значение  $\Delta f_{\Sigma}$  с ростом  $m$  сначала уменьшается, достигает ми-

нимума, а затем начинает расти. Имеется конечный диапазон значений  $m$ , где  $\Delta f_{\Sigma m} \leq \Delta f_{\Sigma 2}$ .

Характер зависимости  $q_h(m)$  благоприятен для реализации СПДИ с МЧМ, поскольку уменьшение требуемого значения  $h^2$

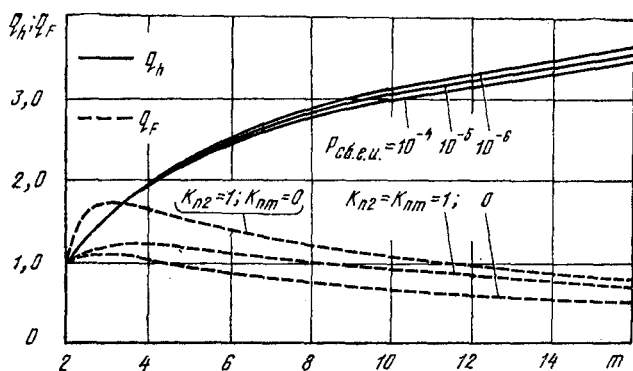


Рис. 6.6

всегда возможно и желательно. Характер зависимости  $q_F(m)$  менее благоприятен, поскольку возможны случаи, когда  $\Delta f_{\Sigma m} > \Delta f_{\Sigma 2}$ . Однако, когда выбранное по графикам  $B_{\Sigma}(m)$  значение  $m_{\text{опт}}$  не выходит за пределы интервала, где  $q_F \geq 1$ , расширения полосы КС не потребуется. Наоборот, в этом случае полоса может быть даже уменьшена.

Сравнивая (6.31) с (6.24) и (6.32) с (6.25), убеждаемся в их полном совпадении. Поэтому справедлива запись:

$$q_h = \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{\Sigma}; \quad q_F = \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{\Sigma}. \quad (6.33)$$

Но согласно (4.51)  $\lim B_{\Sigma}$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  есть не что иное, как значение выигрыша соответственно по  $\beta$ -эффективности и  $\gamma$ -эффективности. Учитывая установленную в § 4.1 связь между критериями  $\beta$ -эффективности и  $\gamma$ -эффективности, а также рядом других критериев, можно также считать, что  $q_h$  эквивалентно  $\eta_E$ ,  $\beta_E^2$ , а  $q_F$  — выигрышу по показателю  $\alpha_f$ .

Разница между значениями  $q_h$  и  $q_F$ , вычисленными по приближенным или точным выражениям, определяется, главным образом, различием между  $\log_2 m$  и  $B_R$ . Как уже говорилось ранее, в общем случае  $B_R \cong \log_2 m$  в зависимости от сочетания значений  $N$ ,  $a$  и  $m$ . В качестве примера, характеризующего эту разницу, на рис. 6.7 построены графики  $q_F(m)$ , рассчитанные по (6.31) для следующих значений параметров СПДИ:  $P_{\text{сб. е. и}} = 10^{-5}$ ;  $K_{n2} = K_{nm} = 1$ ;  $K_{\text{энтр}} = 0,5$ ;  $a = 1$ ;  $N = 32$ ; 64; 72. Там же пунктиром показан график функции  $q_F(m)$ , рассчитанный по приближенной ф-ле (6.32).

Сопоставляя графики рис. 6.7 с графиками рис. 6.2, можно убедиться, что при всех значениях  $m$ , где  $V_{ц}$  достигает экстремума,  $q_F \geq 1$ . Это подтверждает сделанный ранее на основе анализа графиков рис. 6.6 вывод о том, что переход от  $m=2$  к  $m>2$  не обязательно связан с расширением полосы пропускания КС. Графики

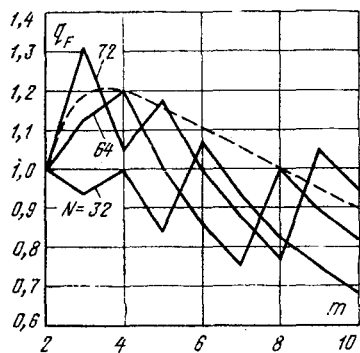


Рис. 6.7

рис. 6.2 и 6.7 свидетельствуют о том, что, по крайней мере, для рассмотренных частных случаев переход от  $m=2$  к  $m>2$  позволяет даже несколько уменьшить требуемую полосу пропускания КС, либо, в крайнем случае, оставить ее неизменной.

Легко понять, что если принять  $K_{ц2} > K_{цm}$ , как это было обосновано выше, то выигрыш в полосе  $q_F$  еще увеличится.

Полученные данные опровергают иногда высказываемое мнение о том, что СПДИ с МЧМ требует существенно более широкой полосы пропускания КС, чем бинарная.

Сопоставление значений  $q_h$ , рассчитанных по (6.31) и (6.32), также подтвердило, что в зависимости от сочетания  $N$ ,  $a$  и  $m$  точное значение  $q_h$  может быть меньше, больше или равно приближенному.

На основании проведенной оценки простейшей модели СПДИ с МЧМ по критерию цены можно сделать следующие выводы:

- 1) для ориентировочной оценки значений выигрыша в цене ( $V_{ц}$ ) можно пользоваться выражением (6.23);
- 2) окончательный выбор целесообразного значения  $m$  должен производиться по графикам  $V_{ц}(m)$ , построенным по ф-лам (6.27) или (6.29) при  $a=1, 2, 3, \dots$ ;
- 3) при любых значениях  $N$  и  $a$  существуют значения  $m>2$ , при которых  $V_{ц} > 1$ ;
- 4) оптимальное значение  $m=m_{опт}$  и соответствующее ему максимальное значение  $V_{ц}=V_{цмакс}$  зависят от сочетания значений  $N$ ,  $a$ ,  $P_{сб.е.и}$ ,  $\frac{\alpha_N}{\alpha_F}$ ,  $K_{ц2}$ ,  $K_{цm}$ ,  $K_{энтр}$ ; из них наиболее сильное влияние оказывают величины  $N$ ,  $a$  и  $\frac{\alpha_N}{\alpha_F}$ ;

5) выбор целесообразного значения  $a$  следует производить по графикам, аналогичным построенным на рис. 6.2а; в большинстве случаев целесообразно принять  $a=1$ ;

6) вопреки иногда высказываемому мнению о том, что СПДИ с МЧМ требует существенно большей полосы пропускания КС, чем бинарная, проведенный анализ показал, что полоса может не только остаться прежней, но даже быть уменьшенной;

7) абсолютные значения выигрыша в цене могут достигать существенных значений, что свидетельствует о перспективности СПДИ с МЧМ.

Оценка по критерию эффективности. Как показано в § 4.4, критерий эффективности имеет две модификации —  $B_{эф}(R)$  и  $B_{эф}(P_{сб})$ . Рассмотрим их последовательно, воспользовавшись анализом, проведенным в § 4.4, а также в настоящем параграфе при оценке по критерию цены.

Разрешая систему уравнений (6.6), дополненную уравнением  $C = \alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma}$ , относительно  $R$ , получим

$$R = \frac{K_{Энтр} K_{Изб.непр} C \log_2 m}{2 \alpha_H \ln \frac{m-1}{2 P_{сб.е.и} K_{Энтр} K_{Изб.непр} \log_2 m} + \alpha_F (m + K_{п2})} \quad (6.34)$$

Принимая в качестве эталонной по-прежнему бинарную СПДИ, запишем условия типа (4.28г) в виде

$$\left. \begin{aligned} P_{сб.е.и} = P_{сб.е.и2} = \text{const} \\ C = C_2 = \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (6.35)$$

Условия, зафиксированные в табл. 6.2 и 6.3 также справедливы для рассматриваемого случая. Тогда для эталонной бинарной СПДИ из (6.34) с учетом также (6.35) получим

$$R_2 = \frac{K_{Энтр} K_{Изб.непр} 2 C}{2 \alpha_H \ln \frac{1}{2 P_{сб.е.и} K_{Энтр} K_{Изб.непр2}} + \alpha_F (2 + K_{п2})} \quad (6.36)$$

Поскольку в силе остаются также выражения (6.13) и (6.16), определяющие оптимальные значения  $K_{п}$ , то выигрыш СПДИ с МЧМ по критерию  $B_{эф}(R)$ , определяемому выражением (4.52), с учетом (6.34) и (6.36) будет равен

$$B_{эф}(R) = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{п2 \text{ мин}}} \ln \frac{1}{2 P_{сб.е.и} K_{Энтр} K_{Изб.непр2}}}{\frac{m + K_{п2 \text{ мин}}}{2 + K_{п2 \text{ мин}}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{п2 \text{ мин}}} \ln \frac{m-1}{2 P_{сб.е.и} K_{Энтр} K_{Изб.непр} m \log_2 m}} B_R \quad (6.37)$$

Сравнивая (6.37) с (6.18), легко установить, что эти выражения полностью совпадают. Следовательно,

$$B_{эф}(R) = B_{Ц} \quad (6.38)$$

Равенство (6.38) позволяет распространить результаты и выводы, полученные выше для критерия цены, также на критерий эффективности вида  $B_{эф}(R)$ .

Результат, выражаемый (6.38), получился потому, что функциональные уравнения для  $R$  и  $C$  совершенно одинаковы относи-

тельно свободной переменной  $\tau$ . Это позволяет сделать вывод, что выражение (6.38) останется справедливым для всех моделей СПДИ, в которых сохраняется такой же характер зависимости  $R$  и  $\Pi$  от  $\tau$ .

Аналогично для критерия эффективности вида  $B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}})$  получим выражение

$$B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) = \frac{B_R}{m-1} \times \exp \left\{ \frac{\frac{\Pi}{\alpha_F R} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб. непр. 2}} (B_R - 1) - [(m-2) - (K_{\text{п2мин}} - K_{\text{п т мин}})]}{2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F}} \right\}. \quad (6.39)$$

Как говорилось в § 4.4, вместо задания  $\Pi = \Pi_0 = \text{const}$  можно ограничиться условием (4.58), т. е. положить  $R = R_0$ , и задаться значением  $P_{\text{сб. е. и 2}} = \text{const}$ . Тогда, воспользовавшись системой уравнений (6.6), составленной для эталонной бинарной СПДИ, и дополнив ее уравнением  $\Pi = \alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma}$ , с учетом (6.13) получим

$$\frac{\Pi}{\alpha_F R} = \frac{1}{K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб. непр. 2}}} \left( 2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб. е. и 2}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб. непр. 2}}} + 2 + K_{\text{п2мин}} \right). \quad (6.40)$$

Подставляя значение  $\frac{\Pi}{\alpha_F R}$  из (6.40) в (6.39), получим

$$B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) = \frac{B_R}{m-1} \exp \left[ (B_R - 1) \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб. е. и 2}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб. непр. 2}}} + \frac{B_R (2 + K_{\text{п 2 мин}}) - (m + K_{\text{п т мин}})}{2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F}} \right]. \quad (6.41)$$

Для асимптотического случая, когда  $N_x \rightarrow \infty$  (что равноценно  $a \rightarrow \infty$ ),  $B_R = \log_2 m$ . Тогда вместо (6.41) будет

$$B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) = \frac{\log_2 m}{m-1} \exp \left[ (\log_2 m - 1) \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб. е. и 2}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб. непр. 2}}} + \frac{\log_2 m (2 + K_{\text{п 2 мин}}) - (m + K_{\text{п т мин}})}{2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F}} \right]. \quad (6.42)$$

Полагая также выполненными условия (6.22), вместо (6.42) получим приближенное выражение

$$B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) = \frac{\log_2 m}{m-1} \exp \left[ (\log_2 m - 1) \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}}} + \frac{\log_2 m (2 + K_{\text{п2 мин}}) - (m + K_{\text{пт мин}})}{2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F}} \right], \quad (6.43)$$

обеспечивающее, однако, приемлемую точность также в случае, когда условия (6.22) не выполняются. Это следует из проведенного выше анализа относительно влияния значений  $K_{\text{энтр}}$  и  $K_{\text{изб.непр2}}$  на значение  $B_{\text{ц}}$ .

Для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  из (6.41) получим

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) &= \begin{cases} \infty & \text{при } z > 0 \\ 0 & \text{при } z \leq 0 \end{cases} \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) &= \frac{B_R}{m-1} \exp \left[ (B_R - 1) \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}}^2 K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр2}}} \right] \end{aligned} \right\}, \quad (6.44)$$

где  $z = B_R(2 + K_{\text{п2 мин}}) - (m + K_{\text{пт мин}})$ .

Соответственно приближенные выражения для асимптотического случая получим из (6.43):

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) &= \begin{cases} \infty & \text{при } z > 0 \\ 0 & \text{при } z \leq 0 \end{cases} \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) &= \frac{\log_2 m}{m-1} \exp \left[ (\log_2 m - 1) \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}2}} \right] \end{aligned} \right\}, \quad (6.45)$$

где  $z = \log_2 m(2 + K_{\text{п2 мин}}) - (m + K_{\text{пт мин}})$ .

Полученный в (6.44) и (6.45) результат при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  требует пояснений. Условие  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  эквивалентно условию  $\alpha_H \rightarrow 0$ , если  $\alpha_F$  — конечная величина, что подразумевается. Но если  $\alpha_H \rightarrow 0$ , то цена СПДИ от значения  $h^2$  не зависит и, следовательно,  $h^2$  может быть взято сколь угодно большим в пределе  $h^2 \rightarrow \infty$ . При этом, как видно из уравнения для  $P_{\text{сб.е.и}}$  в (6.6),  $P_{\text{сб.е.и}} \rightarrow 0$ . Согласно условию  $P_{\text{сб.е.и}} = \text{const} \neq 0$  и, значит,  $h^2 = \text{const} \neq \infty$ . Ясно, что отноше-



ние значений  $P_{сб. е. и}$  при  $h^2 = \text{const} \neq \infty$  и  $h^2 \rightarrow \infty$  равно  $\infty$ . Такое положение справедливо до тех пор, пока величина  $z$  в (6.44) и (6.45) находится в области  $z > 0$ . Если же  $z \leq 0$ , то

$$\lim \frac{z}{\alpha_H / \alpha_F} = -\infty.$$

$$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$$

Следовательно, показатель экспоненты в (6.41), (6.42) и (6.43) также становится равным  $-\infty$ , а  $\exp(-\infty) = 0$ .

Для иллюстрации значений  $B_{эф}(P_{сб})$  на рис. 6.8 (по 6.43) построены графики  $B_{эф}(P_{сб}) = f(m)$  при значениях  $P_{сб. е. и 2}$  и  $K_{п2} = K_{пт}$ , указанных на поле чертежа. Параметром графиков служит величина  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Учитывая, что значения

$B_{эф}(P_{сб})$  получаются весьма большими, на рис. 6.8 по оси ординат отложена величина  $\ln B_{эф}(P_{сб})$ . Из графиков видно, что для каждого значения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  существует оптимальное значение  $m = m_{опт}$ , максимизирующее  $B_{эф}(P_{сб})$ . По мере увеличения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  значение  $m_{опт}$  также увеличивается, но  $[B_{эф}(P_{сб})]_{макс}$  уменьшается. Абсолютные величины  $B_{эф}(P_{сб})$  достигают весьма больших значений. Так, при  $m = 8$  величина  $B_{эф}(P_{сб})$  одинакова для всех значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и примерно равна  $10^9$ . При

значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < 0,1$  максимальная величина  $B_{эф}(P_{сб})$  получается еще большей вплоть до  $\infty$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$ .

Физический смысл выпрышка, равного  $\infty$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$ , пояснялся выше.

Это пояснение справедливо и для конечных значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и состоит в том, что чем меньше  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , тем большим можно взять  $h^2$ , сохраняя  $\zeta = \zeta_3$ . Отсюда, кстати, легко сделать вывод, что нало-

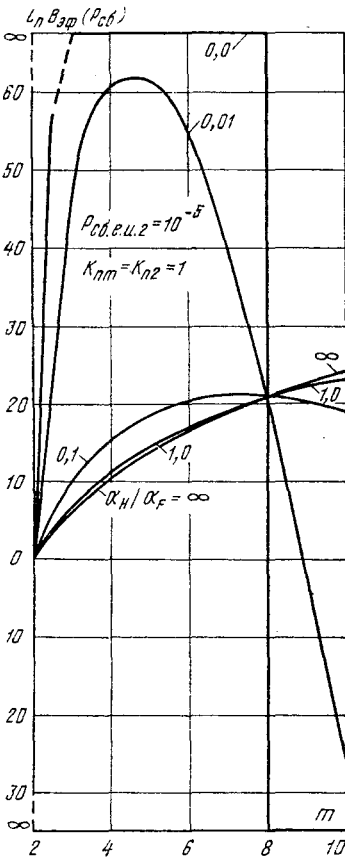


Рис. 6.8

жение ограничения  $h^2 \leq h_0^2$  снизит максимально достижимые значения  $B_{эф}(P_{сб})$ , что будет показано в § 6.7. Другими словами, огромные значения  $B_{эф}(P_{сб})$  для анализируемой модели СПДИ объясняются отсутствием ограничений на технический параметр  $h^2$ .

Используя описанный в § 4.4 способ преобразования оценки по критерию эффективности в оценку по критерию цены, видим, что если  $\gamma_q = P_{сб.е.и}$ , то значение  $B_{ц}$  определится из (6.18) при подстановке в него согласно (4.69)

$$P_{сб.е.и} = P_{сб.е.и2} / B_{эф}(P_{сб}). \quad (6.46)$$

Если же  $\gamma_q = R$ , то из (4.69) следует, что в (6.18) нужно подставить

$$R = R_2 B_{эф}(R). \quad (6.47)$$

Поскольку, однако, (6.18) от  $R$  не зависит, то и  $B_{ц}$  от значения  $B_{эф}(R)$  тоже не зависит. Впрочем, равенство  $B_{ц} = B_{эф}(R)$  следует и из (6.38).

Таким образом, и при оценке по критерию эффективности СПДИ с МЧМ превосходит бинарную.

### 6.3. ОЦЕНКА СПДИ С МЧМ ПРИ $L > 1$

Произведем оценку СПДИ с МЧМ, модель которой отличается от рассмотренной в предыдущем параграфе только тем, что в ней полагается  $L > 1$ , причем все  $L$  каналов идентичны. Для этого случая вместо (6.6) с учетом (3.51), (3.107) и (1.67) получим

$$\left. \begin{aligned} R &= L K_{энтр} K_{изб.непр} \frac{\log_2 m}{\tau} \\ P_{сб.е.и} &= \frac{m-1}{2 K_{энтр} K_{изб.непр} \log_2 m} e^{-\frac{h^2}{2} \tau \frac{1}{L^\theta}} \\ \Delta f_{\Sigma} &= \frac{Lm + K_{п}}{\tau} \end{aligned} \right\} \quad (6.48)$$

В состав множества  $\{\delta\}$ , определяемого для простейшей модели выражением (6.7), добавятся параметры  $L$  и  $\theta$ , причем  $L$  попадает в подмножество  $\{\delta_1\}$ , а  $\theta$  — в подмножество  $\{\delta_0\}$ . Эталонной по-прежнему будем считать одноканальную бинарную СПДИ. Тогда совершенно аналогично тому, как это было сделано в предыдущем параграфе, для выигрыша в цене получим выражение

$$B_{ц} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{п2мин}} \ln \frac{2}{2 P_{сб.е.и} K_{энтр} K_{изб.непр2}}}{\frac{m + \frac{1}{L} K_{птмин}}{2 + K_{п2мин}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{п2мин}} L^{\theta-1} \ln \frac{m-1}{2 P_{сб.е.и} K_{энтр} K_{изб.непрm} \log_2 m}} B_R. \quad (6.49)$$

Исследуем зависимость  $B_{Ц}(L)$ . Легко показать, что оптимальное значение  $L$ , при котором  $B_{Ц} = B_{Ц \text{ макс}}$ , равно

$$L_{\text{опт}} = \theta \sqrt{\frac{K_{пт \text{ мин}}}{2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F} (\theta - 1) \ln \frac{m - 1}{2 P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр } m} \log_2 m}}}. \quad (6.50)$$

Анализ (6.50) показывает, что при  $K_{пт \text{ мин}} < 0$  значение  $L_{\text{опт}}$  получается мнимым, а при  $K_{пт \text{ мин}} = 0$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > 0$ ,  $\theta > 1$  получим  $L_{\text{опт}} = 0$ . Но по физическому смыслу  $L \geq 1$ , следовательно, в обоих этих случаях следует принять  $L_{\text{опт}} = 1$ . При  $K_{пт \text{ мин}} > 0$  значение  $L_{\text{опт}}$  может быть как меньше, так и больше единицы, а при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$  и (или)  $\theta = 1$  получим  $L_{\text{опт}} = \infty$ . Таким образом, в зависимости от значений  $K_{пт \text{ мин}}$ ,  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ ,  $\theta$ ,  $P_{\text{сб. е. и}}$ ,  $K_{\text{энтр}}$ ,  $K_{\text{изб. непр } m}$  и  $m$  величина  $L_{\text{опт}}$  может меняться в пределах от 1 до  $\infty$ .

Увеличение числа каналов ( $L$ ) в реальной аппаратуре для случая, когда ИС имеет один выход, нежелательно, поскольку приводит к ее усложнению. Действительно, при  $L > 1$  на передающей стороне необходимо (вариант А на рис. 1.14) устройство разделения сообщений на  $L$  отрезков и  $L$  канальных кодеров сообщения и сигнала, а на приемной — устройство объединения сообщений и  $L$  канальных декодеров сообщения и сигнала. Кроме того, добавляются устройства уплотнения и селекции в общем тракте.

Учитывая сказанное, проведем более подробный количественный анализ влияния  $L$  на  $B_{Ц}$ . Для этого с учетом (6.49) образуем выражение

$$\begin{aligned} B_{Ц}^{(L)} &= \frac{B_{Ц}(L > 1)}{B_{Ц}(L = 1)} = \\ &= \frac{m + K_{пт \text{ мин}} + 2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \ln \frac{m - 1}{2 P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр } m} \log_2 m}}{m + \frac{K_{пт \text{ мин}}}{L} + 2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F} L^{\theta - 1} \ln \frac{m - 1}{2 P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр } m} \log_2 m}}, \quad (6.51) \end{aligned}$$

характеризующее выигрыш за счет выбора  $L > 1$ , при прочих равных условиях. Легко видеть, что  $B_{Ц}^{(L)}$  имеет максимальное значение при  $\theta = 1$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$  и растет с ростом  $K_{пт \text{ мин}}$ . На рис. 6.9а по (6.51)

построены графики  $B_{Ц}^{(L)}(L)$  при  $\theta = 1$ ,  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$ ,  $K_{пт \text{ мин}} = 1$  и  $m = 2, 3, 4, 8$ , откуда видно, что даже в этом случае, когда влияние увеличения  $L$  на выигрыш сказывается наиболее сильно, абсолютное значение  $B_{Ц}^{(L)}$  невелико и уменьшается с ростом  $m$ . Если учесть, что на практике всегда  $\theta > 1$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > 0$ , то реально значения  $B_{Ц}^{(L)}$

будут еще меньшими. Нес-  
 колько графиков функции  
 $B_{\text{Ц}}^{(L)}$  при  $\Theta > 1$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > 0$  по-  
 казано на рис. 6.9б (при  
 их построении принято  
 $m=2$ ,  $P_{\text{сб.е.и}}=10^{-5}$ ,  $K_{\text{энтр}}=1$ ,  
 $K_{\text{изб.непр}}(m=1)$ ).

Из сказанного, однако,  
 нельзя делать вывод, что  
 применение СПДИ с МЧМ  
 при  $L > 1$  нецелесообразно  
 во всех случаях. Например,  
 выбор  $L > 1$  может оказаться  
 целесообразным в случае,  
 когда ИС имеет  $L$  выходов

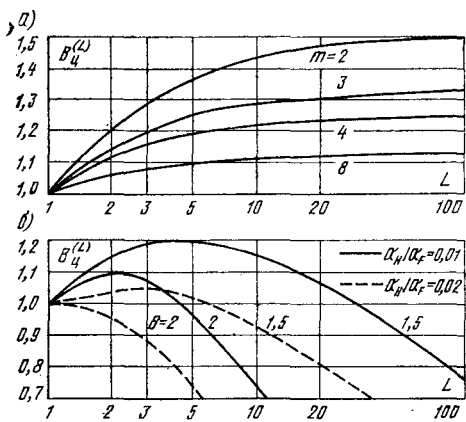


Рис. 6.9

(вариант Б на рис. 1.14), а параметры  $\Theta$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  соответственно близ-  
 ки к 1 и 0. Если принято  $L > 1$ , то получаемый при этом выигрыш  
 можно вычислить по (6.18), умножив его затем на значение  $B_{\text{Ц}}^{(L)}$ ,  
 вычисленное по (6.51).

#### 6.4. ОЦЕНКА СПДИ С МЧМ ПРИ $\beta > 1$

Согласно (1.44) общее количество позиций сигнала в данном  
 случае равно

$$m = \binom{m_{\text{ч}}}{\beta} = \frac{m_{\text{ч}}!}{(m_{\text{ч}} - \beta)! \beta!} \quad (6.52)$$

Поскольку выражение для  $P_{\text{сб.е.и}}$  применительно к рассматри-  
 ваемому случаю в литературе отсутствует, то рассмотрим прием на  
 неоптимальный ДКСигн, для которого такое выражение имеется.  
 В [212] рассмотрен ДКСигн, имеющий  $m_{\text{ч}}$  субканалов, а алгоритм  
 РУ состоит в определении номеров  $\beta$  субканалов, на выходе кото-  
 рых имеются наибольшие напряжения. Тогда приближенное выра-  
 жение для  $P_{\text{сб.е.и}}$  может быть записано в виде

$$P_{\text{сб.е.и}} = \frac{\beta (m_{\text{ч}} - \beta)}{2 K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} e^{-\frac{h^2}{2} \tau \frac{1}{\beta^\theta}}, \quad (6.53)$$

где  $m$  определяется из (6.52).

Выражение (6.53) тем более точно, чем больше значение  
 $\frac{h^2}{2} \tau \frac{1}{\beta^\theta}$ . Учитывая зафиксированное в табл. 6.1 допущение 2, бу-  
 дем полагать, что  $\frac{h^2}{2} \tau \frac{1}{\beta^\theta} \gg 1$ , что делает выражение (6.53) прием-  
 лемым. Есть основания полагать, что при выполнении указанных  
 условий значение  $P_{\text{сб.е.и}}$ , определяемое (6.53), мало отличается от  
 того, которое было бы при оптимальном ДКСигн.

Для  $R$  и  $\Delta f_{\Sigma}$  получим

$$\left. \begin{aligned} R &= K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} \frac{\log_2 m}{\tau} \\ \Delta f_{\Sigma} &= \frac{m_{\text{ч}} + K_{\text{п}}}{\tau} \end{aligned} \right\} \quad (6.54)$$

Полагая эталонной бинарную СПДИ ( $m_{\text{ч}}=2$ ,  $\beta=1$ ) и воспользовавшись методикой § 6.2, получим для  $B_{\text{ц}}$  выражение

$$B_{\text{ц}} = \frac{1 + \frac{\alpha_{\text{H}}}{\alpha_{\text{F}}} \frac{2}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} \ln \frac{1}{2^{P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} 2^{\theta}}}}{\frac{m_{\text{ч}} + K_{\text{пт мин}}}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} + \frac{\alpha_{\text{H}}}{\alpha_{\text{F}}} \frac{2}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} \beta^{\theta} \ln \frac{\beta (m_{\text{ч}} - \beta)}{2^{P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} m} \log_2 m}} B_{\text{R}} \quad (6.55)$$

Легко убедиться, что, полагая  $\beta=1$ , из (6.55) получим (6.18). Также легко показать, что характер функций  $B_{\text{ц}}(m_{\text{ч}})$  при значениях  $\beta=1, 2, 3, \dots$  будет одинаков в том смысле, что всегда существует некоторое  $m_{\text{ч опт}}$  (при  $\beta=\text{const}$ ), при котором  $B_{\text{ц}} = B_{\text{ц макс}}$ . Разумеется, значения как  $m_{\text{ч опт}}$ , так и  $B_{\text{ц макс}}$  зависят от значений  $\beta$  и  $\theta$ . Следовательно, анализ, проведенный в § 6.2 при  $\beta=1$ , качественно справедлив и для рассматриваемого здесь случая  $\beta > 1$ .

Накладывая условия (6.22), что соответствует выбору ИС с максимальной энтропией и неограниченному укрупнению его алфавита, из (6.55) получим

$$B_{\text{ц}} = \frac{1 + \frac{\alpha_{\text{H}}}{\alpha_{\text{F}}} \frac{2}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} \ln \frac{1}{2^{P_{\text{сб. е. и}}}}}{\frac{m_{\text{ч}} + K_{\text{п} m \text{ мин}}}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} + \frac{\alpha_{\text{H}}}{\alpha_{\text{F}}} \frac{2}{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}} \beta^{\theta} \ln \frac{\beta (m_{\text{ч}} - \beta)}{2^{P_{\text{сб. е. и}}} \log_2 m}} \log_2 m. \quad (6.56)$$

Как и в случае  $\beta=1$ , выражение (6.56) может быть использовано в качестве первого приближения и при невыполнении условий (6.22). Характер и величина допускаемой при этом погрешности будут видны из дальнейшего анализа.

Для крайних значений  $\frac{\alpha_{\text{H}}}{\alpha_{\text{F}}}$  из (6.55) получим

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_{\text{H}}}{\alpha_{\text{F}}} \rightarrow 0} B_{\text{ц}} &= \frac{2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}}}{m_{\text{ч}} + K_{\text{п} m \text{ мин}}} B_{\text{R}} \\ \lim_{\frac{\alpha_{\text{H}}}{\alpha_{\text{F}}} \rightarrow \infty} B_{\text{ц}} &= \frac{\ln \frac{1}{2^{P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} 2^{\theta}}}}{\beta^{\theta} \ln \frac{\beta (m_{\text{ч}} - \beta)}{2^{P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} m} \log_2 m}} B_{\text{R}} \end{aligned} \right\} \quad (6.57)$$

Соответственно из (6.56) для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  будет

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{Ц} &= \frac{2 + K_{п2 \text{ мин}}}{m_{ч} + K_{пт \text{ мин}}} \log_2 m \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{Ц} &= \frac{\ln \frac{1}{2 P_{сб. е. и}}}{\beta^\theta \ln \frac{\beta (m_{ч} - \beta)}{2 P_{сб. е. и} \log_2 m}} \log_2 m \end{aligned} \right\} \quad (6.58)$$

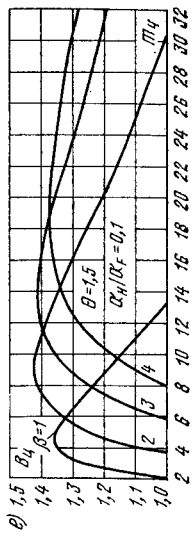
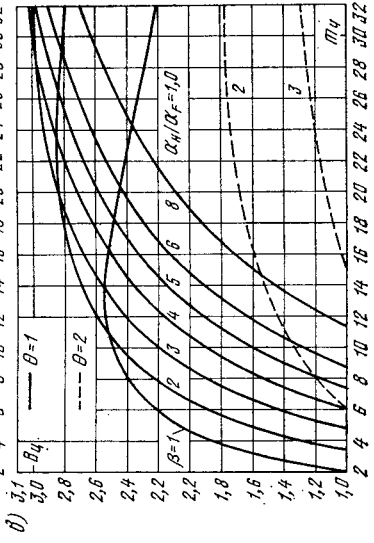
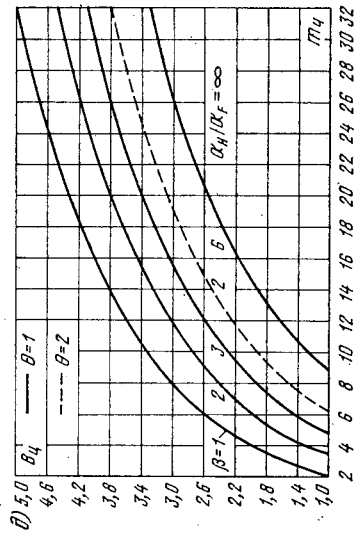
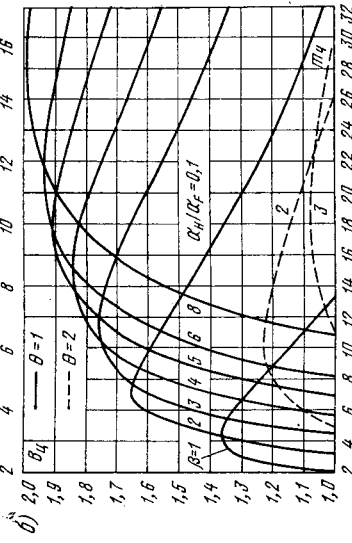
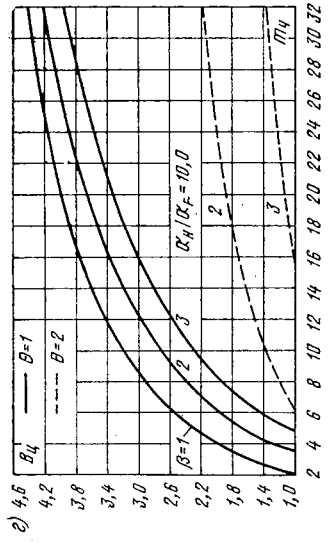
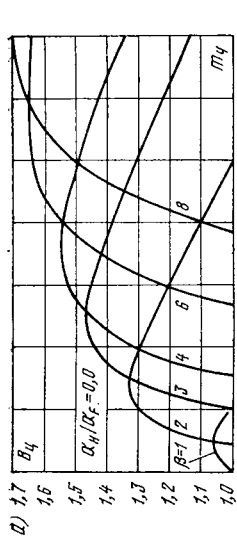
Графики функций  $B_{Ц}(m_{ч})$  при  $\beta = \text{const}$  для различных значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  построены на рис. 6.10 по (6.56) и (6.58), причем принято  $K_{п2 \text{ мин}} = K_{пт \text{ мин}} = 0$ ,  $P_{сб. е. и} = 10^{-5}$ . Графики построены для значений  $m_{ч} \leq 32$  и  $\beta \leq 8$ . Это сделано по той причине, что с ростом  $m_{ч}$  и  $\beta$   $K_{п2 \text{ мин}} = K_{пт \text{ мин}} = 0$ ,  $P_{сб. е. и} = 10^{-5}$ . Графики построены для значений  $m_{ч} = 32$  и  $\beta = 8$  можно считать (условно) предельно допустимыми. Графики построены для крайних значений  $\theta = 1$  и  $\theta = 2$  (кроме рис. 6.10e, где  $\theta = 1,5$ ).

Из рис. 6.10 видно, что зависимости  $B_{Ц}(m_{ч})$  при всех значениях  $\beta$  и  $\theta$  имеют экстремум типа максимума<sup>1)</sup>. Видно также, что при  $\theta = 1$  с ростом  $\beta$  значение  $m_{ч \text{ опт}}$  и соответствующее ему значение  $B_{Ц} = B_{Ц \text{ макс}}$  увеличиваются. При  $\theta = 2$  значение  $m_{ч \text{ опт}}$  еще более увеличивается, но зато  $B_{Ц \text{ макс}}$  становится меньше, чем при  $\beta = 1$ . Очевидно, что существует некоторое критическое значение  $\theta = \theta_{кр}$  ( $1 \leq \theta_{кр} \leq 2$ ), разделяющее области, где  $B_{Ц \text{ макс}}(\beta > 1) > B_{Ц \text{ макс}}(\beta = 1)$  и  $B_{Ц \text{ макс}}(\beta > 1) < B_{Ц \text{ макс}}(\beta = 1)$ . Значение  $\theta_{кр}$ , естественно, зависит от величин  $K_{п2 \text{ мин}}$ ,  $K_{пт \text{ мин}}$ ,  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и  $P_{сб. е. и}$ . О величине  $\theta_{кр}$  для значений  $K_{п2 \text{ мин}} = K_{пт \text{ мин}} = 0$ ;  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1$ ,  $P_{сб. е. и} = 10$  можно судить по рис. 6.10e, построенному при  $\theta = 1,5$ . Поскольку значение  $B_{Ц \text{ макс}}$  зависит от  $\beta$  незначительно, то можно полагать, что в данном случае  $\theta_{кр} \approx 1,5$ .

Анализ графиков рис. 6.10 показывает также, что с ростом  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  значение  $m_{ч \text{ опт}}$  и  $B_{Ц \text{ макс}}$  увеличивается при всех значениях  $\beta$  и  $\theta$ .

Для суждения о целесообразности увеличения  $\beta$  полезно построить графики зависимостей, характеризующих изменение значений  $B_{Ц \text{ макс}}$  от  $\beta$ . Такие графики для  $\theta = 1$  построены на рис. 6.11,

<sup>1)</sup> На рис. 6.10г, д и частично на рис. 6.10в (при  $\beta > 4$ ) экстремумы не видны лишь потому, что они наступают при  $m_{ч} > 32$ .



где

$$B_{\Pi}^{(\beta)} = \frac{B_{\Pi \text{ макс}}(\beta > 1)}{B_{\Pi \text{ макс}}(\beta = 1)}. \quad (6.59)$$

Учитывая принятые выше ограничения ( $m_{\text{ч}} \leq 32$ ,  $\beta \leq 8$ ), для тех кривых  $B_{\Pi}(m_{\text{ч}})$ , где  $m_{\text{ч опт}} > 32$ , принималось условно  $m_{\text{ч опт}} = 32$ . Эта часть графиков на рис. 6.11 показана пунктиром.

Из рис. 6.11 видно, что наиболее быстрый рост  $B_{\Pi \text{ макс}}$  с ростом  $\beta$  наблюдается при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$ . По мере увели-

чения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  рост замедляется, а при достаточно больших значениях

$\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  величина  $B_{\Pi \text{ макс}}$  начинает уменьшаться<sup>1)</sup> с ростом  $\beta$ .

Для значений  $1 < \theta < \theta_{\text{кр}}$  графики  $B_{\Pi}^{(\beta)} = f(\beta)$  будут иметь вид одноэкстремальных кривых (экстремум типа максимума), причем положение экстремума и его величина будут зависеть от значения  $\theta$ . Максимальное значение  $B_{\Pi}^{(\beta)}$  будет меньше, чем в случае  $\theta = 1$  и при  $\theta = \theta_{\text{кр}}$  получим  $B_{\Pi}^{(\beta)} \text{ макс}(\theta = \theta_{\text{кр}}) = 1$ . Графики рис. 6.11, следовательно, соответствуют наибольшим возможным выигрышам за счет увеличения  $\beta$ . Как видно, для наиболее благоприятного случая ( $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$ ,  $\theta = 1$ )  $B_{\Pi}^{(\beta)} \text{ макс} = 1,6$ . Из рис. 6.10а видно, что при этом

$m_{\text{ч опт}} \approx 16$ . При  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1$  и  $\theta = 1$  имеем соответственно  $B_{\Pi}^{(\beta)} \text{ макс} = 1,47$  и  $m_{\text{ч опт}} \approx 28$ . Это показывает, что переход от  $\beta = 1$  к  $\beta = 8$  даже при малых значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и  $\theta$  сопровождается заметным ус-

ложнением аппаратуры, а выигрыш не превышает (50—60)%. Если ограничиться  $\beta \leq 3$  (при этом  $m_{\text{ч опт}} \leq 12$ ), то выигрыш уменьшится до (30—40)%. Если принять во внимание, что реально всегда  $\theta > 1$ , то выигрыш будет еще меньше. Например, из рис. 6.10е можно определить, что если  $\theta = 1,5$ ,  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1$ , то  $B_{\Pi}^{(\beta)} \approx 1,05$ , т. е. дополнительный выигрыш за счет перехода от  $\beta = 1$  к  $\beta > 1$  (в данном случае к  $\beta = 2$ ) составляет всего 5%.

Полученные результаты свидетельствуют, что в большинстве встречающихся на практике случаев целесообразно принимать

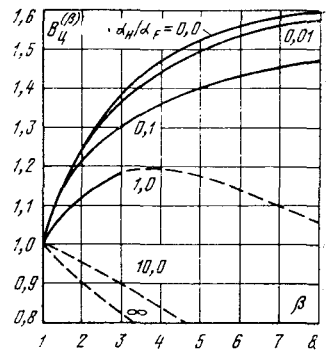


Рис. 6.11

<sup>1)</sup> Можно показать, что если не ограничиваться значениями  $m_{\text{ч}} \leq 32$ , то графики  $B_{\Pi}^{(\beta)} = f(\beta)$  при всех значениях  $\alpha_H/\alpha_F$  имели бы вид монотонно растущих кривых, и в пределе при  $\alpha_H/\alpha_F \rightarrow \infty$  зависимость  $B_{\Pi}^{(\beta)} = f(\beta)$  выродилась бы в прямую  $B_{\Pi}^{(\beta)} = 1$ .



$\beta=1$ . Действительно, при  $\theta > \theta_{кр}$  этот вывод беспорен, поскольку  $B_{Ц}^{(\beta)} < 1$ . При  $\theta < \theta_{кр}$  значение  $B_{Ц}^{(\beta)}$  хотя и превышает единицу, но не на столь много, чтобы оправдать требующееся усложнение аппаратуры.

Полученные выше результаты справедливы при выполнении условий (6.22) и, кроме того, при  $K_{п2 мин} = K_{пт мин} = 0$ ,  $P_{сб. е. и} = 10^{-5}$ . Колебание значений  $K_{п2 мин}$  и  $K_{пт мин}$  в пределах, определяемых (6.20), а  $P_{сб. е. и}$  — на несколько порядков, как показали выборочные расчеты, не изменяет существенно полученных результатов, так что все выводы остаются справедливыми.

Рассмотрим теперь последствия невыполнения условий (6.22). В этом случае выигрыш в цене определяется выражением (6.55) и (6.57). Как и при анализе для случая  $\beta=1$  (§ 6.2), пренебрежем влиянием произведения  $K_{энтр}K_{изб. непр}$  на величину под знаком  $\ln$  в указанных выражениях. Тогда различие между значениями  $B_{Ц}$  будет определяться только различием между  $\log_2 m$  и  $B_R$ . Поделив  $B_R$  на  $\log_2 m$ , получим коэффициент, показывающий, во сколько раз  $B_{Ц}$  при истинных значениях  $K_{изб. непр} m$  и  $K_{изб. непр} 2$  больше (меньше) значения  $B_{Ц}$  при  $K_{изб. непр} m = K_{изб. непр} 2 = 1$ . Этот коэффициент равен

$$\mu = \frac{B_{Ц} (K_{изб. непр} m, K_{изб. непр} 2)}{B_{Ц} (K_{изб. непр} m = K_{изб. непр} 2 = 1)} = \frac{B_R}{\log_2 m} = \frac{a \log_2 N}{\log_2 N} \left[ \frac{\log_2 N}{\log_2 m} \right]. \quad (6.60)$$

Можно показать, что  $\mu \cong 1$ . В качестве примера на рис. 6.12 по (6.60) построены графики  $\mu(m_ч)$  при  $\beta = \text{const}$  ( $\beta=1, 2, 3, 4, 5$ ) для

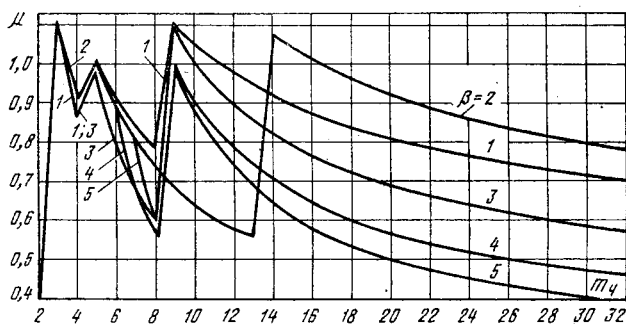


Рис. 6.12

$a=1, N=72$ . Из графиков видно, что при малых значениях  $m_ч$  величина  $\mu$  может быть как меньше, так и больше единицы. Однако для любого  $\beta$  существует такое критическое значение  $m_ч = m_{ч кр}$ , что при увеличении  $m_ч$  в области  $m_{ч кр} \leq m_ч \leq \infty$  значение  $\mu$  монотонно уменьшается и неизбежно переходит в область  $\mu < 1$ . График истинной зависимости  $B_{Ц}(m_ч)$  при  $\beta = \text{const}$  можно получить, пере-

множив значения соответствующих кривых рис. 6.10 и 6.12. В качестве примера такого построения на рис. 6.13 приведены кривые при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$ ,  $\beta = 1, 2, 3, 4$  (пунктиром показаны кривые, заимствованные из рис. 6.10а). Как видно, в этом случае  $V_{Ц}$  при  $\beta = 1$  увеличивается, в то время как при  $\beta > 1$  значения  $V_{Ц}$  уменьшаются и при некотором  $\beta > 1$  становятся меньше, чем в случае  $\beta = 1$ . Дополнительный выигрыш равен всего 13% (при  $\beta = 2; 3$ ). Это означает, что целесообразность перехода от  $\beta = 1$  к  $\beta > 1$  при учете истинных значений  $K_{изб. непр m}$  и  $K_{изб. непр 2}$  еще меньше, чем в случае, когда полагалось  $K_{изб. непр m} = K_{изб. непр 2} = 1$ .

Можно показать, что такая тенденция справедлива и в общем случае при любых значениях  $N$ ,  $\theta$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , т. е. что выигрыш при учете истинных значений  $K_{изб. непр m}$  и  $K_{изб. непр 2}$  во всяком случае не превышает выигрыша, полученного в предположении  $K_{изб. непр m} = K_{изб. непр 2} = 1$ . Следовательно, вывод о целесообразности выбора  $\beta = 1$  в большинстве встречающихся на практике случаев остается в силе.

Одним из существенных допущений, принятых здесь, является допущение о том, что имеющаяся в сообщении избыточность не используется для коррекции ошибок. Если это допущение отбросить, то может оказаться целесообразным выбор  $\beta > 1$ , поскольку избыточность сильно растет с ростом  $\beta$ , а корректирующие свойства кода усиливаются с ростом избыточности. К сожалению, за недостатком места исследовать здесь этот вопрос более подробно не представляется возможным, хотя можно ожидать, что выигрыш  $V_{Ц}^{(\beta)}$  в этом случае может быть достаточно существенным.

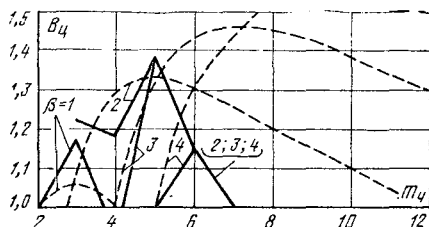


Рис. 6.13

## 6.5. ОЦЕНКА СПДИ С МЧМ ПРИ $\epsilon < 0$

При  $\epsilon < 0$  условие ортогональности системы сигналов нарушается, что приводит к весьма существенным затруднениям при определении  $P_{сб. е. и}$ . Затруднения эти столь велики, что точное выражение для  $P_{сб. е. и}$  вообще не получено. Имеются лишь приближенные выражения, которые и будут здесь использованы. Они, однако, имеют такой вид, что аналитическое определение технического параметра  $h^2$  невозможно. Поэтому здесь параметр  $h^2$  будет определяться методом графического решения уравнений для  $P_{сб. е. и}$ .

Следуя [107], приближенное выражение для  $P_{сб. е. и}$  получим, воспользовавшись [168]. Выражение для  $P_{сб. е. и 2}$  определяется ф-лой (5.90) в [168]. Для СПДИ с МЧМ выражение для  $P_{сб. е. и}$  в [168,

с. 149] предлагается получить на основании того, что при передаче сигнала  $i$ -й позиции большинство ошибок (сбоев) будет иметь вид  $i \rightarrow i+1$  или  $i \rightarrow i-1$ , причем оба вида ошибок равновероятны. Тогда, учитывая, что для крайних позиций возможен только один вид ошибок, а для внутренних — два, получим

$$P_{\text{сб.е.и}} = \frac{2(m-1)}{m \log_2 m} P_{\text{сб.е.и}2}. \quad (6.61)$$

Подставляя в (6.61) значение  $P_{\text{сб.е.и}2}$  из [168] с учетом принятых здесь обозначений, приведем выражение для  $P_{\text{сб.е.и}}$  к виду [107]

$$P_{\text{сб.е.и}} = \frac{2(m-1)}{m \log_2 m} \left\{ Q \left[ \frac{H}{2} (\sqrt{1+\lambda} - \sqrt{1-\lambda}), \frac{H}{2} (\sqrt{1+\lambda} + \sqrt{1-\lambda}) \right] - \frac{1}{2} e^{-\frac{H^2}{2}} I_0 \left( \frac{H^2 \lambda}{2} \right) \right\}, \quad (6.62)$$

где  $H^2 = h^2 \tau$  — отношение мощностей сигнала и помехи на выходе демодулятора;  $\lambda$  — коэффициент корреляции между сигналами соседних позиций;  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка;

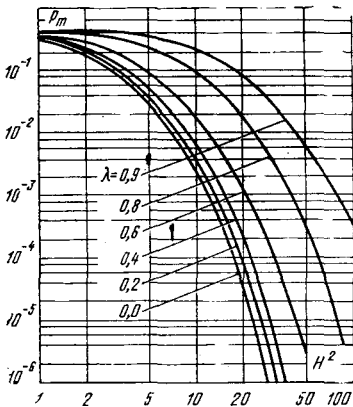


Рис. 6.14

$$Q(\alpha, \beta) = \int_{\beta}^{\infty} x e^{-\frac{x^2+\alpha^2}{2}} I_0(\alpha x) dx - Q -$$

функция, табулированная в [42, 168].

Значение  $\lambda$  определяется выражением, которое с учетом (3.97) и (3.98) принимает вид

$$\lambda = \frac{\sin \pi \Delta f_p \tau}{\pi \Delta f_p \tau} = \frac{\sin \pi (1 + \epsilon)}{\pi (1 + \epsilon)}. \quad (6.63)$$

Уравнение для  $R$  будет в точности таким же, как и в (6.6), а уравнение для  $\Delta f_{\Sigma}$  согласно (3.103) с учетом (3.97) запишется в виде

$$\Delta f_{\Sigma} = \frac{m + K_{\text{п}}}{\tau} (1 + \epsilon). \quad (6.64)$$

Подставляя в (6.64) значение  $\tau$ , определенное из уравнения для  $R$ , получим

$$\Delta f_{\Sigma} = \frac{(m + K_{\text{п}}) (1 + \epsilon)}{K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} R. \quad (6.65)$$

Поскольку аналитическое определение из (6.62) технического параметра  $h^2$  невозможно, то воспользуемся графическим методом. С этой целью на рис. 6.14 по (6.62) с учетом (6.63) постро-

ны графики  $p_m = f(H^2)$  при  $\lambda = \text{const}$ , где  $p_m = P_{\text{сб.е.и}} \frac{m \log_2 m}{2(m-1)}$ . Поскольку  $H^2 = h^2 \tau$ , то с учетом выражения для  $R$ , определяемого (6.6), получим

$$h^2 = H^2 \frac{R}{K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m}. \quad (6.66)$$

Принимая в качестве эталонной бинарную СПДИ с ортогональными сигналами, получаем возможность использовать для определения ее технических параметров (6.11).

Подставляя значения  $\Delta f_{\Sigma}$  и  $h^2$  из (6.65) и (6.66) в выражение (4.45) для  $B_{\Pi}$ , получим с учетом (6.11)

$$B_{\Pi} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{2}{2 + K_{\Pi 2 \text{ мин}}} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб.непр}} 2}}{\frac{m + K_{\Pi m \text{ мин}}}{2 + K_{\Pi 2 \text{ мин}}} (1 + \varepsilon) + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{H^2}{2 + K_{\Pi 2 \text{ мин}}}} B_R, \quad (6.67)$$

где  $H^2$  определяется по рис. 6.14.

При предельных значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  из (6.67) следует

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{\Pi} &= \frac{2 + K_{\Pi 2 \text{ мин}}}{(m + K_{\Pi m \text{ мин}}) (1 + \varepsilon)} B_R \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{\Pi} &= \frac{2 \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб.непр}} 2}}{H^2} B_R \end{aligned} \right\} \quad (6.68)$$

Из (6.68) видно, что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  неортогональная система сигналов хуже ортогональной. Действительно, при заданных значениях  $P_{\text{сб.е.и}}$ ,  $K_{\text{ЭНТР}}$ ,  $K_{\text{изб.непр} 2}$  для любых  $m = \text{const}$ ,  $K_{\text{изб.непр} m} = \text{const}$  выигрыш  $B_{\Pi}$  зависит только от значения  $H^2$ . Но из рис. 6.14 следует, что наименьшее значение  $H^2$  (соответствующее наибольшему значению  $B_{\Pi}$ ) будет при  $\lambda = 0$ , что соответствует ортогональной системе сигналов.

В другом крайнем случае при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$ , как видно из (6.68), выигрыш  $B_{\Pi}$  растет с уменьшением  $\varepsilon$ . Следовательно, в этом случае неортогональная система сигналов лучше ортогональной.

Из приведенного анализа следует, что существует некоторое пороговое значение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \left( \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \right)_{\text{пор}}$ , так что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < \left( \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \right)_{\text{пор}}$

лучше неортогональная система сигналов, а при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > \left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{\text{пор}}$  — ортогональная. Естественно, что дальнейший анализ представляет интерес лишь в области  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < \left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{\text{пор}}$ .

Характер зависимостей  $B(m, \epsilon)$  при значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < \left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{\text{пор}}$  иллюстрируется рис. 6.15, построенным по (6.67) для  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 10^{-3}$ ,  $P_{\text{сб. е. н}} = 10^{-5}$ ,  $K_{\text{п2 мин}} = 1$ ,  $K_{\text{пт мин}} = 0$ , а также при  $K_{\text{энтр}} = 1$ ,  $K_{\text{изб. неорт}} = K_{\text{изб. неорт}} = 1$ . Видно, что при любом значении  $\epsilon < 0$  имеется оптимальное значение  $m = m_{\text{опт}}$ , максимизирующее  $B_{\text{ц}}$ , причем с уменьшением  $\epsilon$  значения  $B_{\text{ц макс}}$  возрастают.

Для суждения о целесообразности выбора неортогональной системы сигналов удобно построить зависимости  $B_{\text{ц макс}}^{(\text{неорт})} / B_{\text{ц макс}}^{(\text{орт})}$  в функции от  $(1 + \epsilon)$ , где верхние индексы («неорт» и «орт») указы-

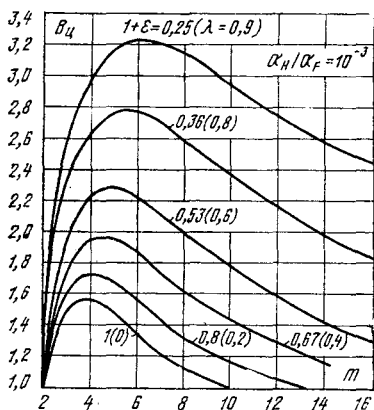


Рис. 6.15

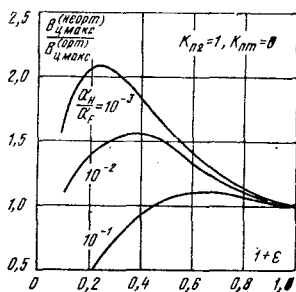


Рис. 6.16

вают на принадлежность данной величины СПДИ с неортогональной и ортогональной системами сигналов. Такие зависимости для различных значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  представлены на рис. 6.16. Для  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 10^{-3}$  они рассчитаны по данным рис. 6.15, а для других значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  — по аналогичным графикам, которые здесь не приводятся.

Из рис. 6.16 можно сделать вывод, что значение  $B_{\text{ц макс}}^{(\text{неорт})} / B_{\text{ц макс}}^{(\text{орт})}$  может быть существенным. Из рис. 6.16 также видно, что  $\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{\text{пор}} \approx 0,1$ , поскольку при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1$  выигрыш составляет всего примерно 10%.

Полученные результаты показывают, что при работе по каналам с  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < 0,1$  целесообразно применять СПДИ с МЧМ с неортогональной системой сигналов. Поскольку, как видно из (4.91), условие  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \leq 0,1$  выполняется для всех кабельных ЛС, то именно для них и следует рекомендовать применение СПДИ с МЧМ с неортогональной системой сигналов.

Учет истинных значений  $K_{\text{Энтр}}$ ,  $K_{\text{изб. непр}2}$  и  $K_{\text{изб. непр}m}$  изменит полученные результаты лишь в количественном отношении, аналогично тому, как это было в предыдущих параграфах. Соответствующие расчеты легко выполнить по (6.67).

Поскольку в данном случае характер зависимости  $R$  и  $C$  от  $\tau$  одинаков, то справедливо выражение (6.38), т. е.  $B_{\text{эф}}(R) = B_C$ , что позволяет распространить все результаты, полученные выше при оценке по критерию цены, также на случай оценки по критерию эффективности вида  $B_{\text{эф}}(R)$ .

Выражение для критерия эффективности вида  $B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}})$  получим, воспользовавшись (6.62) и учитывая, что в качестве эталонной принята бинарная СПДИ с ортогональными сигналами:

$$B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) = \frac{m \log_2 m \exp\left(-\frac{H_2^2}{2}\right)}{4(m-1) \left\{ Q\left[\frac{H_m}{2}(\sqrt{1+\lambda} - \sqrt{1-\lambda})\right], \frac{H_m}{2}(\sqrt{1+\lambda} + \sqrt{1-\lambda}) \right\} \rightarrow -\frac{1}{2} \exp\left(-\frac{H_m^2}{2}\right) I_0\left(\frac{H_m^2 \lambda}{2}\right) \right\}} \quad (6.69)$$

Решая совместно систему уравнений для  $R$ ,  $\Delta f_{\Sigma}$  и  $C$ , получим для  $H_2^2$  и  $H_m^2$  выражения:

$$\left. \begin{aligned} H_2^2 &= \frac{\frac{C}{\alpha_F R} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб. непр}2} - (2 + K_{\text{п}2 \text{ мин}})}{\alpha_H / \alpha_F} \\ H_m^2 &= \frac{\frac{C}{\alpha_F R} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб. непр}m} - (m + K_{\text{п}m \text{ мин}})(1 + \varepsilon)}{\alpha_H / \alpha_F} \end{aligned} \right\} \quad (6.70)$$

которые и надлежит подставить в (6.70).

Если заменить условие  $C = C_0 = \text{const}$  условием  $R = R_0$  и задать значение  $P_{\text{сб. е. п}2} = \text{const}$ , то можно воспользоваться выражением (6.40), определить величину  $\frac{C}{\alpha_F R}$  и подставить ее в (6.70).

Тогда в правой части (6.69) аргументы  $C$  и  $R$  исчезают, но появ-

ляется аргумент  $P_{\text{сб.е.и2}}$ . Смысл и целесообразность такой замены поясняются в § 4.4. Значения  $H_2^2$  и  $H_m^2$  в этом случае равны:

$$\left. \begin{aligned} H_2^2 &= 2 \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и2}} K_{\text{ЭТР}} K_{\text{изб.непр.2}}} \\ H_m^2 &= 2 B_R \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и2}} K_{\text{ЭТР}} K_{\text{изб.непр.2}}} + \\ &+ \frac{B_R (2 + K_{\text{п2 мин}}) - (m + K_{\text{пт мин}}) (1 + \epsilon)}{\alpha_H / \alpha_F} \end{aligned} \right\} \quad (6.71)$$

Для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  из (6.71) получим:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} H_m^2 &= \begin{cases} \infty & \text{при } z > 0 \\ 0 & \text{при } z \leq 0 \end{cases} \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} H_m^2 &= 2 B_R \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и2}} K_{\text{ЭТР}} K_{\text{изб.непр.2}}} \end{aligned} \right\} \quad (6.72)$$

где  $z = B_R (2 + K_{\text{п2 мин}}) - (m + K_{\text{пт мин}}) (1 + \epsilon)$ .

Характер зависимостей  $B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}}) = f(m)$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \text{const}$  аналогичен представленному на рис. 6.8. Можно также показать, что существует пороговое значение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \left( \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \right)_{\text{пор}}$ , разделяющее области, где переход к неортогональной системе сигналов целесообразен или нет, аналогично тому, как это было установлено при оценке по критерию цены. Разумеется, значения  $\left( \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \right)_{\text{пор}}$  для критериев цены и эффективности совпадают.

Общий вывод из проведенного рассмотрения состоит в том, что при достаточно малых значениях  $\alpha_H/\alpha_F$  (ориентировочно при  $\alpha_H/\alpha_F < 0,1$ ) целесообразно применение неортогональной системы сигналов. Следует, однако, оговорить, что этот вывод получен в предположении отсутствия ограничений на значения технических параметров.

## 6.6. ОЦЕНКА СПДИ С МЧМ ПРИ УЧЕТЕ ВЛИЯНИЯ ИСКАЖЕНИЙ СИГНАЛА ВКС НА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ

При учете влияния искажений сигнала в КС на помехоустойчивость в выражении для  $P_{\text{сб.е.и}}$  появляются аргументы, характеризующие АЧХ и ФЧХ КС. В рассматриваемом здесь случае, когда КС аппроксимируется ИПФ, единственным параметром КС является коэффициент  $K_{\text{п}}$ , который и становится аргументом выраже-

ния для  $P_{\text{сб. е. и}}$ . Следовательно, технический параметр  $h^2$ , определяемый из выражения для  $P_{\text{сб. е. и}}$ , также будет иметь в составе своих аргументов коэффициент  $K_{\text{п}}$ . Тогда функциональное уравнение для цены будет иметь вид (6.19). Проведенный в § 6.2 качественный анализ этого уравнения показал, что существует оптимальное значение  $K_{\text{п}} = K_{\text{п опт}}$ , минимизирующее цену СПДИ. Для нахождения  $K_{\text{п опт}}$  следует решить относительно  $K_{\text{п}}$  уравнение

$$\partial \Pi / \partial K_{\text{п}} = 0. \quad (6.73)$$

Хотя теоретически определение  $K_{\text{п опт}}$  решает поставленную задачу, практические соображения вынуждают исследовать зависимость  $\Pi(K_{\text{п}})$ , по крайней мере, в окрестности  $K_{\text{п опт}}$ . Действительно, если бы значение цены в районе  $K_{\text{п опт}}$  изменялось резко, то это создавало бы трудности при практической реализации СПДИ, поскольку расчетное значение  $K_{\text{п}}$  может быть реализовано лишь с определенной степенью точности. Более того, поскольку  $K_{\text{п опт}}$  неиз-

бежно зависит от  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , а эта величина может быть определена для реальных условий лишь приближенно, то расхождения между расчетным и истинным значениями  $K_{\text{п опт}}$  будут иметь место даже при весьма точной реализации расчетного значения  $K_{\text{п}}$ .

Для изучения характера зависимости  $\Pi(K_{\text{п}})$  целесообразно воспользоваться графическим представлением этой функции. Графики могут быть рассчитаны по (6.19), причем с целью представления их в безразмерных координатах следует построить графики функции.

$$q_{\Pi} = \Pi / \Pi_0 = f(K_{\text{п}}), \quad (6.74)$$

где  $\Pi_0$  — значение  $\Pi$  при  $K_{\text{п}} = K_{\text{п0}} = \text{const}$  (значение  $K_{\text{п0}}$  выбирается произвольно). Эти графики могут быть использованы также для определения  $K_{\text{п опт}}$ , так что составление и решение уравнения (6.73) не является обязательным.

Выражение для  $P_{\text{сб. е. и}}$  имеет такой вид, что аналитическое определение из него функции  $H$ , входящей в (6.19), невозможно. Тогда следует искать другие способы решения. Здесь может быть несколько вариантов. Например, можно искать подходящую аппроксимацию выражения для  $P_{\text{сб. е. и}}$ . Можно решать задачу графически, воспользовавшись графическим представлением выражения для  $P_{\text{сб. е. и}}$ . Наконец, возможны различные варианты графоаналитического решения, отличающиеся этапом, на котором полученные графики аппроксимируются аналитическими выражениями.

Выражение для  $P_{\text{сб. е. и}}$ , справедливое для рассматриваемой здесь модели СПДИ, получено в § 5.5. Легко убедиться, что аналитическое определение из этого выражения функции  $H$ , входящей в (6.19), невозможно. Поэтому воспользуемся графическим способом определения значений  $K_{\text{п опт}}$ .

Прежде всего, построим графики функции  $q_{\Pi} = \frac{\Pi}{\Pi_0} = f(K_{\text{п}})$ . Для этого перепишем выражение (6.19) в форме  $\Pi = \alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{\Sigma}$ . Зна-



чение  $\Delta f_{\Sigma}$  определится из (6.10). Значение же  $h^2$  следует определить графически из рис. 5.10—5.14. Графики рис. 5.10—5.14 построены в координатах  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H)$ , где  $H^2 = h^2 \tau$ . Определяя  $\tau$  из уравнения для  $R$  в (6.6), получим

$$h^2 = \frac{H^2 R}{K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m}. \quad (6.75)$$

С учетом (6.75) выражение для  $\Pi$  запишется в форме

$$\Pi = \frac{R}{K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} [\alpha_H H^2 + \alpha_F (m + K_{\Pi})]. \quad (6.76)$$

Выражение для  $\Pi_0$  получим из (6.77), полагая в нем  $K_{\Pi} = K_{\Pi_0}$ :

$$\Pi_0 = \frac{R}{K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} [\alpha_H H_0^2 + \alpha_F (m + K_{\Pi_0})], \quad (6.77)$$

где  $H_0^2$  — значение  $H^2$  при  $K_{\Pi} = K_{\Pi_0}$ .

Подставляя значения  $\Pi$  и  $\Pi_0$  из (6.76) и (6.77) в (6.74), получим после несложных преобразований

$$q_{\Pi} = \frac{H^2}{H_0^2 + \frac{m + K_{\Pi_0}}{\alpha_H / \alpha_F}} + \frac{m + K_{\Pi}}{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} H_0^2 + m + K_{\Pi_0}}. \quad (6.78)$$

Для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  из (6.78) получим

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} q_{\Pi} &= \frac{m + K_{\Pi}}{m + K_{\Pi_0}} \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} q_{\Pi} &= \frac{H^2}{H_0^2} \end{aligned} \right\}. \quad (6.79)$$

Определение  $H^2$  и  $H_0^2$  по графикам рис. 5.10—5.14 производится следующим образом. Задаемся значениями  $m$  и  $P_{\text{сб.е.и}}$ . На соответствующем графике проводим линию, параллельную оси абсцисс. Опуская перпендикуляры из точек пересечения этой линии с графиками при различных значениях  $K_{\Pi}$ , находим соответствующие значения  $H^2$ . Таким образом, получаем функцию  $H^2(K_{\Pi})$  при  $m = \text{const}$ ,  $P_{\text{сб.е.и}} = \text{const}$  в табличной форме. Выбрав  $K_{\Pi_0}$ , определим тем самым и  $H_0^2$ . Теперь осталось подставить значения  $H^2$ ,  $H_0^2$  и  $K_{\Pi_0}$  в (6.78) и вычислить функцию  $q_{\Pi}(K_{\Pi})$  при выбранных значениях  $m$  и  $P_{\text{сб.е.и}}$ . Такие же операции следует провести для

других значений  $m$  и  $P_{\text{сб. е. и}}$ , в результате чего получим серию таблиц, по которым строится серия графиков  $q_{\text{Ц}}(K_{\text{п}})$ . Из этих графиков и определяется  $K_{\text{п опт}}$  для всех значений  $m$ ,  $P_{\text{сб. е. и}}$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ .

Для определения выигрыша по критерию цены представим его, воспользовавшись исходным определением функции  $q_{\text{Ц}} = \frac{\text{Ц}}{\text{Ц}_0}$ , в форме

$$B_{\text{Ц}} = \frac{\text{Ц}_э}{\text{Ц}} = \frac{q_{\text{Цэ}}}{q_{\text{Ц}}} \frac{\text{Ц}_{0э}}{\text{Ц}_0}, \quad (6.80)$$

где индекс «э» означает принадлежность данной величины эталонной СПДИ. Поскольку  $q_{\text{Ц}} = q_{\text{Ц}}(K_{\text{п}})$ , то значение  $B_{\text{Ц}}$ , определяемое из (6.80), также будет зависеть от  $K_{\text{п}}$ . Однако основной интерес представляет значение  $B_{\text{Ц}}$  при минимальных ценах сравниваемых СПДИ. Это означает, что вместо (6.80) следует использовать выражение, полученное из него подстановкой  $q_{\text{Ц}} = q_{\text{Ц мин}}$ . Тогда вместо (6.80) получим

$$B_{\text{Ц}} = \frac{q_{\text{Цэ мин}}}{q_{\text{Ц мин}}} \frac{\text{Ц}_{0э}}{\text{Ц}_0}. \quad (6.81)$$

Наконец, воспользовавшись (6.77), вместо (6.81) получим окончательно, полагая в качестве эталонной бинарную СПДИ:

$$B_{\text{Ц}} = \frac{q_{\text{Ц}2 \text{ мин}}}{q_{\text{Ц}m \text{ мин}}} \frac{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} H_{02}^2 + 2 + K_{\text{п}02}}{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} H_0^2 + m + K_{\text{п}0m}} B_R. \quad (6.82)$$

Значения  $q_{\text{Ц мин}}$  определяются, как говорилось выше, из графиков  $q_{\text{Ц}}(K_{\text{п}})$ . Для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  их можно определить и аналитически, воспользовавшись (6.79):

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} q_{\text{Ц мин}} &= \lim_{K_{\text{п}} \rightarrow m} \frac{m + K_{\text{п}}}{m + K_{\text{п}0}} \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} q_{\text{Ц мин}} &= \lim_{K_{\text{п}} \rightarrow \infty} \frac{H^2}{H_0^2} \end{aligned} \right\}. \quad (6.83)$$

При получении первого из выражений в (6.83) учтено, что  $q_{\text{Ц}}$  не может приобретать отрицательных значений, а второе выражение получено с учетом характера зависимости  $H^2(K_{\text{п}})$  при  $m = \text{const}$   $P_{\text{сб. е. и}} = \text{const}$ .

С учетом (6.83) для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  из (6.82) получим <sup>1)</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{Ц} &= 1 \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{Ц} &= \lim_{\substack{K_{п2} \rightarrow \infty \\ K_{пт} \rightarrow \infty}} \frac{H_2^2}{H^2} B_R \end{aligned} \right\} \quad (6.84)$$

Но при  $K_{п} \rightarrow \infty$  выражение для  $P_{сб.е.и}$  превращается в выражение, справедливое для неискажающего КС и приведенное в (6.6).

Естественно, что тогда выражение для  $\lim B_{Ц}$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  совпадает с полученным в § 6.2 и определяется вторым выражением в (6.24).

Для другого крайнего случая, когда  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$ , положение иное.

Если в рассматриваемом здесь случае выигрыш равен единице, то при выборе неоптимальных значений  $K_{п2}$  и  $K_{пт}$  он может быть как больше, так и меньше единицы, что видно из (6.24).

Очевидно, что максимальный выигрыш при промежуточных значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  будет находиться в пределах от единицы до величины,

определяемой правой частью второго выражения в (6.24), т. е. в тех же пределах, что и при неискажающем КС (анализ этого случая проведен в § 6.2). Расхождение может быть лишь в ходе зависи-

симостей  $B_{Ц}(m)$  при тех же значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ ,  $a$ ,  $N$ ,  $P_{сб.е.и}$ ,  $K_{энтр}$ .

Можно также предположить, что с увеличением  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  расхождение

будет уменьшаться, поскольку в пределе при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  оно вообще исчезает.

По описанной выше методике были получены зависимости  $q_{Ц}(K_{п})$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \text{const}$ , представленные на рис. 6.17—6.21 соответ-

<sup>1)</sup> При определении значения  $\lim B_{Ц}$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  следует учесть, что

$q_{Ц2 \text{ мин}}$  и  $q_{Ц \text{ мин}}$  стремятся к нулю независимо. Справедливость полученного значения  $\lim B_{Ц}$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  вытекает также из физических соображений. Дей-

ствительно, при  $K_{п2} \rightarrow -2$  и  $K_{пт} \rightarrow -m$  цены сравниваемых СПДИ стремятся к нулю каждая. Но если обе СПДИ «ничего не стоят», то безразлично, какую из них использовать.

ственно для  $m=2, 3, 4, 6, 8$ . Везде принято  $K_{по}=0$ . На каждом рисунке графики построены для значений  $P_{сб.е.и}=10^{-4}; 10^{-5}; 10^{-6}$ . Эти графики дают наглядное представление о зависимости цены СПДИ от  $K_{п}$  при различных значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ ,  $m$  и

$P_{сб.е.и}$ . Из них определяются также значения  $q_{ц\ мин}$  и  $K_{п\ опт}$ .

На рис. 6.22 представлены графики  $V_{ц}(m)$ , построенные по (6.82) и (6.84), причем вместо второго выражения в (6.84) использовано второе выражение из (6.24). Допустимость такой замены пояснялась выше. При построении графиков полагалось выполненным условие (6.22). Значения  $q_{ц\ мин}$  определялись по графикам рис. 6.17—6.21. Значения  $H^2_0$  взяты из таблиц, рассчитанных при построении графиков  $q_{ц}(K_{п})$ .

Сравнение графиков рис. 6.22 с графиками рис. 6.1 показывает, что их характер одинаков, как и предполагалось.

Количественные отличия зависят, естественно, от значений  $K_{п2}$  и  $K_{пm}$  (на рис. 6.1), а также  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . В качестве примера на рис. 6.22 показаны две кривые (отмечены крестиками), взятые из рис. 6.1 при  $K_{п2}=K_{пm}=1$ ,  $P_{сб.е.и}=10^{-5}$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}=0,1; 0,5$ .

Как видно, максимальная разница в значениях  $V_{ц}$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}=0,1$  равна 20%, а при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}=0,5$  уменьшается до 12%. С увеличением

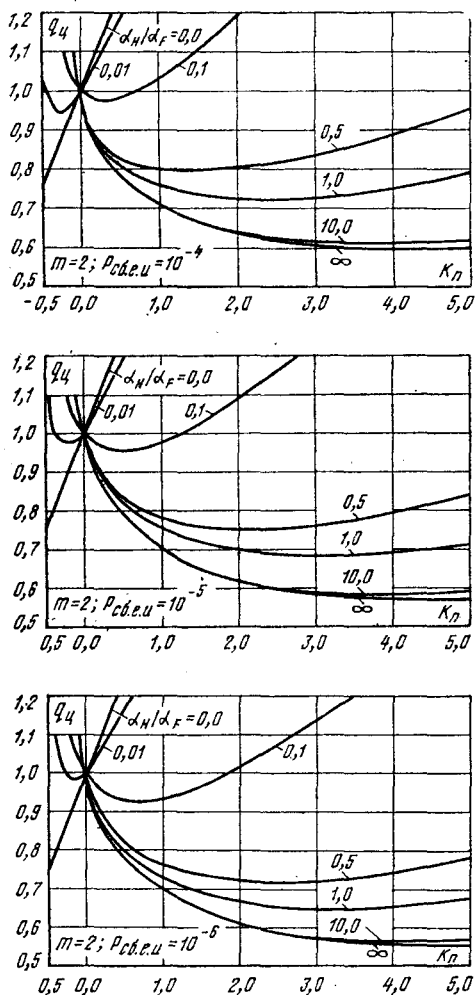


Рис. 6.17

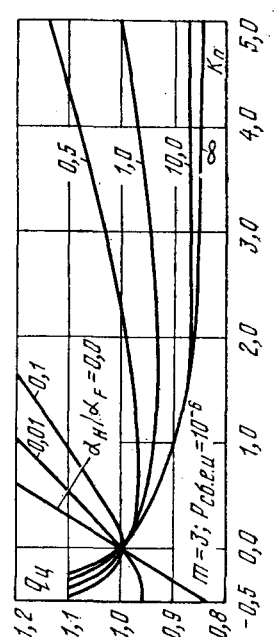
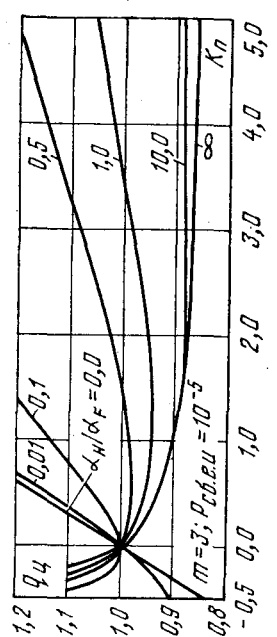
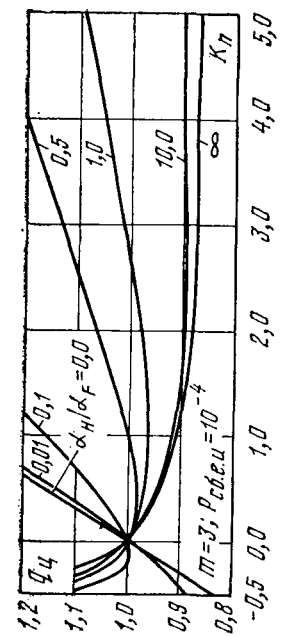


Рис. 6.18

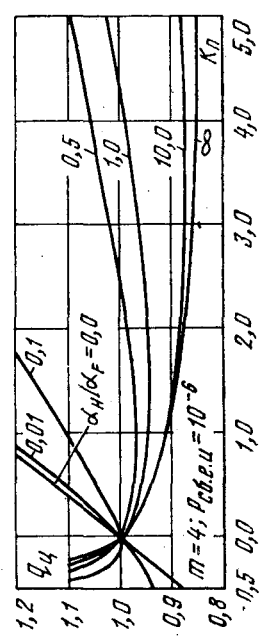
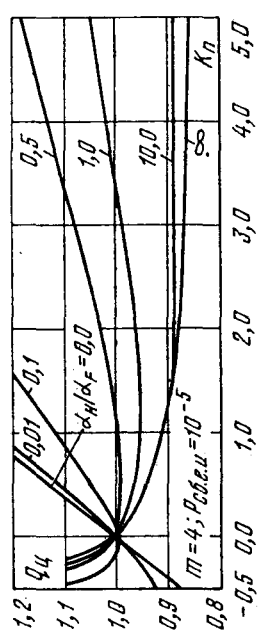
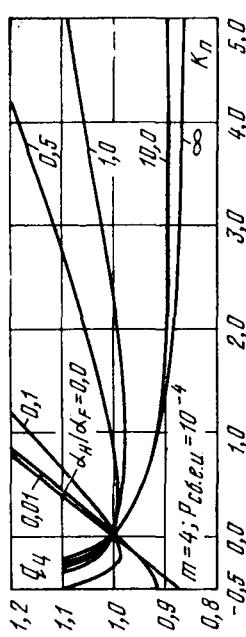


Рис. 6.19

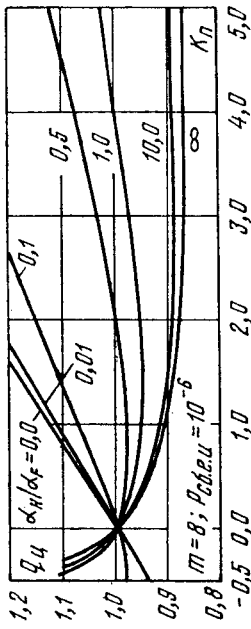
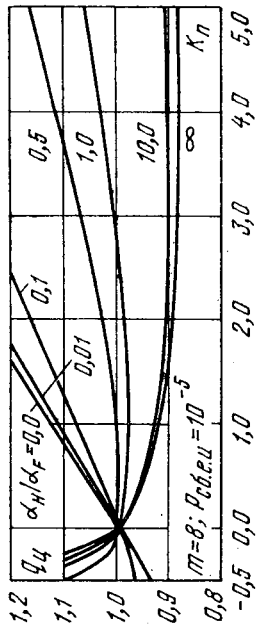
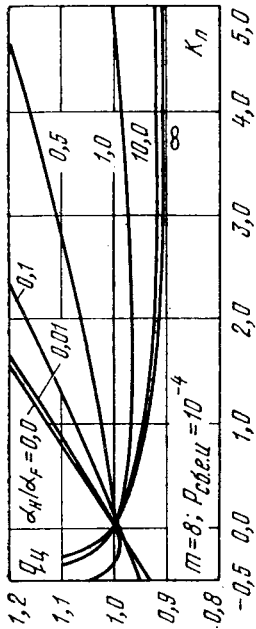
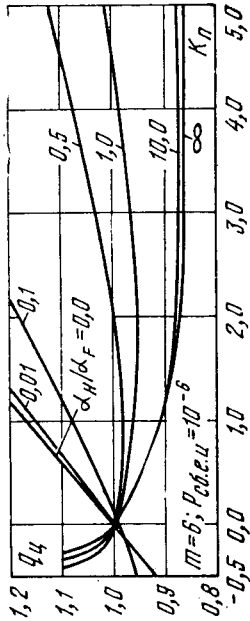
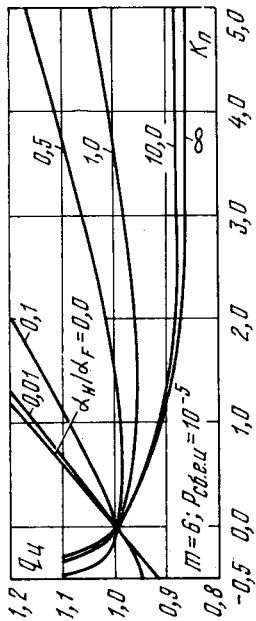
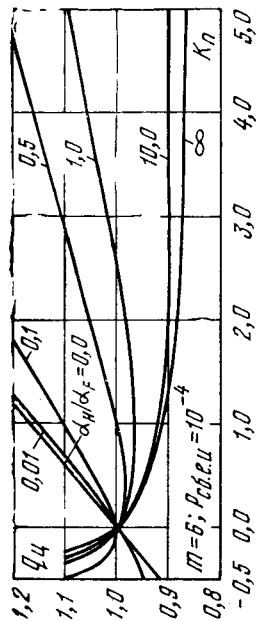


Рис. 6.21

Рис. 6.20

$\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  разница еще меньше. Можно убедиться, что расхождение между графиками для  $P_{\text{сб. е. ж}} = 10^{-5}$ ,  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1$  при  $K_{\text{п2}} = 1$  и  $K_{\text{пт}} = 0$  (рис. 6.5) и  $K_{\text{п2 опт}}$ ,  $K_{\text{пт опт}}$  (рис. 6.22) еще меньше. Это легко объяснить, поскольку в этом случае значение  $K_{\text{пт}}$  ближе к  $K_{\text{пт опт}}$ .

Из сопоставления графиков рис. 6.1, 6.5 и 6.22 при малых значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  следует, что расхождение между ними может быть более существенным. Так, например, при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$  расхождение между  $B_{\text{ц макс}}$  для случаев  $K_{\text{п2}} = 1,0$ ,  $K_{\text{пт}} = 0$  и  $K_{\text{п2}} = K_{\text{п2 опт}}$ ,  $K_{\text{пт}} = K_{\text{пт опт}}$  достигает 70%. Однако уже при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,01$  расхождение уменьшается до 40% (на рис. 6.5 кривая при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,01$  практически сливается с кривой при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0$  и поэтому не показана).

Таким образом, из вышеизложенного следует, что полученные ранее (в § 6.2) зависимости  $B_{\text{ц}}(m)$ , не учитывавшие влияния ограниченности полосы пропускания КС на помехоустойчивость, достаточно хорошо отражают истинный ход этих зависимостей, кроме, быть может, очень близких к нулю значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ .

Проведенный анализ полезен, однако, не только тем, что позволил уточнить истинный ход зависимостей  $B_{\text{ц}}(m)$ , но и тем, что позволил установить оптимальные значения  $K_{\text{п}}$ , минимизирующие цену СПДИ. Эти значения легко определяются из графиков  $q_{\text{ц}}(K_{\text{п}})$ , приведенных на рис. 6.17—6.21. Из этих графиков можно также сделать важный для практики вывод о нечувствительности выбора значения  $K_{\text{п опт}}$ , причем нечувствительность тем больше, чем больше значение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . В качестве примера в табл. 6.5 приведены значения

$K_{\text{п опт}}$  при различных значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  для  $m=2$  и  $m=8$  при  $P_{\text{сб. е. ж}} = 10^{-5}$ , а также допустимые отклонения от  $K_{\text{п опт}}$ , в пределах которых цена СПДИ увеличивается не более чем на 10%. Как видно, допуски на выбор значений  $K_{\text{п}}$  весьма велики и растут с ростом  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Из приведенных данных можно также определить, что если при  $m=2$  выбрать  $K_{\text{п2}} = 0$ , то ухудшение цены не выйдет из десятипроцентного допуска для значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  от 0,01 до 0,1; выбор  $K_{\text{п2}} = 1$  обеспечивает пребывание цены в десятипроцентном допуске для значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  от 0,1 до 1,0 и т. д. Это свидетельствует о том, что

$\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$	$K_{\text{пз опт}}$	Допустимые отклонения от $K_{\text{пз опт}}$	$K_{\text{п8 опт}}$	Допустимые отклонения от $K_{\text{пз опт}}$
0,01	-0,2	+0,45 -0,25	—	—
0,1	0,5	+1,3 -0,65	0	+1,5 -0,5
0,5	2,0	+2,7 -1,4	0,3	+3,7 -0,9
1,0	3,0	+3,5 -2,0	1,5	+4,0 -1,8

даже при весьма ориентировочном определении значения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  для реальной СПДИ можно обеспечить реализацию  $K_{\text{п}}$  при которой цена будет близка к минимальной. Выполнение этих условий тем легче, чем больше значение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ .

Представляет интерес выяснить степень требуемого увеличения значения  $h^2$  при уменьшении  $K_{\text{п}}$ . Эта зависимость может пред-

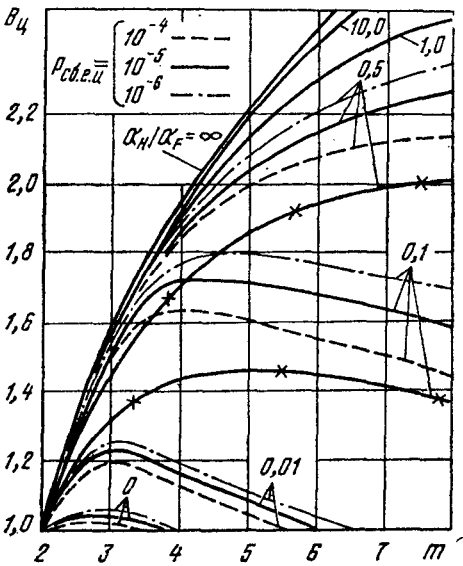


Рис. 6.22

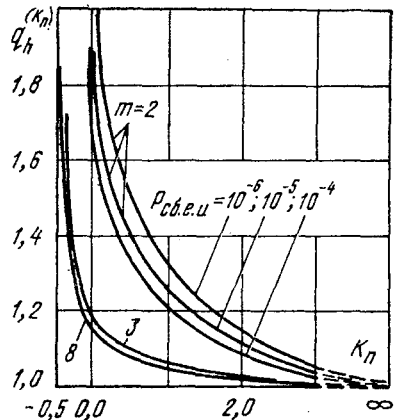


Рис. 6.23

ставлять интерес в тех случаях, когда максимальное значение  $h^2$  лимитировано, например, мощностью передатчика или коэффициентом шума приемника.



С этой целью на рис. 6.23 представлены графики функции

$$q_h^{(K_n)} = \frac{h^2}{\lim_{K_n \rightarrow \infty} h^2}, \quad (6.85)$$

для построения которых использовались полученные ранее табличные зависимости  $H^2(K_n)$  и ф-ла (6.75).

Из рис. 6.23 видно, что функция  $q_h^{(K_n)} = f(K_n)$  весьма слабо зависит от значения  $P_{сб.е.и}$  (для  $m=3; 8$  графики при  $P_{сб.е.и}=10^{-4}; 10^{-5}; 10^{-6}$  настолько мало отличаются, что в масштабах рис. 6.23 неразличимы). Кроме того, видно, что ход зависимости при  $m=2$  заметно отличается от хода зависимости при  $m>2$ , причем при  $m \geq 3$  графики почти совпадают (по крайней мере, в пределах  $m=3-8$ ). Из рис. 6.23 также можно сделать вывод, что для  $m=2$  заметное увеличение требующегося значения  $h^2$  наступает при  $K_{п2} \leq 1$ , а для  $m \geq 3$  — при  $K_{пm} \leq 0$ . Следовательно, если оптимальные (или близкие к ним) значения  $K_{п2}$  и  $K_{пm}$  попадают в эти области, то следует особо внимательно проверить возможность и допустимость реализации требующихся значений  $h^2$ . Это еще раз подтверждает сделанный ранее вывод о необходимости тщательного выбора значений  $K_{п2}$  и  $K_{пm}$  при малых значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , поскольку именно в этом случае оптимальные значения  $K_{п2}$  и  $K_{пm}$  получаются малыми.

Рассмотрим, наконец, зависимости  $h^2 = h(m)$  и  $\Delta f_{\Sigma} = f(m)$  при выборе  $K_{п2} = K_{п2 \text{ опт}}$  и  $K_{пm} = K_{пm \text{ опт}}$ . По аналогии с (6.31) представим эти зависимости в виде

$$\left. \begin{aligned} q_{h, K_{п \text{ опт}}} &= \frac{h_2^2(K_{п2 \text{ опт}})}{h_m^2(K_{пm \text{ опт}})} = h(m) \\ q_{f, K_{п \text{ опт}}} &= \frac{\Delta f_{\Sigma 2}(K_{п2 \text{ опт}})}{\Delta f_{\Sigma m}(K_{пm \text{ опт}})} = f(m) \end{aligned} \right\}. \quad (6.86)$$

Как видно из второго выражения в (6.83), при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  значение  $K_{п \text{ опт}}$  достигается при  $K_{п} \rightarrow \infty$ . Но условие  $K_{п} \rightarrow \infty$  означает, что КС становится неискажающим. Следовательно, при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  функция  $q_{h, K_{п \text{ опт}}}(m)$  совпадает с функцией  $q_h(m)$  для неискажающего КС, т. е.

$$\lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} q_{h, K_{п \text{ опт}}} = q_h, \quad (6.87)$$

где  $q_h = \frac{h_2^2}{h_m^2}$  — функция, определяемая первым из уравнений в (6.31) и представленная графически на рис. 6.6.

Для вычисления  $q_{h, K_{п. опт}}(m)$  по (6.86) при произвольных значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  можно воспользоваться графиками рис. 6.6, 6.17—6.21 и 6.23. Покажем это. Из (6.85) определим  $h_2^2(K_{п2 опт}) = q_h^{(K_{п2 опт})} \lim_{K_{п2} \rightarrow \infty} h_2^2$  и  $h_m^2(K_{пm опт}) = q_h^{(K_{пm опт})} \lim_{K_{пm} \rightarrow \infty} h_m^2$ . Тогда получим

$$q_{h, K_{п опт}} = \frac{q_h^{(K_{п2 опт})} \lim_{K_{п2} \rightarrow \infty} h_2^2}{q_h^{(K_{пm опт})} \lim_{K_{пm} \rightarrow \infty} h_m^2}. \quad (6.88)$$

Но второй множитель в правой части (6.88) есть не что иное, как значение  $q_h$ , определяемое первым из уравнений в (6.31) и представленное графически на рис. 6.6. Поэтому вместо (6.88) запишем

$$q_{h, K_{п опт}} = q_h \frac{q_h^{(K_{п2 опт})}}{q_h^{(K_{пm опт})}}. \quad (6.89)$$

Из (6.89) видно, что действительно вычисление  $q_{h, K_{п. опт}}$  можно производить по графикам рис. 6.6, 6.17—6.21 и 6.23, поскольку  $q_h$  определяется из рис. 6.6,  $K_{п2 опт}$  и  $K_{пm опт}$  — из рис. 6.17—6.21 и  $q_h^{(K_{п2 опт})}$ ,  $q_h^{(K_{пm опт})}$  — из рис. 6.23.

На рис. 6.24 по (6.89) построены графики  $q_{h, K_{п. опт}}(m)$  при  $P_{сб. е. и} = 10^{-5}$  для нескольких значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , откуда видно, что характер графиков остается таким же, как и на рис. 6.6 (график рис. 6.6 соответствует здесь графику при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \infty$ ). С уменьшением  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  значение  $q_{h, K_{п. опт}}$  увеличивается, хотя и не очень существенно (в пределах изменений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  от  $\infty$  до 0,1).

На рис. 6.24 приведены также графики функции  $q_{F, K_{полт}}$ . Характер их такой же, как и на рис. 6.6.

Из проведенного анализа можно сделать следующие общие выводы:

1) функция  $q_{п}(K_{п})$  имеет экстремум типа минимума, что свидетельствует о существовании оптимального значения  $K_{п} = K_{п опт}$ , минимизирующего цену СПДИ;

2) значение  $K_{п опт}$  зависит от

$\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ ,  $m$  и  $P_{сб. е. и}$ ;

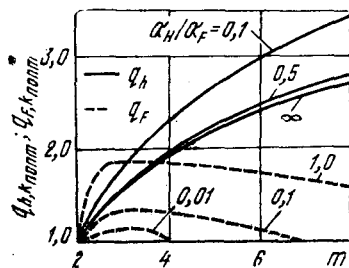


Рис. 6.24

3) выбор значения  $K_{\Pi}$  в окрестности  $K_{\Pi \text{ опт}}$  сравнительно не критичен (в смысле увеличения  $\zeta$  по сравнению с  $\zeta_{\text{мин}}$ ), причем эта не критичность увеличивается с ростом  $\alpha_{\Pi}/\alpha_{\text{F}}$ ;

4) хорошее совпадение зависимостей  $B_{\zeta}(m)$ , полученных без учета и с учетом искажений сигнала в КС, объясняется не критичностью выбора  $K_{\Pi} \neq K_{\Pi \text{ опт}}$ ; это совпадение одновременно подтверждает допустимость проведения оценки СПДИ без учета искажений сигнала в КС и при выборе значения  $K_{\Pi}$  на основе качественных соображений, аналогичных приведенным в § 6.2;

5) оценка СПДИ с учетом искажений сигнала в КС позволяет уточнить результаты, полученные при оценке без учета искажений; это уточнение может быть особенно существенным при малых значениях  $\frac{\alpha_{\text{H}}}{\alpha_{\text{F}}}$ ;

6) методика графического определения функций  $q_{\zeta}(K_{\Pi})$  достаточно проста и может быть рекомендована к применению.

## 6.7. ОЦЕНКА СПДИ С МЧМ ПРИ УЧЕТЕ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ЗНАЧЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

В реальных СПДИ значения технических параметров всегда ограничены. Достаточно указать на тривиальные ограничения  $h^2 < \infty$ ,  $\Delta f_{\text{K}} < \infty$ , вызванные вполне понятными физическими причинами. Но чаще более жесткие ограничения накладываются техническими, экономическими, эксплуатационными и т. п. соображениями, так что

$$\left. \begin{aligned} h^2 &\leq h_0^2 \\ \Delta f_{\text{K}} &\leq \Delta f_{\text{K}0} \end{aligned} \right\} \quad (6.90)$$

где  $h_0^2$  и  $\Delta f_{\text{K}0}$  — максимально допустимые значения соответственно  $h^2$  и  $\Delta f_{\text{K}}$ .

В некоторых случаях следует принимать во внимание также существование специфической регламентации на те или иные параметры СПДИ. Характерным примером являются современные многоканальные системы дальней связи с частотным уплотнением. В этих системах весь частотный диапазон разбит на полосы фиксированной ширины (телеграфные, телефонные, широкополосные и другие каналы). Эти каналы сдаются в аренду потребителям целиком, в том смысле, что нельзя взять в аренду часть полосы канала, заплатив соответственно меньшую цену. Конечно, в отдельных случаях такой вариант возможен (если найдется потребитель на неиспользованную часть), но это лишь исключение из правила. Также невозможно арендовать полосу, превышающую ширину полосы канала, поскольку соседние каналы разделены защитным промежутком. Исключение составляет случай, когда требуется полоса, равная суммарной полосе первичной стандартной группы каналов, и когда можно арендовать всю эту группу. Например, если требуется полоса, равная полосе телефонного канала (3,1 кГц), то можно арендовать телефонный канал, а не совокупность телеграф-

ных каналов, на которые он разделен. Аналогично если требуется полоса, равная полосе, занимаемой группой из 12 телефонных каналов, то можно арендовать всю группу, а не совокупность телефонных каналов.

При таком положении реализация минимальной цены СПДИ может оказаться невозможной, поскольку придется платить также за неиспользуемый участок полосы арендуемого канала.

По-видимому, имеется также ряд других ситуаций, при которых реализация оптимальных по критерию цены значений  $h^2$  и (или)  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_k$  нецелесообразна, затруднительна и вообще невозможна. Этими соображениями и определяется актуальность оценки СПДИ при учете ограничений и регламентаций на значения технических параметров.

Рассмотрим последовательно три возможных случая ограничений:

- а) ограничение сверху ширины полосы пропускания КС  $\Delta f_k$ ;
- б) ограничение сверху значения  $h^2$ ;
- в) одновременное ограничение сверху  $\Delta f_k$  и  $h^2$ ;

Условие а определяется вторым неравенством в (6.90). Поскольку в соответствии с рис. 3.10  $\Delta f_k = \Delta f_{\Sigma}$ , то это условие можно также записать в виде

$$\Delta f_{\Sigma} \leq \Delta f_{k0}. \quad (6.91)$$

Введя условие (6.91) во второе уравнение из (6.10) и разрешая полученное неравенство относительно  $K_{\Pi}$ , получим

$$K_{\Pi} \leq K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. непр}} \log_2 m \frac{\Delta f_{k0}}{R} - m. \quad (6.92)$$

Из (6.92) видно, что наличие ограничений на ширину полосы пропускания КС приводит к ограничению сверху области возможных значений  $K_{\Pi}$ . Здесь может быть два случая: значение  $K_{\Pi \text{ опт}}$  либо не превышает максимально допустимого значения  $K_{\Pi}$ , определяемого из (6.92), либо превышает его. В первом случае сохраняется возможность выбора  $K_{\Pi} = K_{\Pi \text{ опт}}$ . Если при этом также допустимо включить в цену СПДИ лишь ту часть ширины полосы КС, которая занята данной СПДИ, то все результаты и выводы, полученные в § 6.2, остаются в силе. Если же незанятая часть КС остается неиспользованной, но за нее нужно платить, то положение меняется. В этом случае нужно решить, что выгоднее: принять  $K_{\Pi} = K_{\Pi \text{ опт}}$ , но платить за неиспользуемую часть КС, или же взять  $K_{\Pi} > K_{\Pi \text{ опт}}$ , но занять всю полосу КС  $\Delta f_{k0}$ . Для решения этого вопроса сопоставим цены СПДИ в обоих случаях. При  $K_{\Pi} = K_{\Pi \text{ опт}}$  цена СПДИ равна  $C = \alpha_H h^2 + \alpha_F \Delta f_{k0}$ , а при  $K_{\Pi} > K_{\Pi \text{ опт}}$  — соответственно  $C' = \alpha_H h'^2 + \alpha_F \Delta f_{k0}$ . Отношение цен равно

$$\frac{C}{C'} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{h^2}{\Delta f_{k0}}}{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{h'^2}{\Delta f_{k0}}}.$$

Используя графики рис. 5.10—5.14 и выражение (6.75), можно убедиться, что  $h'^2 < h^2$ . Следовательно,  $\mathcal{C}' < \mathcal{C}$ . А это означает, что если за неиспользованную часть КС все равно нужно платить, то вместо выбора  $K_{\Pi} = K_{\Pi \text{ опт}}$  целесообразно принять максимально допустимое значение  $K_{\Pi}$ , определяемое (6.92).

Во втором случае, когда  $K_{\Pi \text{ опт}}$  превышает максимальное значение  $K_{\Pi}$ , определяемое из (6.92), также следует принять  $K_{\Pi}$  равным его максимально допустимому значению, поскольку в этом случае  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\text{к0}}$ .

Таким образом, во всех случаях, когда неиспользуемая часть КС должна быть оплачена и, следовательно, входит в цену СПДИ, выбор значения  $K_{\Pi}$  должен производиться по формуле, получающейся из (6.92) отбрасыванием знака неравенства:

$$K_{\Pi} = K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} \log_2 m \frac{\Delta f_{\text{к0}}}{R} - m. \quad (6.93)$$

Выигрыш в цене в этом случае равен

$$B_{\mathcal{C}} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{h_2^2}{\Delta f_{\text{к0}}}}{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{h^2}{\Delta f_{\text{к0}}}}. \quad (6.94)$$

Значения  $\frac{h_2^2}{\Delta f_{\text{к0}}}$  и  $\frac{h^2}{\Delta f_{\text{к0}}}$  определяются по графикам рис. 6.10—6.14 следующим образом. Проводим прямую  $P_{\text{сб. е. и}} = \text{const}$ . По (6.93) определяем  $K_{\Pi}$ . Из точки пересечения прямой  $P_{\text{сб. е. и}} = \text{const}$  с кривой  $P_{\text{сб. е. и}} = f(H)$  при вычисленном значении  $K_{\Pi}$  опускаем перпендикуляр<sup>1)</sup> и на оси абсцисс отсчитываем соответствующее значение  $H^2$ .

Воспользовавшись (6.75) и поделив его левую и правую части на  $\Delta f_{\text{к0}}$ , получим для определения значения  $\frac{h^2}{\Delta f_{\text{к0}}}$  выражение

$$\frac{h^2}{\Delta f_{\text{к0}}} = \frac{H^2}{K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} \log_2 m} \frac{R}{\Delta f_{\text{к0}}}. \quad (6.95)$$

Произведя аналогичную процедуру для всех представляющих интерес значений  $m$ , по (6.95) вычисляем ряд соответствующих значений  $\frac{h^2}{\Delta f_{\text{к0}}}$ , которые и подставляем в (6.94).

Построенные таким образом графики  $B_{\mathcal{C}}(m)$  для нескольких значений  $\frac{\Delta f_{\text{к0}}}{R}$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  при  $P_{\text{сб. е. и}} = 10^{-5}$  представлены на рис. 6.25, причем полагалось также, что условия (6.22) выполнены. Как вид-

<sup>1)</sup> Если кривая при вычисленном значении  $K_{\Pi}$  на графиках отсутствует, то соответствующая точка пересечения находится методом интерполяции.

но, при наличии ограничений на значения  $\Delta f_k$  появляется зависимость  $B_{\text{ц}}$  от  $R$ , в то время как при отсутствии ограничений выигрыш инвариантен по отношению к  $R$ , что отмечено в § 6.2. Из рис. 6.25 также видно, что с ростом  $R$  (при  $\Delta f_{\text{к0}} = \text{const}$ ) выигрыш растёт. В остальном функция  $B_{\text{ц}}(m)$  сохраняет тот же характер, что и при отсутствии ограничений на  $\Delta f_{\text{к}}$ , т. е. с ростом  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и  $P_{\text{сб. е. и}}$  выигрыш увеличивается<sup>1)</sup>. Что касается абсолютных значений  $B_{\text{ц}}$ , то они могут оказаться как меньше, так и больше, чем в случае отсутствия ограничений на  $\Delta f_k$  в зависимости от значения  $\frac{\Delta f_{\text{к0}}}{R}$ . В этом нетрудно убедиться, сопоставив графики рис. 6.25 с графиками рис. 6.22.

Рассмотрим случай ограничения сверху значения  $h^2$ , что соответствует первому неравенству в (6.90). Вводя его в первое уравнение из (6.10), получим

$$\frac{2R}{K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} \log_2 m} \ln \frac{m-1}{2 P_{\text{сб. е. и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр}} \log_2 m} \leq h_0^2. \quad (6.96)$$

Если бинарная СПДИ при выборе  $K_{\text{п2}} = K_{\text{п2 опт}}$  удовлетворяет условию (6.96), то СПДИ с  $m > 2$  тем более удовлетворяет этому условию, что видно из рис. 6.24. Следовательно, в этом случае сохраняются все результаты и выводы, полученные в § 6.2.

Для определения выполнимости условия (6.96) в бинарной СПДИ построим графики  $\frac{h_2^2}{R} = f\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)$  при  $P_{\text{сб. е. и}} = \text{const}$ ,  $K_{\text{п2}} = K_{\text{п2 опт}}$ . Для этого воспользуемся графиками рис. 5.10 и 6.17. Проведя на рис. 5.10 прямую  $P_{\text{сб. е. и}} = \text{const}$ , из точек пересечения ее с кривыми  $P_{\text{сб. е. и}}(H)$  при  $K_{\text{п2}} = \text{const}$  опускаем перпендикуляры и на оси абсцисс отсчитываем соответствующие значения  $H_2^2 = \frac{h_2^2}{R} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр2}}$ . По этим данным строим вспомогательный график  $\frac{h_2^2}{R} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр2}} = f(K_{\text{п2}})$ . Затем по графикам рис. 6.17 определяем для каждого значения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  значение  $K_{\text{п2 опт}}$  и на вспомогательном графике строим прямые  $K_{\text{п2}} = K_{\text{п2 опт}} = \text{const}$ . Точки пересечения этих прямых с кривой  $\frac{h_2^2}{R} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб. невр2}} = f(K_{\text{п2}})$  позволяют теперь построить искомый график  $\frac{h_2^2}{R} = f\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)$  при  $K_{\text{энтр}} = \text{const}$ ,  $K_{\text{изб. невр2}} = \text{const}$ .

<sup>1)</sup> Экстремальный характер функции  $B_{\text{ц}}(m)$  не виден на рис. 6.25 потому, что при использованных значениях  $\Delta f_{\text{к0}}/R$  экстремум наступает при  $m > 8$ .

По такой методике были рассчитаны и построены графики  $\frac{h^2}{R} = f\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)$  для  $P_{сб.е.и} = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ , приведенные на рис. 6.26, причем полагались выполненными условия (6.22). Условие (6.96) выполняется в том случае, когда значение  $\frac{h^2}{R}$  при заданных  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и  $P_{сб.е.и}$  находится ниже прямой  $\frac{h^2_0}{R} = \text{const}$ . Если же бинарная СПДИ при выборе  $K_{п2} = K_{п2 \text{ опт}}$  не удовлетворяет условию (6.96), то следует найти значение  $K_{п2} = K'_{п2}$ , при котором  $h^2 = h^2_0$ . То же самое относится и к СПДИ с МЧМ. Выигрыш в цене в этом случае будет равен

$$B_{ц} = \frac{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{h^2_0}{R} K_{энтр} K_{изб.непр} 2 + 2 + K'_{п2}}{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{h^2}{R} K_{энтр} K_{изб.непр} m + m + K_{пm}} B_R. \quad (6.97)$$

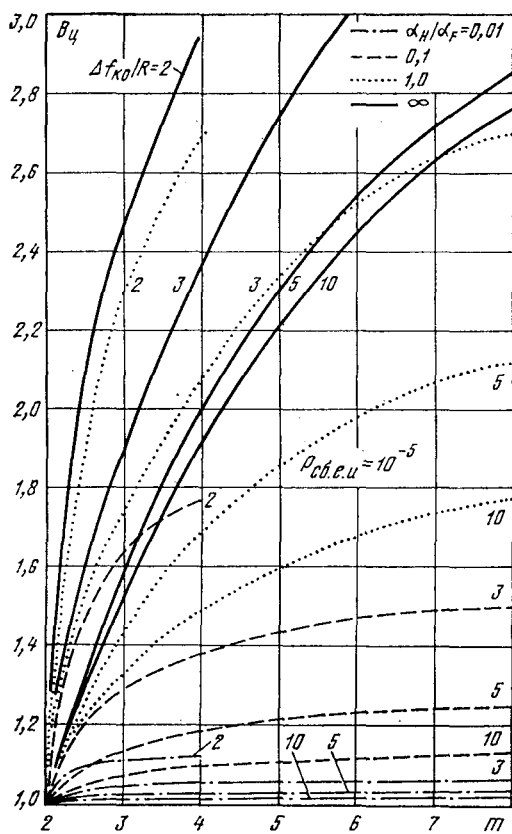


Рис. 6.25

В знаменателе (6.97) указаны значения не  $h^2_0$  и  $K'_{пm}$ , а просто  $h^2$  и  $K_{пm}$ . Это объясняется следующим образом. Может оказаться, что, начиная с некоторых значений  $m$ , условие  $h^2 = h^2_0$  выполняется при  $K'_{пm} < K_{пm \text{ опт}}$ . В этом случае целесообразно принять  $K_{пm} = K_{пm \text{ опт}}$ , поскольку при этом  $Ц = \min Ц$ . Поэтому в знаменателе (6.97) мо-

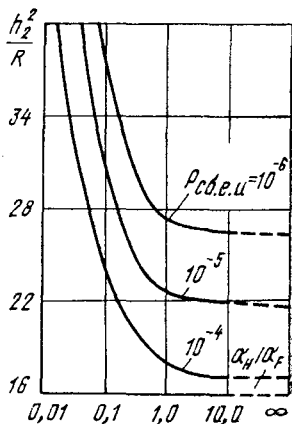


Рис. 6.26

гут подставляться значения как  $K'_{пт}$  (если  $K'_{пт} > K_{пт\text{ опт}}$ ), так и  $K_{пт\text{ опт}}$  (если  $K_{пт} < K_{пт\text{ опт}}$ ). Соответственно вместо  $h^2$  следует подставлять либо  $h_0^2$ , либо значение  $h^2$  при  $K_{пт} = K_{пт\text{ опт}}$ .

Для нахождения  $K'_{пт}$  и определения соотношения между  $K'_{пт}$  и  $K_{пт\text{ опт}}$  следует построить графики, аналогичные приведенным на рис. 6.26, для ряда значений  $m > 2$ . Методика построения этих графиков ничем не отличается от описанной выше для случая  $m = 2$ . Такие графики были построены, но не приводятся здесь в целях экономии места. С их помощью по (6.97) были построены зависимости  $B_{ц}(m)$  в предположении выполнения условий (6.22). В качестве примера на рис. 6.27 приводятся графики при  $P_{сб.е.и} = 10^{-4}$ ,  $\frac{h_0^2}{R} = 18$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1; 0,5; 1,0$ . Выбор таких значений  $\frac{h_0^2}{R}$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$

объясняется следующим. Значение  $\frac{h_0^2}{R} = 18$  достаточно близко к минимально допустимому при  $P_{сб.е.и} = 10^{-4}$ , что видно из рис. 6.26. Из этого же рисунка видно, что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > 1$  значение  $\frac{h_2^2}{R} < \frac{h_0^2}{R}$ , а это

означает, что в области  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > 1$  следует принимать  $K_{п2} = K_{п2\text{ опт}}$ , что даст результаты, совпадающие с полученными в § 6.6 (рис. 6.22).

Поэтому представляет интерес лишь область  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < 1$ , которая и представлена на рис. 6.27. Можно показать, что при любых значениях  $\frac{h_0^2}{R}$  значение  $B_{ц}$  не может быть меньше, чем в случае отсутствия ограничений на величину  $h^2$ . Поэтому в качестве нижней оценки значений  $B_{ц}$  можно пользоваться графиками рис. 6.22.

Более того, при некоторых значениях  $\frac{h_0^2}{R}$  бинарная СПДИ вообще не может быть реализована, в то время как СПДИ с  $m > 2$  реализуется. Например, из рис. 6.26 видно, что при  $\frac{h_0^2}{R} < 17$  и  $P_{сб.е.и} \leq 10^{-4}$  СПДИ с  $m = 2$  нереализуема.

При значениях  $\frac{h_0^2}{R}$ , близких к предельно допустимым для бинарной СПДИ, величина  $B_{ц}$  может достигать очень больших значений. Например, из того же рис. 6.26 видно, что при  $\frac{h_0^2}{R} = 17$  и  $P_{сб.е.и} = 10^{-4}$  можно реализовать бинарную СПДИ лишь при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \infty$ . Но при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \infty$ , как видно из рис. 6.17,  $K_{п2\text{ опт}} \rightarrow \infty$ . Значит, и  $B_{ц} \rightarrow \infty$ , поскольку  $K_{п2} \rightarrow \infty$  входит в числитель (6.97). Разумеется, практически  $K_{п2}$  всегда конечно, но в данном примере значение  $K_{п2}$  будет достаточно велико.



Как видно из (6.97), при наличии ограничений на значение  $h^2$  выигрыш в цене не инвариантен по отношению к  $R$ . В этом смысле ситуация аналогична рассмотренной при анализе случая, когда ограничения наложены на значение  $\Delta f_k$ . Так же, как и в этом случае, при увеличении  $R$  значение  $B_{\Pi}$  растет, а начиная с некоторого значения  $R \geq R_0$  (и  $h^2_0 = \text{const}$ ) бинарная СПДИ становится нереализуемой.

Рассмотрим, наконец, случай, когда ограничены оба технических параметра, что соответствует (6.90). Если при выборе  $K_{\Pi} = K_{\Pi \text{ опт}}$  ни один из технических параметров не выходит за допустимые пределы, то остаются справедливыми все результаты и

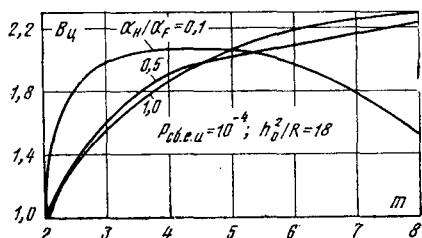


Рис. 6.27

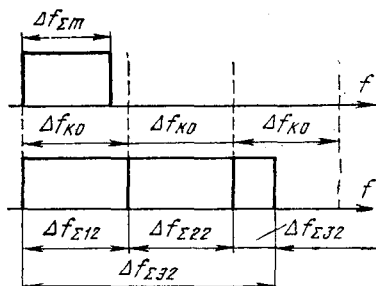


Рис. 6.28

выводы, полученные в § 6.6. Если же за пределы допуска выходит один из технических параметров, то справедливыми будут результаты и выводы, полученные выше для случаев ограничения  $\Delta f_k$  и  $h^2$ . Следовательно, остается исследовать случай, когда при выборе  $K_{\Pi} = K_{\Pi \text{ опт}}$  за пределы допуска выходят одновременно оба технических параметра.

Легко показать, что в этом случае СПДИ становится нереализуемой. В самом деле, теперь не остается никакой свободы маневра, поскольку уменьшение одного из технических параметров повлечет за собой увеличение другого, который и так превышал допустимое значение. Остаются две возможности: либо уменьшить  $R$  до такого значения, чтобы СПДИ стала реализуемой, а потерю скорости возместить занятием дополнительно какого-то количества других каналов связи, либо исследовать возможность реализации СПДИ за счет изменения количества позиций сигнала. Поскольку бинарная СПДИ находится в худших условиях, чем многопозиционная, в том смысле, что она становится нереализуемой при меньших значениях  $h^2_0$  и  $\Delta f_{k0}$ , то следует сравнить цены многоканальной бинарной<sup>1)</sup> и одноканальной многопозиционной СПДИ.

Полосы частот, занимаемые многопозиционной и эквивалентной бинарной СПДИ, показаны на рис. 6.28. В общем случае для многопозиционной СПДИ выполняются условия  $\Delta f_{\Sigma m} \leq \Delta f_{k0}$  и  $h^2_m \leq h^2_0$

<sup>1)</sup> Дальше многоканальную бинарную СПДИ будем называть эквивалентной бинарной СПДИ, а отдельные ее каналы — просто бинарными СПДИ.

в соответствии с (6.90). Для эквивалентной бинарной СПДИ условия будут другими, а именно:

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_{\Sigma 12} = \dots = \Delta f_{\Sigma (L-1)2} = \Delta f_{\kappa 0} \\ \Delta f_{\Sigma L2} \leq \Delta f_{\kappa 0} \\ h_{12}^2 = \dots = h_{(L-1)2}^2 = h_0^2 \\ h_{L2}^2 \leq h_0^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.98)$$

Легко видеть, что выигрыш многопозиционной СПДИ перед эквивалентной бинарной в рассматриваемых условиях не может быть меньшим единицы. Это утверждение, однако, требует некоторых оговорок. Во-первых, имеется в виду многопозиционная СПДИ не с любым количеством позиций сигнала  $m$ , а с таким значением  $m$ , при котором  $C = \min C$ . Ведь и в рассмотренных ранее случаях СПДИ с МЧМ имеет преимущества перед бинарной не при всех значениях  $m > 2$  (см., например, рис. 6.1 и 6.22). Однако принимаются во внимание максимально возможные (или близкие к ним) значения выигрыша. Во-вторых, справедливость ситуации, показанной на рис. 6.28, требует доказательства. Поскольку, однако, выражение для  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H)$  при учете искажений в КС слишком сложно и не позволяет определить в аналитическом виде значение  $h^2$ , то аналитическое доказательство невозможно. Можно, конечно, аппроксимировать функцию  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H)$  или провести графическое доказательство, используя графики этой функции. Оба эти способа достаточно громоздки. Поэтому ограничимся вычислением  $B_{\text{ц}}$  для одного конкретного случая.

В целях удобства зададим значениями  $P_{\text{сб.е.и}}$  и  $R$  произвольно, а так, чтобы при некотором значении  $m > 2$  СПДИ с МЧМ была реализуемой при наложении на нее условий (6.90). Пусть, например, задано  $h_0^2 = 10^4$  Гц,  $\Delta f_{\kappa 0} = 3,1$  кГц и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 1,0$ . Примем  $m = 8$  и  $P_{\text{сб.е.и}} = 10^{-5}$ . Опуская подробности вычислений  $B_{\text{ц}}$  (их можно найти в [142]), приведем конечный результат:  $B_{\text{ц}} = 2,5$ . Этот числовой пример свидетельствует, что действительно существуют условия, при которых СПДИ с МЧМ обеспечивает превышающий единицу выигрыш в цене по сравнению с эквивалентной бинарной СПДИ.

Конечно, значения выигрыша для других значений  $h_0^2$ ,  $\Delta f_{\kappa 0}$ ,  $P_{\text{сб.е.и}}$  и  $R$  будут иными. Но всегда  $B_{\text{ц}} > 1$ . Правда, если задаться слишком высокими требованиями к СПДИ (малые значения  $P_{\text{сб.е.и}}$  и большие значения  $R$ ) и наложить достаточно жесткие ограничения (малые значения  $h_0^2$  и  $\Delta f_{\kappa 0}$ ), то одноканальная СПДИ с МЧМ тоже может оказаться нереализуемой. В этом случае также можно ввести эквивалентную многоканальную СПДИ с МЧМ и сравнивать ее с эквивалентной многоканальной бинарной СПДИ. Можно показать, что и в этом случае  $B_{\text{ц}} > 1$ .

Проведенный анализ показал, что и при наличии ограничений на значения одного или обоих технических параметров СПДИ с

МЧМ имеет преимущества перед бинарной. В отличие от случая, когда ограничения на значения технических параметров отсутствуют, выигрыш в цене зависит также от скорости передачи информации и предельно допустимых значений технических параметров. Абсолютные значения  $B_{Ц}$  могут быть как меньшими, так и большими, чем при отсутствии ограничений.

## 6.8. ОЦЕНКА СПДИ С МЧМ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

Критерии цены и эффективности пригодны для оценки СПДИ при любых видах помех, в том числе импульсных. Затруднение возникает только в связи с отсутствием выражений для  $P_{сб.е.и}$ . Однако, как говорилось в § 4.4, возможна оценка по критерию эффективности вида  $B_{эф}(P_{сб})$ . Эта возможность и будет здесь использована<sup>1)</sup>.

Согласно (4.62), полагая в качестве эталонной бинарную СПДИ, получим

$$B_{эф}(P_{сб}) = \frac{Q_{сб2}[K(b)]}{Q_{сб}[K(b)]}, \quad (6.99)$$

где  $Q_{сб}[K(b)]$  — условная вероятность сбоя команды  $K(b)$ .

Как следует из (4.63), необходимо наложить условие  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma 2}$ . Из (4.28а) следует также, что должно выполняться условие  $R = R_2 = \text{const}$ . Другими словами, при оценке по критерию эффективности  $B_{эф}(P_{сб})$ , определяемому (6.99), накладываются условия:

$$\left. \begin{aligned} R &= R_2 \\ \Delta f_{\Sigma} &= \Delta f_{\Sigma 2} \end{aligned} \right\} \quad (6.100)$$

Совместное решение уравнений (6.100) с учетом (6.6) приводит к уравнению

$$m + K_{пт} = B_R(2 + K_{п2}), \quad (6.101)$$

откуда

$$K_{пт} = B_R(2 + K_{п2}) - m. \quad (6.102)$$

Как видно из (6.102), с ростом  $m$  значение  $K_{пт}$  в общем уменьшается и может стать весьма близким к нулю или даже отрицательным. Но при этом помехоустойчивость заметно снижается за счет искажений в КС, а учесть это нельзя по той причине, что выражения для помехоустойчивости с учетом искажений нет. Поэтому при выполнении (6.100) диапазон возможных значений  $m$  ограничен условием  $K_{пт} \geq K_{пт \text{ мин}}$ . Как показано в § 6.2,  $K_{пт \text{ мин}} = 0 \div 2$ . Полагая  $K_{п2} = 1$  и  $K_{изб.непрт} = K_{изб.непр2}$ , из (6.102) получим, что  $K_{пт} \geq 0$  в пределах  $m = 2 \div 10$ , что лишает возможности исследовать функцию  $B_{эф}(P_{сб})$  при  $m > 10$ .

<sup>1)</sup> Оценка СПДИ при воздействии импульсных помех приведена в [133, 142]. Здесь эта оценка проводится с более общих позиций.

Преодоление указанного затруднения возможно двумя путями. Первый из них состоит в отказе от точного выполнения условия  $C=C_2$ , что эквивалентно отказу от условия  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma 2}$  в (6.100). Различие между  $\Delta f_{\Sigma}$  и  $\Delta f_{\Sigma 2}$  может быть учтено согласно (4.64) выражением

$$B_{\text{доп}}^{(\Delta f_{\Sigma})} = \frac{\Delta f_{\Sigma 2}}{\Delta f_{\Sigma}}, \quad (6.103)$$

которое можно рассматривать как дополнительный оценочный параметр — выигрыш по полосе.

Второй путь заключается в допущении неравенства  $R \neq R_2$  и введении дополнительного оценочного параметра — выигрыша по скорости, равного согласно (4.65),

$$B_{\text{доп}}^{(R)} = \frac{R}{R_2}. \quad (6.104)$$

В случае допущения неравенств  $\Delta f_{\Sigma} \neq \Delta f_{\Sigma 2}$  или  $R \neq R_2$  выбор значений  $K_{\text{пт}}$  и  $K_{\text{п2}}$  производится независимо. Это позволяет выбрать их такими, чтобы ухудшение помехоустойчивости из-за искажений в КС было незначительным.

В пользу целесообразности отказа от совместного выполнения условий  $R=R_2$  и  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma 2}$  говорит и следующее соображение. При выборе  $K_{\text{пт}}$  по (6.102) существует область значений  $m$ , в пределах которой  $K_{\text{пт}} \geq K_{\text{п2}}$ . Но в § 6.2 было показано, что при выборе  $K_{\text{п}}$  можно руководствоваться условием  $K_{\text{пт}} \leq K_{\text{п2}}$ . Следовательно, значения  $K_{\text{пт}}$ , выбранные по (6.102), в некотором диапазоне значений  $m$ , получаются неоправданно большими. Это означает, что хотя формально сравниваемые СПДИ поставлены в равноправные условия, это равноправие лишь кажущееся. Фактическое равноправие достигается именно при независимом выборе  $K_{\text{пт}}$  и  $K_{\text{п2}}$ , как и предложено выше.

Случай, когда накладывается условие  $\Delta f_{\Sigma} = \Delta f_{\Sigma 2}$ , будем называть равнополосным сравнением, а случай наложения условия  $R=R_2$  — равноскоростным. Значения  $B_{\text{доп}}^{(\Delta f_{\Sigma})}$  и  $B_{\text{доп}}^{(R)}$  легко получить с учетом (6.6). Эти величины оказываются одинаковыми и равными

$$B_{\text{доп}}^{(\Delta f_{\Sigma})} = B_{\text{доп}}^{(R)} = B_{\text{доп}} = \frac{2 + K_{\text{п2}}}{m + K_{\text{пт}}} B_R. \quad (6.105)$$

Для определения  $B_{\text{эф}}(P_{\text{сб}})$  по (6.99) заметим, что команда считается сбитой, если сбито хотя бы одно из составляющих ее элементарных сообщений. Полагая также, что на интервале длительности команды количество импульсов помехи не превышает единицы<sup>1)</sup>, приходим к выводу, что условная вероятность сбоя коман-

<sup>1)</sup> Данные, имеющиеся в [56], позволяют считать такое предположение допустимым, по крайней мере, в качестве первого приближения.

ды  $Q_{сб}[K(b)]$  совпадает с условной вероятностью сбоя элементарного сообщения  $Q_{сб.э.с}$ , т. е.

$$Q_{сб}[K(b)] = Q_{сб.э.с}. \quad (6.106)$$

Подставляя значение  $Q_{сб}[K(b)]$  из (6.106) в (6.99), получим

$$B_{эф}(P_{сб}) = \frac{Q_{сб.э.с}^2}{Q_{сб.э.сн}}. \quad (6.107)$$

Для определения  $Q_{сб.э.с}$  обратимся к рис. 6.29, на котором представлена векторная диаграмма напряжений на выходе субканала в момент стробирования. Здесь обозначено:  $U_c$  — амплитуда сигнала;  $U_n$  — амплитуда помехи;  $U_{сн}$  — результирующая амплитуда огибающей сигнала и помехи;  $\varphi$  — разность фаз между сигналом и

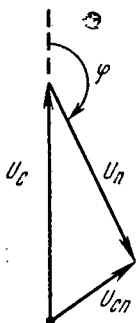


Рис. 6.29

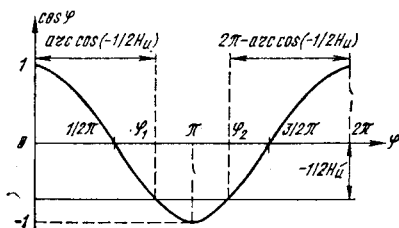


Рис. 6.30

помехой. Если допустить, что спектр импульсной помехи практически равномерен в пределах полосы пропускания КС, что хорошо соотнобразуется с экспериментальными данными, полученными при измерениях в телефонных каналах [56, 89, 157], то на выходе всех остальных субканалов напряжение будет равно  $U_n$ .

Сбой элементарного сигнала произойдет тогда, когда будет выполнено условие

$$U_{сн} < U_n. \quad (6.108)$$

Из рис. 6.29 получим

$$U_{сн}^2 = U_c^2 + U_n^2 + 2 U_c U_n \cos \varphi. \quad (6.109)$$

Подставляя (6.109) в (6.108) и вводя обозначение

$$H_n = \frac{U_n}{U_c}, \quad (6.110)$$

после несложных преобразований вместо (6.108) получим условие сбоя в виде

$$\cos \varphi < -\frac{1}{2 H_n} \quad (6.111)$$

$$\text{или} \quad \arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right) < \varphi < 2\pi - \arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right), \quad (6.112)$$

причем (6.111) и (6.112) выполняются лишь для  $H_n > 0,5$ . Уравнения (6.111) и (6.112) иллюстрируются рис. 6.30.

Полагая  $\varphi$  и  $H_n$  независимыми случайными величинами, с учетом (6.112) получим

$$Q_{\text{сб.э.с}} = p(H_n > 0,5) p \left[ \arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right) < \varphi < 2\pi - \arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right) \right]. \quad (6.113)$$

Если  $W(H_n)$  и  $W(\varphi)$  — функции распределения соответственно  $H_n$  и  $\varphi$ , то на основании (6.113)

$$Q_{\text{сб.э.с}} = \int_{0,5}^{\infty} W(H_n) \left[ \int_{\arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right)}^{2\pi - \arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right)} W(\varphi) d\varphi \right] dH_n. \quad (6.114)$$

Полагая распределение фазы равновероятным, из (6.114) получим после преобразований

$$Q_{\text{сб.э.с}} = \int_{0,5}^{\infty} W(H_n) dH_n - \frac{1}{\pi} \int_{0,5}^{\infty} W(H_n) \arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right) dH_n. \quad (6.115)$$

Обычно функция  $W(H_n)$  имеет такой вид, что второй интеграл в (6.115) не выражается в элементарных функциях. Поэтому представляется целесообразным разложить  $\arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right)$  в ряд вида [15]

$$\arccos \left( -\frac{1}{2H_n} \right) = \frac{\pi}{2} - \left[ -\frac{1}{2H_n} - \frac{1}{6} \frac{1}{(2H_n)^3} - \frac{3}{40} \frac{1}{(2H_n)^5} - \dots \right].$$

Поскольку на значение  $H_n$  наложено условие  $H_n > 0,5$ , то без большой ошибки можно ограничиться двумя членами ряда, и тогда вместо (6.115) получим окончательно приближенное выражение

$$Q_{\text{сб.э.с}} = \frac{1}{2} \int_{0,5}^{\infty} W(H_n) dH_n - \frac{1}{2\pi} \int_{0,5}^{\infty} \frac{W(H_n)}{H_n} dH_n. \quad (6.116)$$

Итак, согласно (6.116) для определения  $Q_{\text{сб.э.с}}$  необходимо найти значения  $H_n$  и  $W(H_n)$ . Как видно из (6.110),  $H_n$  есть не что иное, как отношение амплитуд помехи и сигнала на выходе субканала в момент стробирования. Выразим  $U_n$  и  $U_c$  через параметры помехи и сигнала на выходе КС. Обращаясь к принятому выше допущению о практической равномерности спектра помехи в пределах полосы пропускания КС, можно сделать вывод, что на его выходе действует напряжение, являющееся импульсной реакцией КС. Сле-

довательно, форма огибающей этого напряжения определяется параметрами КС, а начальная (максимальная) амплитуда — спектральной плотностью импульса помехи. При любой форме АЧХ КС напряжение огибающей на его выходе при воздействии импульсной помехи равно [153]

$$U_{\kappa}(t) = 2 S_0 \Delta f_{\text{эф.к}} f(\Delta f_{\text{эф.к}} t) = U_{\kappa 0} f(\Delta f_{\text{эф.к}} t), \quad (6.117)$$

где  $S_0$  — спектральная плотность импульса помехи;  $\Delta f_{\text{эф.к}}$  — эффективная ширина полосы пропускания КС;  $f(\Delta f_{\text{эф.к}} t)$  — некоторая функция аргумента  $\Delta f_{\text{эф.к}} t$ , зависящая от вида АЧХ КС и определяющая характер убывания амплитуды огибающей с течением времени.

Напряжение  $U_{\kappa}(t)$  поступает на вход всех субканалов, а на выходе каждого из них получим в момент стробирования

$$U_{\pi}(t', \tau) = \int_{t'}^{\tau} U_{\kappa}(t) dt, \quad (6.118)$$

где  $t'$  — момент появления помехи (относительно начала данного элементарного сигнала).

Учет случайной величины  $t'$  сильно усложняет задачу (в математическом смысле). Однако, если принять, что  $\Delta_{\text{эф.к}} \tau \gg 1$ , то в (6.118) без заметной ошибки можно производить интегрирование в пределах от 0 до  $\infty$ . В нашем случае условие  $\Delta_{\text{эф.к}} \tau \gg 1$  выполняется. Действительно,  $\Delta_{\text{эф.к}} = \Delta f_{\kappa} = \Delta f_{\Sigma}$  (рис. 3.10), после чего с учетом (6.6) получим  $\Delta_{\text{эф.к}} \tau = m + K_{\text{пм}} \geq 2^4$ . С учетом сказанного вычисление (6.118) дает

$$U_{\pi}(\tau) = S_0, \quad (6.119)$$

т. е. напряжение от импульсной помехи на выходе субканала в момент стробирования равно спектральной плотности импульса помехи, действующего на данном отрезке времени.

Напряжение от сигнала на выходе субканала в момент стробирования равно

$$U_{\text{с}}(\tau) = U_{\text{ск}} \tau, \quad (6.120)$$

где  $U_{\text{ск}}$  — амплитуда сигнала на выходе КС.

Теперь с учетом (6.119) и (6.120) получим вместо (6.110)

$$H_{\pi} = S_0 / (U_{\text{ск}} \tau). \quad (6.121)$$

Поскольку  $H_{\pi}$  и  $S_0$  связаны соотношением (6.121), то для вычисления  $Q_{\text{сб.э.с}}$  вместо (6.116) получим

$$Q_{\text{сб.э.с}} = \frac{1}{2} \int_{0,5 U_{\text{ск}} \tau}^{\infty} W(S_0) dS_0 = \frac{U_{\text{ск}} \tau}{2\pi} \int_{0,5 U_{\text{ск}} \tau}^{\infty} \frac{W(S_0)}{S_0} dS_0. \quad (6.122)$$

<sup>1)</sup> Напомним, что значение  $K_{\text{пм}}$  выбирается здесь таким, чтобы можно было пренебречь искажениями сигнала за счет ограниченности полосы пропускания КС, что возможно при  $K_{\text{пм}} \geq 0$ .

Вычисление  $B_{эф}(P_{сб})$  сводится теперь к подстановке в (6.107) значений  $Q_{сб.э.с}$  из (6.122) для  $m=2$  и  $m>2$ . Для получения конечных результатов, естественно, необходимо знать выражение для функции  $W(S_0)$ .

Произведем вычисление  $B_{эф}(P_{сб})$  для случая передачи по телефонным каналам современных многоканальных систем, поскольку в них импульсные помехи играют весьма существенную роль [89, 56]. Согласно [82] функция  $W(S_0)$  в этом случае имеет вид

$$W(S_0) = \frac{r \alpha^r}{(\alpha + S_0)^{r+1}}, \quad (6.123)$$

где  $r$  и  $\alpha$  — константы.

Экспериментально установлено [82], что  $2 < r \leq 5$ .

Коэффициент  $\alpha$  введен для ограничения  $W(S_0)$  при  $S_0 \rightarrow 0$ , и его влияние на ход функции  $W(S_0)$  ослабевает с ростом  $S_0$ . Это позволяет при подстановке (6.123) и (6.122) положить в знаменателе  $\alpha = 0$ . Тогда вычисление (6.122) дает

$$Q_{сб.э.с} = 2^{r-1} \frac{\alpha^r}{(U_{с.к} \tau)^r} \left[ 1 - 2 \frac{r}{\pi(1+r)} \right]. \quad (6.124)$$

Подставляя теперь значение  $Q_{сб.э.с}$  при  $m=2$  и  $m>2$  из (6.124) в (6.107), получим

$$B_{эф}(P_{сб}) = \left( \frac{\tau_m}{\tau_2} \right)^r. \quad (6.125)$$

Вид функции  $B_{эф}(P_{сб}) = f(m)$  оказывается зависящим от способа сравнения (равноскоростной или равнополосный). Действительно, для равноскоростного способа ( $R_m = R_2$ ) из (6.6) получим  $\tau_m = \tau_2 B_R$ , а для равнополосного ( $\Delta f_{\Sigma m} = \Delta f_{\Sigma 2}$  — соответственно  $\tau_m = \tau_2 \frac{m + K_{пm}}{2 + K_{п2}}$ ). Подставляя поочередно эти выражения в (6.125), получим:

для равноскоростного сравнения

$$B_{эф}^{(R)}(P_{сб}) = B_R^r; \quad (6.126)$$

для равнополосного

$$B_{эф}^{(\Delta f_{\Sigma})}(P_{сб}) = \left( \frac{m + K_{пm}}{2 + K_{п2}} \right)^r. \quad (6.127)$$

Графики зависимостей  $B_{эф}(P_{сб}) = f(m)$ , построенные по (6.126) и (6.127), представлены на рис. 6.31а. На рис. 6.31б по (6.105) построены графики  $B_{доп}^{(R)} = B_{доп}^{(\Delta f_{\Sigma})} = B_{доп}(m)$ , характеризующие дополнительный выигрыш СПДИ с МЧМ перед бинарной по скорости или полосе. При построении графиков полагалось, что  $K_{изб\text{ невр}2} = K_{изб\text{ невр}m} = 1$  и  $K_{пm} = K_{п2} = 1$ .

Из рис. 6.31а видно, что значение  $B_{эф}(P_{сб})$  монотонно растет с ростом  $m$ , причем скорость этого роста зависит от метода сравнения. Выигрыш при прочих равных условиях тем больше, чем больше значение константы  $r$ , определяющей характер функции  $W(S_0)$ .



Этот результат хорошо согласуется с физическими представлениями.

График рис. 6.31б свидетельствует о том, что в пределах  $m = 3 \div 7$  СПДИ с МЧМ имеет дополнительный выигрыш по полосе или скорости. Правда, этот график справедлив для  $K_{п2} = K_{пm} = 1$ . Легко, однако, показать, что и при других разумно выбранных значениях  $K_{п2}$  и  $K_{пm}$  дополнительный выигрыш в пределах некоторого диапазона значений  $m$  будет превышать единицу. Так, при выборе  $K_{п2} = 1$ ,  $K_{пm} = 0$ , что обосновано в § 6.2, диапазон значений  $m$ , в пределах которого  $B_{доп}^{(R)} = B_{доп}^{(\Delta f_{\Sigma})} > 1$ , равен  $m = 3 \div 9$ , а максимальное значение  $B_{доп}$  (при  $m = 3$ ) равно 1,585.

Монотонно растущий характер функции  $B_{эф}(P_{сб}) = f(m)$  объясняется тем, что она получена в предположении выбора полосы пропускания КС достаточно широкой для того, чтобы пренебречь ухудшением помехоустойчивости за счет искажений сигнала в КС. Из физических соображений ясно, однако, что если отказаться от этого предположения, т. е. потребовать выполнения условий (6.100) и, следовательно, выбирать  $K_{п}$  по (6.102), а также учесть влияние ограниченности полосы на  $Q_{сб.а.с.}$ , то функция  $B_{эф}(P_{сб})$  приобретает экстремальный характер.

При учете истинных значений  $K_{изб. непр}$  характер графиков  $B_{эф}(P_{сб})$  и  $B_{доп}$  останется таким же, хотя количественные значения выигрышей изменятся и будут зависеть от  $N$  и  $a$ . Соответствующие графики легко построить по (6.105) и (6.126). Как показано в § 3.2, значение  $B_R$  может

быть меньше и больше  $\log_2 m$ . Следовательно, выигрыши, определенные с учетом истинных значений  $K_{изб. непр}$ , могут быть как меньшими, так и большими показанных на рис. 6.31.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что СПДИ с МЧМ имеет преимущество перед бинарной также и в случае доминирующего влияния импульсных помех. Действительно, если ограничиться значениями  $m$  в пределах первого десятка, то выигрыш в помехоустойчивости достигает одного—трех порядков, что достаточно существенно. Вместе с тем СПДИ с МЧМ обеспечивает дополнительный выигрыш по скорости или занимаемой

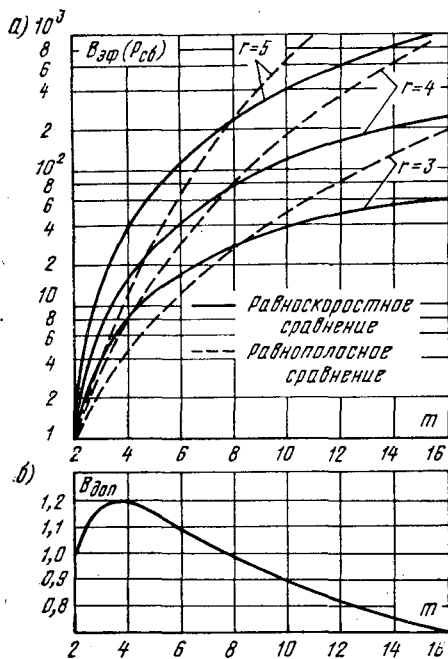


Рис. 6.31

полосе частот. Можно отметить, что с повышением качества канала (ростом  $r$ ) выигрыш по помехоустойчивости также растет. Поскольку в настоящее время принимаются меры к улучшению качества каналов, предназначенных для передачи дискретной информации [56], то СПДИ с МЧМ следует признать перспективными для таких каналов.

## 6.9. ОЦЕНКА СПДИ С МЧМ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ПО КАНАЛУ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Методика оценки СПДИ с МЧМ при передаче по каналу с переменными параметрами ничем не отличается от методики, рассмотренной выше для случая передачи по каналу с постоянными параметрами. Практическое различие состоит лишь в том, что в выражениях для  $P_{сб.э.и}$  появятся новые параметры, характеризующие свойства канала (§ 2.3). Здесь будет рассмотрен случай медленных замираний, описываемых обобщенным распределением Рэлея. Выбор именно этого типа канала объясняется тем, что по данным [59], опирающимся на многочисленные литературные источники, он охватывает (60—70) % (а в некоторых случаях — даже 90 %) каналов с переменными параметрами.

Выражение для  $P_{сб.э.с}$  применительно к каналам с медленными обобщенно-рэлеевскими замираниями имеет вид [58, 128, 142]

$$P_{сб.э.с} = (m-1)! \sum_{i=1}^{m-1} (-1)^{i+1} \frac{1+q^2}{i! [m-(i+1)]! [(i+1)(q^2+1) + i\bar{H}^2]} \times \\ \times \exp \left[ -\frac{i q^2 \bar{H}^2}{(i+1)(q^2+1) + i\bar{H}^2} \right], \quad (6.128)$$

где  $q^2 = \frac{P_{с.ст.ц}}{P_{с.фл}}$  — отношение стационарной и флуктуирующей составляющих мощности сигнала на выходе канала;  $\bar{H}^2$  — математическое ожидание величины  $H^2$ , равное

$$\bar{H}^2 = \frac{P_{с.ст.ц} + P_{с.фл}}{v_0^2} \tau = \bar{h}^2 \tau. \quad (6.129)$$

Выражение для  $P_{сб.э.и}$  получим в соответствии с (3.82), поделив правую часть (6.128) на  $K_{энтр} K_{изб.непрт} \log_2 m$ . Как видно, аналитическое определение технического параметра  $\bar{h}^2$  в данном случае невозможно. В [135] для определения  $\bar{h}^2$  применялся графический метод. Использовались полученные в [128] графики  $P_m = \frac{P_{сб.э.и2}}{P_{сб.э.и1} m} = f(m)$  при  $\bar{H}^2_2 = \text{const}$ ,  $q^2 = \text{const}$ . Анализ полученных таким образом графиков  $B_{ц}(m)$  при  $P_{сб.э.и} = \text{const}$ ,  $q^2 = \text{const}$  показал, что с ростом  $q^2$ , т. е. с улучшением состояния КС значение  $B_{ц\max}$  уменьшается. Точность полученных в [135] графиков невысока, что

объясняется большой дискретностью значений  $\overline{H}_2^2$ , для которых построены графики  $P_m(m)$  в [128]. Тем не менее указанная тенденция к уменьшению  $V_{\text{Ц макс}}$  с ростом  $q^2$  проявляется вполне четко. Именно это обстоятельство позволяет ограничиться определением функции  $V_{\text{Ц}}(m)$  для двух крайних значений  $q^2$ , т. е.  $q^2=0$  и  $q^2=\infty$ , что соответствует каналам с рэлеевскими замираниями и с постоянными параметрами. Случай канала с постоянными параметрами рассмотрен ранее. Поэтому достаточно исследовать зависимость  $V_{\text{Ц}}(m)$  лишь для каналов с рэлеевскими замираниями.

Воспользовавшись методикой, аналогичной рассмотренной в § 6.6, получим

$$\overline{h}^2 = \overline{H}^2 \frac{R}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{Изб. невр}} \log_2 m}. \quad (6.130)$$

Подставляя затем значение  $\overline{h}^2$  из (6.130) в (4.45), с учетом (6.6) получим

$$V_{\text{Ц}} = \frac{1 + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{\overline{H}_2^2}{2 + K_{\text{П2}}}}{\frac{m + K_{\text{П}m}}{2 + K_{\text{П2}}} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{\overline{H}_m^2}{2 + K_{\text{П2}}}} B_R. \quad (6.131)$$

Для бинарной СПДИ из (6.128) получим для канала с рэлеевскими замираниями ( $q^2=0$ )

$$P_{\text{сб.э.с2}} = \frac{1}{2 + \overline{H}_2^2},$$

откуда с учетом (3.82) следует

$$P_{\text{сб.е.и2}} = \frac{P_{\text{сб.э.с2}}}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{Изб. невр} 2}} = \frac{1}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{Изб. невр} 2} (2 + \overline{H}_2^2)}. \quad (6.132)$$

Учитывая, что  $\overline{H}_2^2 \gg 1$ , из (6.132) определим приближенно

$$\overline{H}_2^2 = \frac{1}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{Изб. невр} 2} P_{\text{сб.е.и2}}}. \quad (6.133)$$

Аналогично для СПДИ с МЧМ определим приближенно

$$\overline{H}_m^2 = \frac{(m-1)!}{K_{\text{ЭнТР}} K_{\text{Изб. невр} m} P_{\text{сб.е.и}m} \log_2 m} \sum_{i=1}^{m-1} \frac{(-1)^{i+1}}{i! [m - (i+1)]!}. \quad (6.134)$$

Подставляя полученные значения  $\overline{H}_2^2$  и  $\overline{H}_m^2$  из (6.133) и (6.134) в (6.131) с учетом, что  $P_{\text{сб.е.и2}} = P_{\text{сб.е.и}m} = P_{\text{сб.е.и}}$ , получим расчетную формулу для определения  $V_{\text{Ц}}$  (здесь она не приводится ввиду громоздкости).

Для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  получим:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{Ц} &= \frac{2 + K_{п2}}{m + K_{пm}} B_R \\ \lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{Ц} &= \frac{B_R^2}{(m-1)! \sum_{i=1}^{m-1} \frac{(-1)^{i+1}}{i! [m-(i+1)!]} } \end{aligned} \right\} (6.135)$$

Сопоставляя (6.135) с (6.24), легко убедиться, что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  значения  $B_{Ц}$  для канала с постоянными параметрами и с рэлеевскими замираниями совпадают. Можно также показать [135], что с ростом  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  значения  $B_{Ц}$  в канале с рэлеевскими замираниями растут. Поэтому значение  $B_{Ц}$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  является максимально возможным в канале с рэлеевскими замираниями.

На рис. 6.32 представлены графики функции  $B_{Ц}(m)$  при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  для каналов с постоянными параметрами ( $q^2 = \infty$ ) и с рэлеевскими замираниями ( $q^2 = 0$ ). Для канала с постоянными параметрами соответствующий график заимствован из рис. 6.1. Для канала с рэлеевскими замираниями график построен по (6.135). В обоих случаях полагались выполненными условия (6.22). Графики подтверждают, что значение  $B_{Ц}$  в канале с рэлеевскими замираниями действительно больше, чем в канале с постоянными параметрами. Для каналов с обобщенными рэлеевскими замираниями графики функции  $B_{Ц}(m)$  расположатся в промежутке между графиками при  $q^2 = 0$  и  $q^2 = \infty$ .

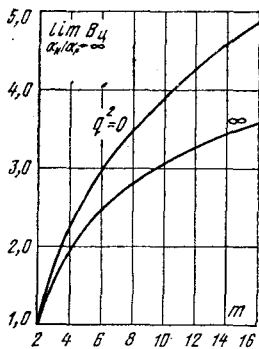


Рис. 6.32

Из проведенного анализа также следует, что при конечных значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  различие в значениях  $B_{Ц}$  будет меньше, чем при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$ , и в пределе при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  различие исчезает вовсе.

Таким образом, проведенный анализ подтвердил выявленный

в [135] эффект увеличения  $B_{\Pi}$  по мере ухудшения КС. Степень увеличения зависит от значения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и в самом неблагоприятном случае при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  значение  $B_{\Pi}$  одинаково для любых состояний КС.

Тем самым подтверждена целесообразность применения СПДИ с МЧМ также и при передаче по каналам с переменными параметрами.

Учитывая, что для случая  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  различие в значениях  $B_{\Pi}$  максимально и в пределах  $m=2 \div 16$  не превышает 30%, можно в качестве нижней оценки использовать значения  $B_{\Pi}$ , полученные для каналов с постоянными параметрами. Тем самым все полученные ранее результаты распространяются и на случай каналов с обобщенными рэлеевскими замираниями, включая и чисто рэлеевские.

## 6.10. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА КЛАССОВ СПДИ С МЧМ И МОФМ

Ограничившись оценкой только по критерию цены, получим, что выигрыш в цене СПДИ с МЧМ перед СПДИ с МОФМ в соответствии с (4.46) равен <sup>1)</sup>

$$B_{\Pi}^{(\psi/\phi)} = B_{\Pi}^{(\psi)} \frac{B_{\Pi}^{(\psi)}}{B_{\Pi}^{(\phi)}}, \quad (6.136)$$

где в соответствии с (4.47)

$$B_{\Pi}^{(\psi)} = \frac{C_{\psi}^{(\psi)}}{C_{\psi}^{(\phi)}} \quad (6.137)$$

есть выигрыш в цене эталонной СПДИ из класса систем с МЧМ перед эталонной СПДИ из класса систем с МОФМ, а  $B_{\Pi}^{(\psi)}$  и  $B_{\Pi}^{(\phi)}$  — выигрыши в цене соответственно СПДИ с МЧМ и МОФМ перед эталонными в своем классе. Будем также полагать, что сравниваемые СПДИ — простейшие в своих классах. Для СПДИ с МЧМ соответствующие допущения указаны в § 6.2. Для СПДИ с МОФМ также справедливы все указанные допущения, кроме 4 и 15 (табл. 6.1). Вместо допущения 4 примем, что прием ведется по методу сравнения фаз, а вместо 15, что разнос между любыми соседними фазовыми позициями сигнала равен  $2\pi/m$ .

В системе уравнений типа (4.39), которая для СПДИ с МЧМ имеет вид (6.6), для случая СПДИ с МОФМ сохранится лишь выражение для  $R$ , поскольку оно инвариантно относительно вида ма-

<sup>1)</sup> Здесь и далее верхние индексы « $\psi$ » или « $\phi$ » обозначают принадлежность данной величины соответственно к классу СПДИ с МЧМ или МОФМ.

нипуляции. Выражения же для  $P_{\text{сб.е.и}}$  и  $\Delta f_{\Sigma}$  получены в [134, 141, 142] и имеют вид с учетом также (3.82)

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{сб.е.и}} &= \frac{1}{2 K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} \exp\left(-\frac{h^2}{\tau} \sin^2 \frac{\tau}{m}\right) \\ \Delta f_{\Sigma} &= \frac{1 + K_{\text{п}}}{\tau} \end{aligned} \right\} \quad (6.138)$$

Определение  $\Delta f_{\Sigma}$  для СПДИ с МОФМ иллюстрируется рис. 6.33.

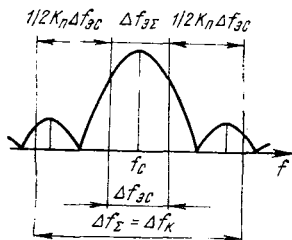


Рис. 6.33

Из (6.138) и (6.6) получим для технических параметров СПДИ с МОФМ уравнения:

$$\left. \begin{aligned} h^2 &= \frac{R}{K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб.непр}} \sin^2 \frac{\pi}{m} \log_2 m} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} \\ \Delta f_{\Sigma} &= \frac{1 + K_{\text{п}}}{K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб.непр}} \log_2 m} R \end{aligned} \right\} \quad (6.139)$$

Полагая в качестве эталонной бинарную СПДИ, для выигрыша в цене из (3.8) с учетом (6.139) получим

$$B_{\Pi}^{(\Phi)} = \frac{1 + K_{\text{п}2} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб.непр}} 2}}{1 + K_{\text{п}} m + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{m}} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб.непр}} m \log_2 m}} B_R \quad (6.140)$$

Значение  $B_{\Pi 3}^{(\Psi/\Phi)}$ , определяемое (6.137) с учетом (6.139), (6.10) и (3.4), равно

$$B_{\Pi 3}^{(\Psi/\Phi)} = \frac{U_3^{(\Psi)}}{U_3^{(\Phi)}} = \frac{1 + K_{\text{п}2}^{(\Phi)} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб.непр}} 2}}{2 + K_{\text{п}2}^{(\Psi)} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{Энтр}} K_{\text{изб.непр}} 2}} \quad (6.141)$$

Подставляя в (6.136) значения  $B_{\Pi 3}^{(\Psi/\Phi)}$ ,  $B_{\Pi}^{(\Phi)}$  и  $B_{\Pi}^{(\Psi)}$  соответственно из (6.141), (6.140) и (6.18), после преобразований получим

$$B_{\text{Ц}}^{(\psi/\phi)} = \frac{1 + K_{\text{п}m}^{(\phi)} + \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \frac{1}{\sin^2 \pi/m^{(\phi)}} \ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб.непр}m}^{(\phi)} \log_2 m^{(\phi)}}}{m^{(\psi)} + K_{\text{п}m}^{(\psi)} + 2 \frac{\alpha_H}{\alpha_F} \ln \frac{m^{(\psi)} - 1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб.непр}m}^{(\psi)} \log_2 m^{(\psi)}}} \times$$

$$\times \frac{K_{\text{изб.непр}m}^{(\psi)} \log_2 m^{(\psi)}}{K_{\text{изб.непр}m}^{(\phi)} \log_2 m^{(\phi)}}. \quad (6.142)$$

Для крайних значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  из (6.142) следует:

$$\lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{\text{Ц}}^{(\psi/\phi)} = \frac{1 + K_{\text{п}m}^{(\phi)} K_{\text{изб.непр}m}^{(\psi)} \log_2 m^{(\psi)}}{m^{(\psi)} + K_{\text{п}m}^{(\psi)} K_{\text{изб.непр}m}^{(\phi)} \log_2 m^{(\phi)}}$$

$$\lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{\text{Ц}} = \frac{\ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб.непр}m}^{(\phi)} \log_2 m^{(\phi)}}}{\ln \frac{m^{(\psi)} - 1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{ЭНТР}} K_{\text{изб.непр}m}^{(\psi)} \log_2 m^{(\psi)}}} \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\pi}{m^{(\phi)}}} \times$$

$$\times \frac{K_{\text{изб.непр}m}^{(\psi)} \log_2 m^{(\psi)}}{K_{\text{изб.непр}m}^{(\phi)} \log_2 m^{(\phi)}} \quad (6.143)$$

Для определения  $B_{\text{Ц}}^{(\psi/\phi)}$  по (6.142) или (6.143) следует подставлять оптимальные значения  $m^{(\phi)}$  и  $m^{(\psi)}$ . Для СПДИ с МЧМ оптимальные значения  $m^{(\psi)}$  определяются графиками, приведенными в § 6.2. Для СПДИ с МОФМ оптимальное значение  $m^{(\phi)}$  может быть определено из (6.140). Учитывая, однако, те же соображения, что

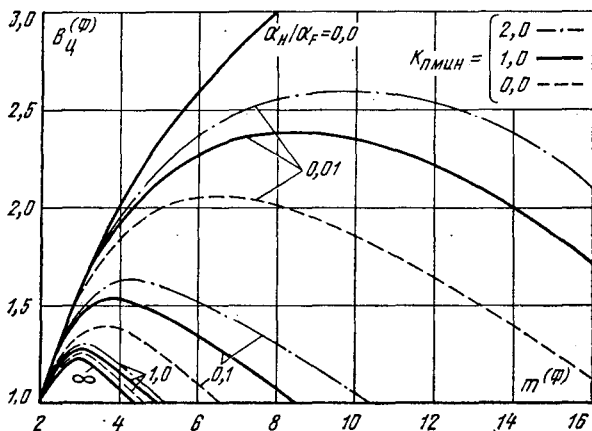


Рис. 6.34

и в § 6.2, будем определять оптимальное значение  $m^{(\Phi)}$  из графиков, построенных по (6.140). Такие графики при  $P_{сб\ eи} = 10^{-5}$  для асимптотического случая, т. е. при выполнении условий (6.22), построены на рис. 6.34. Как и для СПДИ с МЧМ, полагалось  $K_{п\ опт} = K_{п\ мин}$  и  $K_{п2\ мин} = K_{пm\ мин} = K_{п\ мин}$ .

Сопоставляя эти графики с аналогичными графиками для СПДИ с МЧМ, представленными на рис. 6.1, убеждаемся в том, что их характер аналогичен (в смысле наличия экстремума типа максимума при  $m > 2$ ). Однако зависимость выигрыша от  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  в

СПДИ с МЧМ и МОФМ имеет противоположный характер. Действительно, если для СПДИ с МЧМ значение  $B_{ц}$  растет с ростом  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , то для СПДИ с МОФМ — уменьшается.

Такое «противоположное» влияние  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  на ход зависимостей  $B_{ц}(m)$  говорит о том, что СПДИ с МЧМ и МОФМ должны проявлять свои преимущества в «противоположных» областях значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Это предположение подтверждается последующим анализом.

При  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  оптимальное значение  $m^{(ч)}$  при выполнении (6.20) равно, как можно определить из (6.25),  $m_{опт}^{(ч)} = 3$ . Из рис. 6.34 видно, что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  имеем  $m_{опт}^{(\Phi)} = 3$ . Можно также убедиться, что значения  $G_{ц}^{(ч)}$  и  $B_{ц}^{(\Phi)}$  монотонно растут с ростом  $m$  соответственно при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  и  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$ . Поэтому следует рассмотреть зависимости  $\lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0} B_{ц}^{(ч/\Phi)} = f(m^{(\Phi)})$  при  $m^{(ч)} = 3$  и  $\lim_{\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty} B_{ц}^{(ч/\Phi)} = f(m^{(ч)})$  при  $m^{(\Phi)} = 3$ . Такие зависимости, построенные по (6.143) при  $P_{сб\ eи} = 10^{-5}$ , представлены на рис. 6.35<sup>1)</sup>.

Из рис. 6.35а видно, что если  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$ , то при  $m^{(\Phi)} = 2$  СПДИ с МОФМ хуже, чем СПДИ с МЧМ (в данном случае  $m^{(ч)} = 3$  и  $K_{пm}^{(ч)} = 0$ ). Однако с ростом  $m^{(\Phi)}$  СПДИ с МОФМ становится лучше СПДИ с МЧМ, причем выигрыш монотонно растет с ростом  $m^{(\Phi)}$ , а его абсолютное значение достаточно велико и зависит от значения  $K_{пm}^{(\Phi)}$ .

Из рис. 6.35б следует, что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  СПДИ с МЧМ уступает СПДИ с МОФМ при малых значениях  $m^{(ч)}$  (кривая при  $m^{(\Phi)} = 3$ ),

<sup>1)</sup> Напомним, что ранее было оговорено выполнение условий (6.22).



но затем с ростом  $m^{(\Phi)}$  становится лучше ее. Правда, можно отметить, что по абсолютной величине выигрыш меньше, чем при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  (рис. 6.35а).

На рис. 6.35б приведена также кривая при  $m^{(\Phi)}=2$ . Целесообразность ее поясняется следующим образом. При  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$ , как видно из рис. 6.34,  $B_{II}^{(\Phi)}=1,24$  при  $m_{\text{опт}}^{(\Phi)}=3$ . Техническая же реализация СПДИ с МОФМ при  $m^{(\Phi)}=3$  заметно сложнее, чем при  $m^{(\Phi)}=2$ . Поэтому практически имеет смысл принять не  $m_{\text{опт}}^{(\Phi)}=3$ , а  $m^{(\Phi)}=2$ .

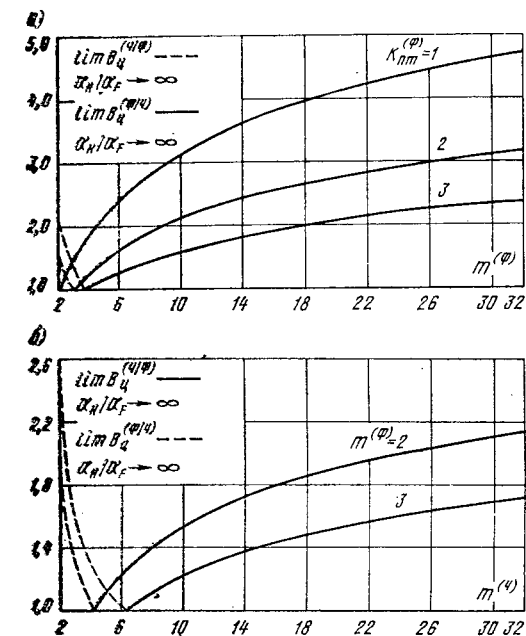


Рис. 6.35

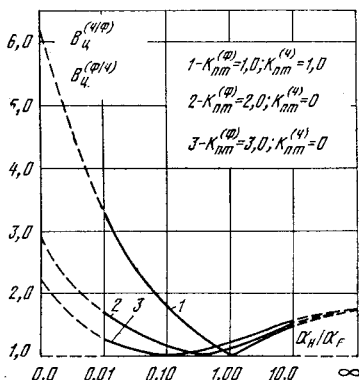


Рис. 6.36

Общий вывод из рис. 6.35 состоит в том, что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow 0$  лучше СПДИ с МОФМ, а при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \rightarrow \infty$  — СПДИ с МЧМ. В обоих случаях эти преимущества достигаются при  $m > 2$  и выигрыш монотонно растет с ростом  $m$ .

Очевидно, что при изменении  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  от 0 до  $\infty$  преимущества СПДИ с МОФМ перед СПДИ с МЧМ будут уменьшаться, при некотором значении  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  эти СПДИ станут равноценными, а затем лучшей станет СПДИ с МЧМ. Значение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , при котором СПДИ

становятся равноценными, назовем пороговым, поскольку оно разделяет области целесообразного применения СПДИ с МЧМ и МОФМ: если  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < \left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{\text{пор}}$ , то лучше СПДИ с МОФМ; если же  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > \left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{\text{пор}}$  то преимущество оказывается на стороне СПДИ с МЧМ.

Для иллюстрации сказанного на рис. 6.36 приведены графики  $B_{\text{Ц}}^{(\psi/\phi)} = f\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)$ , построенные по (6.142) при значениях  $K_{\text{пт}}^{(\psi)}$  и  $K_{\text{пт}}^{(\phi)}$ ; указанных на поле рис. 6.36, и оптимальных значениях  $m^{(\psi)}$  и  $m^{(\phi)}$ . Как видно, значения  $\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{\text{пор}}$  заметно зависят от величин  $K_{\text{пт}}^{(\psi)}$  и  $K_{\text{пт}}^{(\phi)}$  и в данном примере находятся в диапазоне 0,1—1,0. Учитывая, что в окрестности  $\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{\text{пор}}$  крутизна функции  $B_{\text{Ц}}^{(\psi/\phi)} = f\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)$  невелика, при решении вопроса о выборе класса (МЧМ или МОФМ) можно не предъявлять слишком высоких требований к точности определения  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , что весьма ценно для практических приложений.

Проведенный выше анализ сделан в предположении, что ограничения на значения технических параметров отсутствуют. Интересно провести оценку с учетом также возможных ограничений, как это было сделано в § 6.7 для СПДИ с МЧМ. Однако для краткости рассмотрим лишь зависимости технических параметров СПДИ с МОФМ от числа позиций и сопоставим их с аналогичными зависимостями для СПДИ с МЧМ (§ 6.2). Из (6.139) получим:

$$\left. \begin{aligned} q_h^{(\phi)} &= \frac{h_2^2}{h^2} = \frac{\ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}2}}}{\ln \frac{1}{2 P_{\text{сб.е.и}} K_{\text{энтр}} K_{\text{изб.непр}m} \log_2 m}} B_R \sin^2 \frac{\pi}{m} \\ q_F^{(\phi)} &= \frac{\Delta f_{\Sigma 2}}{\Delta f_{\Sigma}} = \frac{1 + K_{\text{п}2}}{1 + K_{\text{п}m}} B_R \end{aligned} \right\} \quad (6.144)$$

Графики  $q_h^{(\phi)}(m)$  и  $q_F^{(\phi)}(m)$ , построенные по (6.144) при  $K_{\text{энтр}} = 1$ ,  $K_{\text{изб.непр}2} = K_{\text{изб.непр}m} = 1$ , представлены на рис. 6.37. Видно, что ростом  $m$  требуемое значение  $h^2$  сначала уменьшается до минимального значения (при  $m=3$ ), а затем растет. Уменьшение  $h^2$  составляет примерно 25%, а увеличение (при  $m=8$ ) — примерно 100%. Из рис. 6.34 видно, что  $m_{\text{опт}}=3$  для значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \approx 1 \div \infty$ .

Но согласно рис. 6.36 это область целесообразного применения СПДИ с МЧМ. Большой интерес представляет область малых зна-

чений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . В этой области, как видно из рис. 6.34,  $m_{\text{опт}} > 3$  и при

$\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,01$  имеем  $m_{\text{опт}} \approx 8$ . Из рис. 6.37 следует, что при  $m=8$  тре-

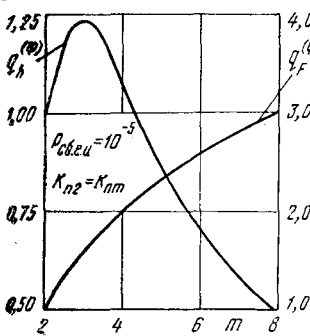


Рис. 6.37

буемое значение  $h^2$  возрастает вдвое. Следовательно, в области целесообразного применения СПДИ с МОФМ требуются значения  $h^2$ , превышающие  $h^2_2$ . В то же время для СПДИ с МЧМ с ростом  $m$  требуемое значение  $h^2$  уменьшается (§ 6.2). Это показывает, что при наличии ограничений на технический параметр  $h^2$  СПДИ с МОФМ может оказаться либо нереализуемой, либо потребует большего, чем в СПДИ с МЧМ, значения  $h^2$ . Некоторые расчеты требуемых значений  $h^2$  в СПДИ с МЧМ и МОФМ произведены в [142].

Ход зависимости  $q_F^{(ф)}(m)$  в СПДИ с МОФМ более благоприятен, чем в СПДИ с МЧМ, что видно из сопоставления графиков рис. 6.37 и 6.6. Проведенные в [142] расчеты показали, что для  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,1$

получается  $q_F^{(ф)} \approx 1,9$ , а для  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = 0,01$  — соответственно  $q_F^{(ф)} \approx 2,7$ . Эти цифры получены при  $K_{n2}^{(ф)} = K_{nm}^{(ф)} = 1$ ,  $K_{n2}^{(a)} = 1$  и  $K_{nm}^{(a)} = 0$ . Если принять  $K_{n2}^{(ф)} = K_{nm}^{(ф)} = 2$ , что более реалистично, то указанные цифры снижаются соответственно до 1,3 и 1,8. Однако и в этом случае СПДИ с МОФМ сохраняет преимущество в том смысле, что при наличии ограничений на  $\Delta f_K$  СПДИ с МЧМ может оказаться нереализуемой скорее, чем СПДИ с МОФМ.

Общий вывод из проделанного анализа состоит в том, что СПДИ сравниваемых классов (МЧМ и МОФМ) обнаруживают преимущества друг перед другом в различных областях значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Именно СПДИ с МЧМ перспективны, когда значение  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$

велико и (или) имеются жесткие ограничения на допустимые значения  $h^2$  (например, системы космической и авиационной связи).

СПДИ с МОФМ перспективны при малых значениях  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  и (или)

наличии жестких ограничений на значения  $\Delta f_K$ . Вместе с тем следует подчеркнуть, что имеется сравнительно широкая область значе-

ний  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ , в пределах которой СПДИ с МЧМ и МОФМ примерно

равноценны (по критерию цены), так что выбор одной из них должен проводиться на последующих этапах оценки. Уместно также

напомнить, что проделанный выше анализ справедлив лишь для случая передачи по каналу с постоянными параметрами.

Хотя эти выводы базируются на анализе, проведенном без учета влияния на помехоустойчивость конечной ширины полосы пропускания канала связи, а также лишь для асимптотического случая ( $\alpha \rightarrow \infty$ ), есть основания полагать, что они будут справедливы и при более строгом анализе.

## 6.11. ОБОБЩЕНИЕ И АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведенная в настоящей главе оценка классов СПДИ с МЧМ и МОФМ показала, что методика оценки по критериям цены и эффективности удовлетворяет условиям практической применимости и может быть рекомендована для оценки СПДИ. Тем самым достигнута первая цель, поставленная в этой главе и сформулированная в § 6.1, — апробировать методику оценки СПДИ по введенным критериям.

Вторая цель, сформулированная в § 6.1 и состоящая в получении количественных оценок для конкретных классов СПДИ, также достигнута. Полученные результаты представлены в виде формул, доведенных до инженерного вида, и графиков. Представляет интерес провести обобщение и анализ полученных результатов, что позволит сформулировать основные выводы и дать рекомендации относительно их использования и перспективных направлений дальнейших исследований.

Наиболее подробно исследован класс СПДИ с МЧМ, внутри которого были подвергнуты оценке разнообразные модели. В частности, исследовано влияние количества каналов ( $L$ ), количества одновременных реализаций сигнала ( $\beta$ ), последствия перехода от ортогональных сигналов к неортогональным, влияние искажений сигнала в КС, влияние ограничений на значения технических параметров, влияние статистических характеристик КС, проведена оценка при доминирующем влиянии импульсных помех.

Наиболее важный общий вывод состоит в том, что в классе СПДИ с МЧМ оптимальной является СПДИ с  $m > 2$ . Разумеется, оптимальное значение  $m$  и соответствующее ему максимальное значение выигрыша зависят от значений параметров, определяющих свойства КС, сигналов и помех, а также требуемых значений информационных параметров, ограничений на значения технических параметров и т. д. Во многих случаях этот выигрыш достаточно существенен, так что замена бинарных СПДИ многопозиционными может дать большой технико-экономический эффект.

Оценка по критериям цены и эффективности является оценкой первого (теоретического) этапа, на котором сложность технической реализации СПДИ непосредственно не учитывается. Тем не менее в процессе оценки это обстоятельство постоянно учитывалось. Так, при оценке многоканальной СПДИ сделан вывод, что хотя при  $L > 1$  в некоторых случаях возможен дополнительный

выигрыш (по сравнению со случаем  $L=1$ ), однако он не настолько велик, чтобы оправдать усложнение аппаратуры. Аналогичный вывод сделан при оценке СПДИ для случая  $\beta > 1$ . Во всех случаях анализировались зависимости требуемых значений технических параметров от числа позиций сигнала и других внутренних параметров СПДИ. В результате установлено, что высказываемое иногда мнение о том, что СПДИ с МЧМ требует существенно более широкой полосы частот, чем бинарная СПДИ, не соответствует действительности. Более того, во многих случаях полоса может быть даже уменьшена.

Существенное влияние на выбор структуры СПДИ с МЧМ, а также величину максимального выигрыша оказывает величина отношения весовых коэффициентов  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Общая тенденция такова,

что с ростом  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  максимальный выигрыш увеличивается. Установ-

лено также, что при  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} \ll 1$  целесообразно использование неортогональных сигналов.

Оценка СПДИ с МЧМ при учете ограничений на значения технических параметров СПДИ показала, что наличие ограничений не может уменьшить значения выигрыша, определенного без учета ограничений. Это позволяет считать результаты, полученные без учета ограничений, надежной нижней оценкой.

Важное значение имеет оценка СПДИ с МЧМ при учете воздействия импульсных помех. Наличие существенного выигрыша многопозиционной СПДИ перед бинарной, установленного в результате проведенной оценки, подтверждает мнение о том, что многопозиционная СПДИ имеет преимущества перед бинарной при любых видах помех. Дополнительная ценность полученного результата состоит в том, что он получен при отсутствии выражения для помехоустойчивости при действии импульсной помехи. Тем самым указан путь оценки в других подобных условиях.

Важный вывод из проведенного исследования состоит также в том, что для класса СПДИ с МЧМ выигрыш возрастает по мере ухудшения состояния КС (по крайней мере, для каналов, замирания в которых подчиняются обобщенно-рэлеевскому распределению).

В процессе проведения оценок различных моделей СПДИ с МЧМ были развиты частные методики определения значений некоторых параметров из подмножества  $\{\delta_i\}$ . К ним относятся, прежде всего, параметры  $K_{\Pi}$  и  $a$ . В частности, методика определения  $K_{\Pi}$  разработана для двух случаев, а именно, когда выражения для помехоустойчивости учитывают влияние искажений сигнала в КС и когда такой учет отсутствует. В связи с этим обоснована важность исследований, направленных на получение выражений для помехоустойчивости, учитывающих искажения сигналов в КС.

При оценке по критериям цены и эффективности возникает не-

обходимость определения технического параметра  $h^2$  из уравнения для  $P_{сб\ eи}$ <sup>1)</sup>. Однако большинство имеющихся в литературе выражений для  $P_{сб\ eи}$  имеет весьма сложный вид и содержит неаналитические функции, так что аналитическое определение из них параметра  $h^2$  невозможно. В связи с этим развита частная методика графического определения  $h^2$ , а также обращено внимание на целесообразность поисков подходящих аппроксимаций выражений для  $P_{сб\ eи}$ .

Полученные в процессе оценки класса СПДИ с МЧМ выражения для определения выигрыша содержат в качестве аргументов коэффициенты  $K_{энтр}$  и  $K_{изб\ непр}$ . Учитывая, что значение  $K_{энтр}$  часто бывает неизвестным, а коэффициент  $K_{изб\ непр}$  является сложной функцией  $N$ ,  $a$  и  $m$ , определение зависимости выигрыша от аргумента  $m$  и его графическая интерпретация получаются неудобными. В связи с этим исследованы последствия наложения условий  $K_{энтр} = 1$ ,  $K_{изб\ непр} = 1$ . Показано, что при этом аналитические выражения и их графики становятся более удобными и в то же время сохраняется их существо. Однако при выборе параметров конкретной СПДИ желателен учет истинных значений  $K_{энтр}$  и  $K_{изб\ непр}$ .

В классе СПДИ с МОФМ исследована только простейшая модель. Наиболее интересный результат состоит в том, что влияние величины  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$  на значение выигрыша в цене и оптимальное значение числа позиций сигнала противоположны таковым для класса СПДИ с МЧМ. Это позволило предположить, что преимущества обоих классов должны проявляться в противоположных областях значений  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F}$ . Количественный анализ подтвердил это предположение. Тем самым определены целесообразные области применения каждого из классов, разделенные некоторым пороговым значением  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} = \left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{пор}$ . Именно в области  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} < \left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{пор}$  лучше СПДИ с МОФМ, а в области  $\frac{\alpha_H}{\alpha_F} > \left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{пор}$  — СПДИ с МЧМ. Имеется, однако, обширная зона в окрестности  $\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{пор}$ , где выигрыш одного класса перед другим незначителен, так что их можно считать равноценными. Само значение  $\left(\frac{\alpha_H}{\alpha_F}\right)_{пор}$  зависит от ряда параметров, в частности, значений  $K_n$  для обоих классов СПДИ.

В связи с установленной возможностью улучшения СПДИ за счет перехода от бинарных систем к многопозиционным приобретает большой интерес оценка при наличии ПК. Другими словами, представляет интерес исследовать, какой путь лучше: применение

<sup>1)</sup> Этого не требуется при оценке по критерию  $V_{эф}(P_{сб})$ .

в бинарных системах помехоустойчивого кодирования или замена бинарных систем многопозиционными (без помехоустойчивого кодирования). За недостатком места этот вопрос здесь не исследован. Однако эвристические соображения, подкрепленные ориентировочными расчетами, показывают, что, по крайней мере, в исследованных случаях многопозиционные СПДИ без помехоустойчивого кодирования предпочтительнее бинарных СПДИ с помехоустойчивым кодированием.

При оценке СПДИ с МЧМ при  $\beta > 1$  указывалось, что если изменить алгоритм ДКСобщ таким образом, чтобы он использовал избыточность для коррекции ошибок, то может оказаться целесообразным выбор  $\beta > 1$ . Также в связи с ограниченностью объема эта идея не была здесь исследована детально, как она того заслуживает. Вообще, использование непреднамеренной избыточности для коррекции ошибок в многопозиционных СПДИ заслуживает серьезного исследования. Есть основания полагать, что на этом пути окажется возможным добиться существенного улучшения СПДИ.

Наконец, отметим, что исследованы (и то далеко не полностью) лишь два класса СПДИ. Между тем таких классов имеется всего семь, причем четыре из них — со сложными видами манипуляции ( $\eta > 1$ ).

Естественно, что в классах СПДИ со сложными видами манипуляции имеется больше вариантов моделей и поэтому правдоподобно предположение о том, что некоторые из них могут быть лучшими (для определенных условий), чем в классах СПДИ с МЧМ и МОФМ. В частности, можно ожидать, что хорошие результаты даст СПДИ класса МЧОФМ, поскольку в этом классе возможно объединение преимуществ СПДИ с МЧМ и МОФМ. Другими словами, проведенная оценка классов СПДИ и с МЧМ и МОФМ имеет не только самостоятельное значение, но и является дополнительным обоснованием целесообразности дальнейших исследований многопозиционных СПДИ, в том числе с комбинированными видами модуляции при  $\eta \geq 1$ ,  $\beta \geq 1$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сделаем обзор проведенных исследований, оценим перспективы практического применения разработанных методов и наметим основные направления дальнейших исследований в этой области.

Прежде всего, отметим, что центральный вопрос проблемы оптимизации — выбор критерия оценки — решен здесь на основе единственно правильной научной основе исследования операций. Можно спорить о конкретной интерпретации введенных критериев, т. е. о количестве и составе учитываемых внешних и внутренних параметров, о характере взаимосвязей между ними и т. д. Более того, в самой основе этих критериев заложена возможность и необходимость их различной конкретной интерпретации для различных усло-

вий работы оцениваемых систем. Но во всех случаях идеология остается неизменной. Трудно переоценить важность признания этого тезиса в качестве руководящей идеи при оценке любых систем, в том числе и СПДИ. Это сразу устранило бы наблюдающийся в настоящее время разнобой в критериях оценки, сделало бы усилия исследователей более целеустремленными и согласованными, а также резко уменьшило бы опасность применения неадекватных критериев.

Перейдем к вопросу о конкретной интерпретации введенных критериев цены и эффективности. В настоящей работе основное внимание уделено методологии формирования критериев. При формировании же критериев оценки для СПДИ в них включены лишь те внешние параметры, для которых известны их функциональные зависимости от внутренних параметров. Так, например, в критериях оценки не учитывается такой важнейший внешний параметр, как надежность СПДИ. Причина здесь одна — отсутствие функциональных уравнений, описывающих зависимость надежности от внутренних параметров СПДИ. По той же причине не учитываются такие параметры, как сложность аппаратуры, время задержки в передаче информации, скрытность, секретность и др. В связи с этим высказано мнение, что процедура оценки должна быть многоступенчатой, так что на каждой последующей ступени учитывается некоторая совокупность ранее неучтенных параметров. Вопрос о количестве и составе учитываемых на каждой ступени внешних параметров требует специального изучения и выходит за рамки настоящей работы. Можно только утверждать, что по мере накопления знаний и опыта количество и состав учитываемых параметров (на каждой ступени) будут изменяться. По-видимому, количество внешних параметров, учитываемых на первом (теоретическом) этапе оценки, который только и рассматривается в этой работе, будет увеличиваться. Однако есть основания полагать, что многоступенчатая процедура оценки останется целесообразной и в будущем, поскольку с увеличением числа учитываемых внешних параметров возрастают математические трудности.

Таким образом, введенные в настоящей работе критерии цены и эффективности следует рассматривать как критерии первого (теоретического) этапа оценки, а их конкретную математическую интерпретацию (в смысле состава учитываемых внешних параметров) — как первое приближение. Тем же мене можно утверждать, что полученная на этой основе оценка позволяет делать обоснованные заключения о перспективности оцениваемых СПДИ. Это утверждение зиждется на том, что применяемый критерий правильно учитывает важнейшие внешние параметры СПДИ.

Большое внимание в настоящей работе уделено вопросу об удобстве применения введенных критериев для оценки и оптимизации СПДИ. С этой целью предложено разбиение СПДИ на классы, подклассы и т. д., построение графиков зависимостей выигрыша от числа позиций сигнала вместо аналитического определения



экстремума этих зависимостей, а также использован ряд других упрощений и допущений, основанных на инженерном подходе к требуемой точности решений. Такой подход позволил получить для представляющих интерес зависимостей простые математические выражения и построить их наглядные графики. Эти материалы доступны для инженеров и могут быть использованы непосредственно при проектировании СПДИ.

Большое практическое значение имеет проведенная в настоящей работе оценка классов СПДИ с МЧМ и МОФМ. Прежде всего, результаты этой оценки показывают, что оптимальными (в классах, подклассах и т. д.) являются многопозиционные СПДИ. Выигрыш в цене и (или) эффективности таких СПДИ перед широко распространенными бинарными может быть достаточно существенным. Если учесть масштабы распространения СПДИ, то замена бинарных СПДИ многопозиционными сулит большой экономический эффект. Хотя критерии оценки и не учитывают сложности технической реализации аппаратуры, проведенный в настоящей работе обзор (приложение 2) показал, что сложность технической реализации многопозиционных СПДИ того же порядка, что и бинарных. Во всяком случае бытующее мнение о чрезмерной сложности многопозиционных СПДИ следует признать сильно преувеличенным.

При формировании критериев оценки СПДИ, а также эвристическом выборе для анализа наиболее перспективных классов, подклассов и т. д. большое значение имеет глубокое понимание принципов построения и функционирования СПДИ в целом и ее отдельных элементов, классификации СПДИ, функциональных зависимостей между внешними и внутренними параметрами СПДИ. Эти вопросы рассмотрены в настоящей работе с единых методических позиций и, по нашему мнению, будут способствовать устранению накопившихся к настоящему времени неточностей и неоднозначностей как в трактовке существа вопросов, так и терминологического характера.

Настоящая работа является, по существу, первой работой по оптимизации СПДИ на основе критериев цены и эффективности. Естественно, что целый ряд вопросов освещен в ней не с той степенью полноты, какой они заслуживают. Это, по-видимому, и невозможно сделать в рамках одной работы или вообще усилиями одного человека. Поэтому автор очень надеется, что предложенный им метод будет развит в других работах. С этой точки зрения представляет большой интерес определение основных перспективных направлений дальнейших исследований. В самом общем виде цель дальнейших исследований можно сформулировать как нахождение, уточнение и приведение к удобному для использования виду (аппроксимация) функциональных зависимостей между внутренними и основными внешними параметрами СПДИ. К числу внешних параметров СПДИ, для которых функциональные зависимости практически неизвестны или известны весьма грубо, относятся надежность, скрытность, секретность, сложность аппаратуры, ее вес.

объем и стоимость. Не вполне даже ясно, какими мерами измерять некоторые из этих параметров, так что здесь тоже предстоит большая работа.

В уточнениях и надлежащей аппроксимации нуждаются, в первую очередь, функциональные зависимости для помехоустойчивости. В настоящей работе помехоустойчивость оценивается вероятностью сбоя единицы информации ( $P_{сб\ e\ и}$ ). Однако, как показано в гл. 3, эта мера помехоустойчивости является удовлетворительной лишь при выполнении определенных условий. Кроме того, большинство выражений для помехоустойчивости получены в предположении неискажающего КС, что часто оказывается нереалистичным. Поэтому важной задачей является получение выражений для помехоустойчивости с учетом АЧХ и ФЧХ КС. В настоящей работе изложены основные общие соображения о методах определения помехоустойчивости с учетом АЧХ и ФЧХ КС, а также проведено вычисление помехоустойчивости для СПДИ с МЧМ при аппроксимации КС в виде ИПФ. Требуются дальнейшие исследования в этом направлении с целью усовершенствования методики учета влияния АЧХ и ФЧХ на помехоустойчивость и вычисления помехоустойчивости при различных АЧХ и ФЧХ. Выражения для помехоустойчивости имеют, как правило, сложный характер, содержат неаналитические функции и т. д., что затрудняет их использование для аналитического решения задачи оптимизации СПДИ. Поэтому аппроксимация этих выражений представляет актуальную задачу.

Весьма актуальны исследования, направленные на получение, уточнение и аппроксимацию выражений для помехоустойчивости с учетом помехоустойчивого кодирования. Оценка СПДИ по критериям цены и эффективности с учетом помехоустойчивого кодирования и сопоставления с результатами оценки для простого кодирования позволила бы произвести обоснованную оценку целесообразности применения различных видов помехоустойчивых кодов.

Большой интерес представляет оценка СПДИ по критериям цены и эффективности для случая применения широкополосных сигналов. Сравнение полученных при этом результатов с результатами, полученными для узкополосных сигналов, позволило бы более объективно оценить истинную ценность широкополосных сигналов и целесообразные области их применения.

В настоящей работе наиболее полно рассмотрен класс СПДИ с МЧМ. Однако и в этом классе рассмотрены далеко не все модели. Другие же классы СПДИ (кроме МОФМ) вообще не рассмотрены. Следовательно, имеется обширное поле исследований классов и моделей, не рассмотренных в настоящей работе. Представляется наиболее интересным рассмотрение класса СПДИ с МЧОФМ, так как можно предположить, что в этом классе объединяются достоинства классов СПДИ с МЧМ и МОФМ.

Широкое поле исследований открывается в области оценки различных классов СПДИ при неоптимальных и субоптимальных ДКСи и сравнения результатов с результатами, полученными при оптимальных ДКСи. Таким образом можно было бы оценить це-

лесообразность (или нецелесообразность) замены неоптимальных или субоптимальных декодеров оптимальными.

Перечисление направлений дальнейших исследований можно было бы продолжить. Однако вряд ли имеет смысл пытаться создать полный их перечень, в процессе развития он неизбежно будет корректироваться и дополняться. Важно, что формулирование актуальных направлений может проводиться целенаправленно, по мере того как возникает необходимость оценки (оптимизации) СПДИ применительно к тем или иным условиям ее работы.

Оценивая взаимосвязь существующих научных направлений общей теории связи — теории кодирования и теории потенциальной помехоустойчивости — с развитой здесь теорией оптимизации СПДИ, можно прийти к выводу, что указанные научные направления следует рассматривать как инструмент для получения функциональных зависимостей между внутренними и основными внешними параметрами СПДИ. Оценка же целесообразности той или иной структуры кодеров и декодеров может быть проведена только в рамках общей теории оптимизации.

Наиболее общий итог настоящей работы состоит в разработке основ теории оптимизации СПДИ по критериям цены и эффективности, которые базируются на концепциях системотехники и исследования операций. Наиболее важной общей чертой этих критериев является их универсальность и возможность развития и совершенствования без необходимости пересмотра исходных идей.

**НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВЫКЛАДКИ, ОТНОСЯЩИЕСЯ  
К ВЫЧИСЛЕНИЮ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ  
С УЧЕТОМ АЧХ И ФЧХ КАНАЛА СВЯЗИ**

**Вычисление  $y'_{c_i}(q, k)$**

Величина  $y'_{c_i}(q, k)$  есть составляющая отсчета на выходе  $i$ -го субканала от сигнала  $k$ -й позиции, переданного на  $q$ -м тактовом интервале. Поскольку в каждом субканале учитывается действие совокупности компонент от сигналов, переданных в пределах  $\pm s$  тактовых интервалов, то целесообразно вычислить  $y'_{c_i}(q, k)$  в виде двух взаимно ортогональных составляющих. Тогда синфазная и ортогональная составляющие от всех  $D=1+2s$  компонент вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} y'_{c_{\Sigma i}}^{(\sin)} &= \sum_{q=-s}^s y'_{c_i}^{(\sin)}(q, k) \\ y'_{c_{\Sigma i}}^{(\cos)} &= \sum_{q=-s}^s y'_{c_i}^{(\cos)}(q, k) \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П}1.1)$$

а суммарный отсчет  $y'_{c_{\Sigma i}}$  равен

$$y'_{c_{\Sigma i}} = \sqrt{[y'_{c_{\Sigma i}}^{(\sin)}]^2 + [y'_{c_{\Sigma i}}^{(\cos)}]^2}. \quad (\text{П}1.2)$$

Отклик на выходе  $i$ -го субканального фильтра в момент времени  $t$  определится из выражения

$$y_{c_i}(q, k) = \int_0^t y_{\text{ВЫХ}}^{(k)}(x - q\tau) g_i(t - x) dx, \quad (\text{П}1.3)$$

где  $y_{\text{ВЫХ}}^{(k)}(t)$  — сигнал  $k$ -й позиции на выходе КС;  $g_i(t)$  импульсная реакция  $i$ -го субканального фильтра.

Представив решение (П1.3) в виде двух взаимно ортогональных компонент

$$y_{c_i}(q, k) = y_{c_i}^{(\sin)}(q, k) \sin \omega_i(\tau - t) + y_{c_i}^{(\cos)}(q, k) \cos \omega_i(\tau - t), \quad (\text{П}1.4)$$

найдем искомые значения  $y'_{c_i}^{(\sin)}(q, k)$  и  $y'_{c_i}^{(\cos)}(q, k)$ , как

$$\begin{aligned} y'_{c_i}^{(\sin)}(q, k) &= [y_{c_i}^{(\sin)}(q, k)]_{t=\tau}; \\ y'_{c_i}^{(\cos)}(q, k) &= [y_{c_i}^{(\cos)}(q, k)]_{t=\tau}. \end{aligned} \quad (\text{П}1.5)$$

Поскольку субканальные фильтры полагаются оптимальными для неискаженных сигналов, то  $g_i(x) = y^{(i)}(\tau - x)$ . Следовательно,  $g_i(t - x) = y^{(i)}(\tau - t + x)$ .

Полагая  $y^{(i)}(t) = \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ ,  $0 \leq t \leq \tau$ , получим  $g_i(t - x) = \sin[\omega_i(\tau - t + x) + \varphi_i]$ . Подставляя это значение  $g_i(t - x)$  в (П1.3), приведем его к виду

$$y_{c_i}(q, k) = \int_0^t y_{\text{ВЫХ}}^{(k)}(x - \tau) \sin[\omega_i(\tau - t + x) + \varphi_i] dx. \quad (\text{П}1.6)$$

Значение  $y_{\text{вых}}^{(k)}(t)$  определяется (5.23) с учетом (5.24) и (5.25). Используя эти выражения, получим из (П1.6)

$$y_{zi}(q, k) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^t \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} \sin z_l(q, k, x) \times \right. \\ \times \sin [\omega_k(x - q\tau) + \varphi_k] \sin [\omega_i(\tau - t + x) + \varphi_i] dx + \\ \left. + \int_0^t \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)} \cos z_l(q, k, x) \cos [\omega_k(x - q\tau) + \varphi_k] \sin [\omega_i(\tau - t + x) + \varphi_i] dx \right\}, \quad (\text{П1.7})$$

где значения  $s(l)$ ,  $c(l)$  и  $z_l(q, k, x)$  сведены в табл. П1.1, а  $\alpha_{Hk}$  и  $\alpha_{Bk}$  определяются (5.25).

Т а б л и ц а П 1.1

$l$	1	2	3	4
$s(l)$	0	0	1	1
$c(l)$	0	1	1	0
$z_l(q, k, x)$	$\alpha_{Hk}(x - q\tau)$	$\alpha_{Bk}(x - q\tau)$	$\alpha_{Hk}[x - \tau(1 + q)]$	$\alpha_{Bk}[x - \tau(1 + q)]$

Произведения вида  $\sin \alpha \sin \beta$  и  $\cos \alpha \sin \beta$  в подынтегральных выражениях (П1.7) после тригонометрических преобразований представим в форме:

$$\begin{aligned} & \sin [\omega_k(x - q\tau) + \varphi_k] \sin [\omega_i(\tau - t + x) + \varphi_i] = \\ & = \frac{1}{2} \{ \cos \omega_i(\tau - t) [\cos \varphi(k, i, q) \cos \Delta \omega(k, i) x - \\ & \quad - \sin \varphi(k, i, q) \sin \Delta \omega(k, i) x] + \sin \omega_i(\tau - t) \times \\ & \quad \times [\sin \varphi(k, i, q) \cos \Delta \omega(k, i) x + \cos \varphi(k, i, q) \times \\ & \quad \times \sin \Delta \omega(k, i) x] - \cos [\Omega(k, i) x + \psi(k, i, q) + \omega_i(\tau - t)] \} = \Pi_{ss}; \\ & \cos [\omega_k(x - q\tau) + \varphi_k] \sin [\omega_i(\tau - t + x) + \varphi_i] = \\ & = \frac{1}{2} \{ -\cos \omega_i(\tau - t) [\cos \varphi(k, i, q) \sin \Delta \omega(k, i) x + \\ & \quad + \sin \varphi(k, i, q) \cos \Delta \omega(k, i) x] - \sin \omega_i(\tau - t) [\sin \varphi(k, i, q) \sin \Delta \omega(k, i) x - \\ & \quad - \cos \varphi(k, i, q) \cos \Delta \omega(k, i) x] + \sin [\Omega(k, i) x + \psi(k, i, q) + \omega_i(\tau - t)] \} = \Pi_{cs}, \end{aligned}$$

$$\Delta \omega(k, i) = \omega_k - \omega_i; \quad \Omega(k, i) = \omega_k + \omega_i; \quad \varphi(k, i, q) = \varphi_k - \varphi_i - \omega_k q \tau;$$

где  $\psi(k, i, q) = \varphi_k + \varphi_i - \omega_k q \tau$ .

Подставляя полученные значения  $\Pi_{ss}$  и  $\Pi_{cs}$  в (П1.7) и учитывая, что при условии  $(\omega_k + \omega_i) \gg (\omega_k - \omega_i)$ ,  $i, k \in \{m\}$ , которое здесь полагается выполняющимся, членами в  $\Pi_{ss}$  и  $\Pi_{cs}$ , содержащими в аргументе при  $\cos$  или  $\sin$  слагаемое  $\Omega(k, i)x$ , можно пренебречь, поскольку они приводят к интегралам от быстроосциллирующих функций, получим <sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Здесь объединены члены, содержащие в качестве множителей соответственно  $\sin \omega_i(\tau - t)$  и  $\cos \omega_i(\tau - t)$ . Это сделано с целью выделения синфазной и ортогональной составляющих  $y_{ei}(q, k)$ . Кроме того, изменен порядок суммирования и интегрирования.

$$\begin{aligned}
y_{ci}(q, k) = & \frac{1}{4\pi} \left\{ \sin \varphi(k, i, q) \left[ \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} \int_0^t \text{si } z_l(q, k, x) \cos \Delta \omega(k, i) x dx + \right. \right. \\
& + \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)+1} \int_0^t \text{ci } z_l(q, k, x) \sin \Delta \omega(k, i) x dx \left. \right] + \\
& + \cos \varphi(k, i, q) \left[ \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} \int_0^t \text{si } z_l(q, k, x) \sin \Delta \omega(k, i) x dx + \right. \\
& + \left. \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)} \int_0^t \text{ci } z_l(q, k, x) \cos \Delta \omega(k, i) x dx \right] \left. \right\} \sin \omega_i(\tau - t) + \\
& + \frac{1}{4\pi} \left\{ \sin \varphi(k, i, q) \left[ \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)+1} \int_0^t \text{si } z_l(q, k, x) \times \right. \right. \\
& \times \sin \Delta \omega(k, i) x dx + \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)+1} \int_0^t \text{ci } z_l(q, k, x) \cos \Delta \omega(k, i) x dx \left. \right] + \\
& + \cos \varphi(k, i, q) \left[ \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} \int_0^t \text{si } z_l(q, k, x) \cos \Delta \omega(k, i) x dx + \right. \\
& + \left. \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)+1} \int_0^t \text{ci } z_l(q, k, x) \sin \Delta \omega(k, i) x dx \right] \left. \right\} \cos \omega_i(\tau - t). \quad (\text{Пл.8})
\end{aligned}$$

Из (Пл.8) видно, что выражение для  $y_{ci}(q, k)$  приведено к виду (Пл.4) и значения  $y_{ci}^{(\sin)}(q, k)$  и  $y_{ci}^{(\cos)}(q, k)$  есть не что иное, как коэффициенты соответственно при  $\sin \omega_i(\tau - t)$  и  $\cos \omega_i(\tau - t)$  в (Пл.8).

Для приведения интегралов в (Пл.8) к виду  $\int \left\{ \frac{\text{si}}{\text{ci}} \right\} \left\{ \frac{\sin}{\cos} \right\} (bx) dx$ , решение которых имеется в справочниках<sup>1)</sup>, произведем подстановку  $x - q\tau = y$  для  $l=1; 2$  и  $x - \tau(1+q) = y$  для  $l=3; 4$ . Кроме того, используя (Пл.5), положим верхний предел в интегралах в (Пл.8) равным  $t = \tau$ . Тогда после преобразования получим

$$\begin{aligned}
y_{ci}^{(\sin)}(q, k) = & \frac{1}{4\pi} \left\{ \sin \varphi(k, i, q) \left[ \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} (J_1 \cos \Delta \omega(k, i) \gamma_l + \right. \right. \\
& + J_2 \sin \Delta \omega(k, i) \gamma_l + \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)+1} (J_3 \cos \Delta \omega(k, i) \gamma_l - J_4 \times \\
& \times \sin \Delta \omega(k, i) \gamma_l) \left. \right] + \cos \varphi(k, i, q) \left[ \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} (J_2 \cos \Delta \omega(k, i) \gamma_l - \right. \\
& - J_1 \sin \Delta \omega(k, i) \gamma_l) + \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)} (J_4 \cos \Delta \omega(k, i) \gamma_l + J_3 \sin \Delta \omega(k, i) \gamma_l) \left. \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Например, в справочнике Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ГИФМЛ, 1963.

$$y_{ci}'^{(\cos)}(q, k) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \sin \varphi(k, i, q) \left[ \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)+1} (J_2 \cos \Delta\omega(k, l) \gamma_l - J_1 \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l) + \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)+1} (J_4 \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l + J_3 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l) \right] + \cos \varphi(k, i, q) \left[ \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} (J_1 \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l + J_2 \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l) + \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)+1} (J_3 \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l - J_4 \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l) \right] \right\}, \quad (\text{П}1.9)$$

где

$$J_1 = \frac{1}{\Delta\omega(k, i)} \{ \sin \Delta\omega(k, i) \beta_l \operatorname{si} \alpha_{lk} \beta_l - \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l \operatorname{si} \alpha_{lk} \gamma_l + \\ + \frac{1}{2} [ \operatorname{ci} (\Delta\omega(k, i) + \alpha_{lk}) \beta_l - \operatorname{ci} (\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}) \beta_l - \operatorname{ci} (\Delta\omega(k, i) + \\ + \alpha_{lk}) \gamma_l + \operatorname{ci} (\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}) \gamma_l ] \\ J_2 = \frac{1}{\Delta\omega(k, i)} \{ -\cos \Delta\omega(k, i) \beta_l \operatorname{si} \alpha_{lk} \beta_l + \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l \operatorname{si} \alpha_{lk} \gamma_l + \\ + \frac{1}{2} [ \operatorname{si} \Delta\omega(k, i) + \alpha_{lk} ) \beta_l - \operatorname{si} (\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}) \beta_l - \operatorname{si} (\Delta\omega(k, i) + \\ + \alpha_{lk}) \gamma_l + \operatorname{si} (\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}) \gamma_l ] \\ J_3 = \frac{1}{\Delta\omega(k, i)} \{ -\cos \Delta\omega(k, i) \beta_l \operatorname{ci} \alpha_{lk} \beta_l + \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l \operatorname{ci} \alpha_{lk} \gamma_l + \\ + \frac{1}{2} [ \operatorname{ci} (\Delta\omega(k, i) + \alpha_{lk}) \beta_l + \operatorname{ci} (\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}) \beta_l - \\ - \operatorname{ci} (\Delta\omega(k, i) + \alpha_{lk}) \gamma_l - \operatorname{ci} (\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}) \gamma_l ] \\ J_4 = \frac{1}{\Delta\omega(k, i)} \{ \sin \Delta\omega(k, i) \beta_l \operatorname{ci} \alpha_{lk} \beta_l - \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l \operatorname{ci} \alpha_{lk} \gamma_l - \\ - \frac{1}{2} [ \operatorname{si} (\Delta\omega(k, i) + \alpha_{lk}) \beta_l + \operatorname{si} (\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}) \beta_l - \\ - \operatorname{si} (\Delta\omega(k, i) + \alpha_{lk}) \gamma_l - \operatorname{si} (\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}) \gamma_l ] \}$$

(П1.10)

Значения  $\gamma_l, \beta_l, \alpha_{lk}$  сведены в табл. П1.2.

Таблица П1.2

$l$	1	2	3	4
$\gamma_l$	$-q\tau$	$-q\tau$	$-\tau(1+q)$	$-\tau(1+q)$
$\beta_l$	$\tau(1-q)$	$\tau(1-q)$	$-q\tau$	$-q\tau$
$\alpha_{lk}$	$\alpha_{HK}$	$\alpha_{BK}$	$\alpha_{Hk}$	$\alpha_{Bk}$

Выражения для  $y'_{ci}^{(\sin)}(q, k)$  и  $y'_{ci}^{(\cos)}(q, k)$ , как легко установить из (П1.9), могут быть записаны в форме

$$\left. \begin{aligned} y'_{ci}^{(\sin)}(q, k) &= \frac{1}{4\pi} [\sin \varphi(k, i, q) A_1 + \cos \varphi(k, i, q) A_2] \\ y'_{ci}^{(\cos)}(q, k) &= \frac{1}{4\pi} [-\sin \varphi(k, i, q) A_2 + \cos \varphi(k, i, q) A_1] \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П1.11})$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} (J_1 \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l + J_2 \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l) + \\ &+ \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)+1} (J_3 \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l - J_4 \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l) \\ A_2 &= \sum_{l=1}^4 (-1)^{s(l)} (J_2 \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l - J_1 \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l) + \\ &+ \sum_{l=1}^4 (-1)^{c(l)} (J_4 \cos \Delta\omega(k, i) \gamma_l + J_3 \sin \Delta\omega(k, i) \gamma_l) \end{aligned} \right\}. \quad (\text{П1.12})$$

Из (П1.11) видно, что определение  $y'_{ci}^{(\sin)}(q, k)$  и  $y'_{ci}^{(\cos)}(q, k)$  сводится к вычислению  $A_1$  и  $A_2$ , а также  $\varphi(k, i, q)$ .

Выражения для  $A_1$  и  $A_2$ , используя (П1.10), (П1.12) и табл. П1.1, можно записать в компактной форме следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{\Delta\omega(k, i)} \sum_{j=1}^4 \sum_{l=1}^4 b_j^{(A_1)}(\xi_l) \left[ \sum_{r=1}^2 (-1)^{\rho^{(A_1)}(j, l, r)} f_j(\xi_{lr}) \Phi_j \times \right. \\ &\quad \left. \times (\sigma_{lr}) + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^4 (-1)^{\eta^{(A_1)}(j, l, r)} h_j(\chi_{lr}) \right] \\ A_2 &= \frac{1}{\Delta\omega(k, i)} \sum_{j=1}^4 \sum_{l=1}^4 b_j^{(A_2)}(\xi_l) \left[ \sum_{r=1}^2 (-1)^{\rho^{(A_2)}(j, l, r)} f_j(\xi_{lr}) \times \right. \\ &\quad \left. \times \Phi_j (\sigma_{lr}) + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^4 (-1)^{\eta^{(A_2)}(j, l, r)} h_j(\chi_{lr}) \right] \end{aligned} \right\}. \quad (\text{П1.13})$$

В (П1.13) обозначено  $\xi_l = \Delta\omega(k, i) \gamma_l$ , значения функций  $b, f, \Phi$  и  $h$  сведены в табл. П1.3, их аргументов — в табл. П1.4, а коэффициентов  $\rho$  и  $\eta$  — в табл. П1.5 и П1.6.

Для определения истинных значений аргументов функций  $b, f, \Phi$  и  $h$  сначала с помощью выражений (3.44) и (3.45) определялась величина

$$\Delta\omega(k, i) = \frac{2\pi}{\tau} (k - i) (1 + \varepsilon). \quad (\text{П1.14})$$



$j$	1	2	3	4
$b_j^{(A_1)}(x)$	$\cos x$	$\sin x$	$\cos x$	$\sin x$
$b_j^{(A_2)}(x)$	$\sin x$	$\cos x$	$\sin x$	$\cos x$
$f_j(x)$	$\sin x$	$\cos x$	$\cos x$	$\sin x$
$\Phi_j(x)$	$si x$	$si x$	$ci x$	$ci x$
$h_j(x)$	$ci x$	$si x$	$si x$	$si x$

Таблица П1.4

$r$	1	2	3	4
$\xi_{lr}$	$\Delta\omega(k, i) \beta_l$	$\Delta\omega(k, i) \gamma_l$	—	—
$\sigma_{lr}$	$\alpha_{lk} \beta_l$	$\alpha_{lk} \gamma_l$	—	—
$\chi_{lr}$	$[\Delta\omega(k, i) + \alpha_{lk}] \beta_l$	$[\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}] \beta_l$	$[\Delta\omega(k, i) + \alpha_{lk}] \gamma_l$	$[\Delta\omega(k, i) - \alpha_{lk}] \gamma_l$

Полученные с учетом (П1.14), (5.25) и табл. П1.2 значения аргументов сведены в табл. П1.7.

Таким образом, значения  $y'_{ci}^{(\sin)}(q, k)$  и  $y'_{ci}^{(\cos)}(q, k)$  определяются по (П1.11) с учетом (П1.13) и (П1.14) и таблиц П1.3, П1.5, П1.6 и П1.7. Как видно, вычисления получаются весьма громоздкими и поэтому следует рекомендовать проводить их на ЭВМ. Некоторое упрощение вычислений возможно на основе использования установленных из анализа табл. П1.7 равенств:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 = \xi_2; \quad \xi_3 = \xi_4; \quad \xi_{11} = \xi_{21}; \quad \xi_{12} = \xi_{22} = \xi_{31} = \xi_{41}; \\ \xi_{32} = \xi_{42} \\ \sigma_{12} = \sigma_{31}; \quad \sigma_{22} = \sigma_{41}; \quad \chi_{13} = \chi_{31}; \quad \chi_{23} = \chi_{41}; \quad \chi_{14} = \chi_{32}; \quad \chi_{24} = \chi_{42} \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1.15})$$

В частном случае, когда сигналы удовлетворяют условию ортогональности в усиленном смысле<sup>1)</sup> ( $\varepsilon=0$ ), вычисления существенно упрощаются. Значения

<sup>1)</sup> Как пояснялось в § 6.1, условие ортогональности в усиленном смысле требует, чтобы частоты сигналов были кратны  $1/\tau$ . Тогда  $\omega_k q \tau = 2\pi l q$ ,  $k \in \{m\}$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , а  $\varphi(k, i, q) = \varphi_k - \varphi_i - \omega_k q \tau = \varphi_k - \varphi_i - 2\pi l q$ . Если к тому же наложить условие отсутствия скачка фазы при смене позиции сигнала, а канал полагать стационарным, то  $\varphi_k - \varphi_i = 0$ . В этом случае  $\sin \varphi(k, i, q) = 0$ ,  $\cos \varphi(k, i, q) = 1$  и, как видно из (П1.11),  $y''_{oi}^{(\sin)}(q, k) = \frac{A_2}{4\pi}$ ,  $y'_{ci}^{(\cos)} = (k, q) \frac{A_1}{4\pi}$ . Учитывая, од-

нако, что условие кратности частот сигналов величине  $1/\tau$ , а также стационарности канала в реальных условиях часто не выполняется, ограничимся наложением условия  $\varepsilon=0$ .

Таблица П1.5

$i$		$p^{(A_1)}(j, l, r)$																$\eta^{(A_1)}(j, l, r)$															
		$l, r$																$l, r$															
		1,1	1,2	2,1	2,2	3,1	3,2	4,1	4,2	1,1	1,2	1,3	1,4	2,1	2,2	2,3	2,4	3,1	3,2	3,3	3,4	4,1	4,2	4,3	4,4								
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1								
2	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1								
3	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0								
4	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0								

Таблица П1.6

$i$		$p^{(A_2)}(j, l, r)$																$\eta^{(A_2)}(j, l, r)$															
		$l, r$																$l, r$															
		1,1	1,2	2,1	2,2	3,1	3,2	4,1	4,2	1,1	1,2	1,3	1,4	2,1	2,2	2,3	2,4	3,1	3,2	3,3	3,4	4,1	4,2	4,3	4,4								
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0								
2	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1								
3	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1								
4	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0								

Функция	Аргумент	$i$		
		1	2	3
$b$	$\xi i$	$-2\pi q(k-i)(1+\varepsilon)$	$-2\pi q(k-i)(1+\varepsilon)$	$-2\pi(1+q)(k-i)(1+\varepsilon)$
				$-2\pi(1+q)(k-i)(1+\varepsilon)$
$f$	$\xi i r$	$2\pi(1-q)(k-i)(1+\varepsilon)$	$2\pi(1-q)(k-i)(1+\varepsilon)$	$-2\pi q(k-i)(1+\varepsilon)$
		$-2\pi q(k-i)(1+\varepsilon)$	$-2\pi q(k-i)(1+\varepsilon)$	$-2\pi(1+q)(k+i)(1+\varepsilon)$
$\phi$	$\sigma i r$	$\pi(1-q)(1+\varepsilon)(K_n+1+2k)$	$\pi(1-q)(1+\varepsilon)[K_n-1+2(m-k)]$	$-\pi(1+\varepsilon)(K_n+1+2k)$
		$-\pi q(1+\varepsilon)(K_n+1+2k)$	$-\pi q(1+\varepsilon)[K_n-1+2(m-k)]$	$-\pi(1+q)(1+\varepsilon)(K_n+1+2k)$
$h$	$\chi i r$	$\pi(1-q)(1+\varepsilon)[K_n+1+2(2k-i)]$	$-\pi(1+q)(1+\varepsilon)[K_n-1+2(m-i)]$	$-\pi q(1+\varepsilon)[K_n-1+2(m-i)]$
		$-\pi(1-q)(1+\varepsilon)(K_n+1+2i)$	$-\pi(1-q)(1+\varepsilon)[K_n-1+2(m-i)]$	$\pi q(1+\varepsilon)(K_n+1+2i)$
		$-\pi q(1+\varepsilon)[K_n+1+2(2k-i)]$	$-\pi q(1+\varepsilon)[K_n-1+2(m-i)]$	$-\pi(1+q)(1+\varepsilon)[K_n+1+2(2k-i)]$
				$-\pi(1+q)(1+\varepsilon)(K_n+1+2i)$
		$\pi q(1+\varepsilon)(K_n+1+2i)$	$\pi q(1+\varepsilon)[K_n-1-2(2k-i-m)]$	$\pi(1+q)(1+\varepsilon)(K_n+1+2i)$
				$-1-2(2k-i-m)$

Функции  $b$  и  $f$  для этого случая представлены в табл. ПИ.8. Обращаясь к /П.13/, легко установить, что при вычислении  $A_1$  в этом случае все члены при  $j=2$ ; 4 обращаются в нуль и, кроме того, обращается в нуль произведение  $f_1\Phi_1$ . Аналогично при вычислении  $A_2$  в нуль обращаются все члены при  $j=1$ ; 3 и произведение  $f_3\Phi_3$ . С учетом сказанного для случая  $\epsilon=0$  вместо /П.13/ получим

Таблица ПИ.8

$j$	1	2	3	4
$b_j^{(A_1)}$	1	0	1	0
$b_j^{(A_2)}$	0	1	0	1
$f_j$	0	1	1	0

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{\Delta\omega(k, i)} \sum_{l=1}^4 \left[ \sum_{r=1}^2 (-1)^{p^{(A_1)}(l, 3, r)} \Phi_3(\sigma_{lr}) + \frac{1}{2} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \sum_{j=1, 3}^4 \sum_{r=1}^4 (-1)^{\eta^{(A_1)}(l, j, r)} h_3(\chi_{lr}) \right] \\
 A_2 &= \frac{1}{\Delta\omega(k, i)} \sum_{l=1}^4 \left[ \sum_{r=1}^2 (-1)^{p^{(A_2)}(l, 2, r)} \Phi_2(\sigma_{lr}) + \frac{1}{2} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \sum_{j=2; 4}^4 \sum_{r=1}^4 (-1)^{\eta^{(A_2)}(l, j, r)} h_2(\chi_{lr}) \right]
 \end{aligned} \quad (П.16)$$

Вычисление  $A_1$  и  $A_2$  по (П.16) с учетом (П.14) и (П.15) дает:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{\tau}{2\pi(k-i)} (2ci\sigma_{22} - 2ci\sigma_{12} + ci\sigma_{11} - ci\sigma_{21} + ci\sigma_{32} - ci\sigma_{42} + \\
 &\quad + 2ci\chi_{14} - 2ci\chi_{23} - ci\chi_{12} + ci\chi_{21} - ci\chi_{34} + ci\chi_{43}) \\
 A_2 &= \frac{\tau}{2\pi(k-i)} (2si\sigma_{22} + 2si\sigma_{12} - si\sigma_{11} - si\sigma_{21} - si\sigma_{32} - si\sigma_{42} + \\
 &\quad + 2si\chi_{14} - 2si\chi_{23} - si\chi_{12} + si\chi_{21} - si\chi_{34} + si\chi_{43}).
 \end{aligned} \quad (П.17)$$

Значения  $y'_{ci}^{(\sin)}(q, k)$  и  $y'_{ci}^{(\cos)}(q, k)$  вычислялись в настоящей работе при  $\sin \varphi(k, i, q)=0$  и  $\cos \varphi(k, i, q)=1$ , так, что  $A_1$  и  $A_2$  определялись по (П.17).

$$y'_{ci}^{(\sin)}(q, k) = \frac{A_2}{4\pi}, \quad y'_{ci}^{(\cos)}(q, k) = \frac{A_1}{4\pi}. \quad (П.18)$$

#### Методика вычисления $P_{с.б.э.с}(j, \eta, k)$

Значение  $P_{с.б.э.с}(i, k)$  определяется выражением<sup>1)</sup> [168] по ф-ле (5.46)

$$\begin{aligned}
 P_{с.б.э.с}(i, k) &= Q \left( y'_{c\Sigma i} \frac{m_1 - m_2}{2m_1 m_2}, y'_{c\Sigma i} \frac{m_1 + m_2}{2m_1 m_2} \right) - \\
 &- \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Sigma_{\Pi i}^2 - \Sigma_{\Pi k}^2}{m_1 m_2} \right) \exp \left( -y'_{c\Sigma i}^2 \frac{m_1^2 + m_2^2}{4m_1^2 m_2^2} \right) I_0 \left( y'_{c\Sigma i} \frac{m_1^2 - m_2^2}{4m_1^2 m_2^2} \right). \quad (П.19)
 \end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Здесь и далее ради упрощения индексов обозначено  $j_\eta = i$ , так что  $i$ -й субканал является рабочим, а  $k$ -й — пустым.

В (П1.19)  $Q(\alpha, \beta) = \int_{\beta}^{\infty} t \exp\left(-\frac{t^2 + \alpha^2}{2}\right) I_0(\alpha t) dt$  — табулированная  $Q$ -функция [168, 10, 42], а  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Величина  $y_{c\Sigma i}$  — суммарный отсчет на выходе  $i$ -го (рабочего) субканала, определяемый (П1.2). Величины  $m_1$  и  $m_2$  в (П1.19) характеризуют помехи всех видов, в том числе переходные, и определяются следующим образом ([168] ф-ла (5.44)):

$$\left. \begin{aligned} m_1^2 &= \Sigma_{ni}^2 + \Sigma_{nk}^2 + 2 \sqrt{\Sigma_{nik}^2 + \Sigma_{nik}^{*2}} \\ m_2^2 &= \Sigma_{ni}^2 + \Sigma_{nk}^2 - 2 \sqrt{\Sigma_{nik}^2 + \Sigma_{nik}^{*2}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1.20})$$

В свою очередь, входящие в (П1.20) величины  $\Sigma_{ni}^2$ ,  $\Sigma_{nk}^2$ ,  $\Sigma_{nik}^2$  и  $\Sigma_{nik}^{*2}$  определяются выражением ([168], с. 105)

$$\Sigma_{ni}^2 = \overline{X_{ni}^2}, \quad \Sigma_{nk}^2 = \overline{X_{nk}^2}, \quad \Sigma_{nik} = \overline{X_{ni}X_{nk}}, \quad \Sigma_{nik}^* = \overline{X_{ni}Y_{nk}}, \quad (\text{П1.21})$$

где  $X_{ni}$ ,  $Y_{ni}$ ,  $\Phi \in \{i, k\}$  — некоторые функции взаимно ортогональных составляющих помех в  $i$ - и  $k$ -м субканалах, зависящие от вида модуляции, способа приема и т. д.

Следовательно, для вычисления  $P_{сб.э.с}(i, k)$  по (П1.19) необходимо определить функции  $X_{ni}$ ,  $Y_{ni}$ . Для этого приведем оператор демодуляции к каноническому виду ([168], ф-ла (5.41))

$$Z_{ki} = (x_{ci} + X_{ni})^2 + (y_{ci} + Y_{ni})^2 - X_{nk}^2 - Y_{nk}^2, \quad (\text{П1.22})$$

где  $x_{ci}$ ,  $y_{ci}$  — взаимно ортогональные составляющие сигнала в  $i$ -м субканале.

В нашем случае оператор демодуляции имеет вид

$$Z_{ki} = (x_{ci} + x_{ni})^2 + (y_{ci} + y_{ni})^2 - (x_{ck} + x_{nk})^2 - (y_{ck} + y_{nk})^2, \quad (\text{П1.23})$$

где  $x_{ck}$ ,  $y_{ck}$  — взаимно ортогональные составляющие переходной помехи в  $k$ -м субканале;  $x_{ni}$ ,  $y_{ni}$  и  $x_{nk}$ ,  $y_{nk}$  — взаимно ортогональные составляющие флуктуационных помех соответственно в  $i$ -м и  $k$ -м субканалах.

Согласно принятым в п. 1 настоящего приложения обозначениям имеем

$$x_{ci} = y'_{c\Sigma i}(\sin); \quad y_{ci} = y'_{c\Sigma i}(\cos);$$

$$x_{ck} = y'_{c\Sigma k}(\sin); \quad y_{ck} = y'_{c\Sigma k}(\cos). \quad (\text{П1.24})$$

Для приведения [П1.23] к каноническому виду [П1.22] воспользуемся методикой, развитой в [168] для случая, когда переходные помехи однозначно определяются сигналом. Именно, если в  $i$ -сигнале субканале вектор сигнала имеет значение  $v_{ci}$ , то в  $k$ -м субканале вектор переходной помехи равен  $v_{ck} = \lambda_{oki} v_{ci}$ , а угол между векторами  $v_{ck}$  и  $v_{ci}$  равен  $\varphi_{ki}$ . Разлагая  $\lambda_{oki}$  на ортогональные составляющие  $\lambda_{ki}$  и  $\lambda_{ki}^*$ , получим

$$\lambda_{oki} = \sqrt{\lambda_{ki}^2 + \lambda_{ki}^{*2}}, \quad \text{tg } \varphi_{ki} = \frac{\lambda_{ki}^*}{\lambda_{ki}}. \quad (\text{П1.25})$$

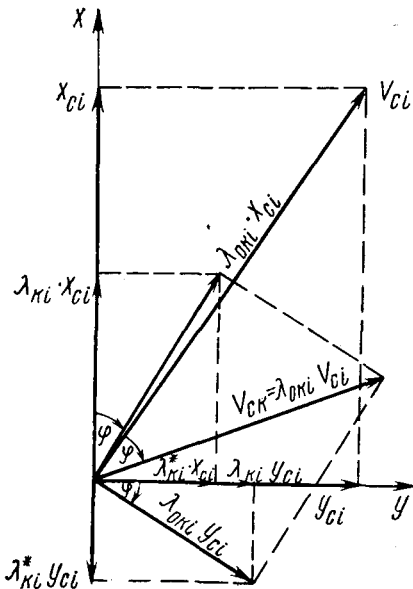


Рис. П1.1

Теперь можно определить взаимно ортогональные компоненты векторов  $v_{ci}$  и  $v_{ck}$ , приведенные к некоторой системе декартовых координат  $x, y$ . Соответствующие построения выполнены на рис. П1.1, откуда легко получить для  $x_{ck}$  и  $y_{ck}$  из (П1.23)

$$x_{ck} = \lambda_{ki} x_{ci} - \lambda_{ki}^* y_{ci}; \quad y_{ck} = \lambda_{ki} y_{ci} + \lambda_{ki}^* x_{ci}. \quad (\text{П1.26})$$

В нашем случае значения  $x_{ck}, y_{ck}$  и  $x_{ci}, y_{ci}$  определяются (П1.24). Это позволяет формально определить  $\lambda_{ki}$  и  $\lambda_{ki}^*$  из (П1.24) и (П1.26), сведя, таким образом, задачу к рассмотренной в [168]:

$$\lambda_{ki} = \frac{y'_{c\Sigma i}(\sin) y'_{c\Sigma k}(\sin) + y'_{c\Sigma i}(\cos) y'_{c\Sigma k}(\cos)}{y_{c\Sigma i}^2}; \quad \lambda_{ki}^* = \frac{y'_{c\Sigma i}(\sin) y'_{c\Sigma k}(\cos) - y'_{c\Sigma i}(\cos) y'_{c\Sigma k}(\sin)}{y_{c\Sigma i}^2}. \quad (\text{П1.27})$$

Согласно [168, с. 142]  $Z_{hi}$  в каноническом виде запишется так:

$$Z_{k,i} = \left( x_{ci} + \frac{x_{\pi i} - \lambda_{ki}^* y_{\pi k} - \lambda_{ki} x_{\pi k}}{1 - \lambda_{0ki}^2} \right)^2 + \left( y_{ci} + \frac{y_{\pi i} - \lambda_{ki}^* x_{\pi k} + \lambda_{ki} y_{\pi k}}{1 - \lambda_{0ki}^2} \right)^2 - \left( \frac{\lambda_{ki}^* y_{\pi k} + \lambda_{ki} x_{\pi k} - \lambda_{0ki} x_{\pi i}}{1 - \lambda_{0ki}^2} \right)^2 - \left( \frac{\lambda_{ki}^* x_{\pi k} - \lambda_{ki} y_{\pi k} - \lambda_{0ki} y_{\pi i}}{1 - \lambda_{0ki}^2} \right)^2. \quad (\text{П1.28})$$

Сопоставляя (П1.28) с (П1.29), получим

$$\left. \begin{aligned} X_{\pi i} &= \frac{x_{\pi i} - \lambda_{ki}^* y_{\pi k} - \lambda_{ki} x_{\pi k}}{1 - \lambda_{0ki}^2}; & Y_{\pi i} &= \frac{y_{\pi i} - \lambda_{ki}^* x_{\pi k} - \lambda_{ki} y_{\pi k}}{1 - \lambda_{0ki}^2} \\ X_{\pi k} &= \frac{\lambda_{ki}^* y_{\pi k} + \lambda_{ki} x_{\pi k} - \lambda_{0ki} x_{\pi i}}{1 - \lambda_{0ki}^2} \\ Y_{\pi k} &= \frac{\lambda_{ki}^* x_{\pi k} - \lambda_{ki} y_{\pi k} - \lambda_{0ki} y_{\pi i}}{1 - \lambda_{0ki}^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1.29})$$

Подставляя значения  $X_{\pi i}, X_{\pi k}$  и  $Y_{\pi k}$  из (П1.29) в (П1.21), получим, учитывая, что [168, 166]  $x_{\pi i} y_{\pi i} = x_{\pi k} y_{\pi k} = 0, x_{\pi i}^2 = y_{\pi i}^2 = \sigma_i^2, x_{\pi k}^2 = y_{\pi k}^2 = \sigma_k^2$ , где  $\sigma_i^2, \sigma_k^2$  — дисперсии (мощности) помех соответственно в  $i$ - и  $k$ -м субканалах:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_{\pi i}^2 &= \frac{\sigma_i^2}{(1 - \lambda_{0ki}^2)^2} \left\{ 1 + \lambda_{0ki}^2 \frac{\sigma_k^2}{\sigma_i^2} - 2 \frac{\sigma_k}{\sigma_i} [\lambda_{ki} \rho_{\pi k i} + \lambda_{ki}^* \rho_{\pi k i}^*] \right\} \\ \Sigma_{\pi k}^2 &= \frac{\sigma_k^2}{(1 - \lambda_{0ki}^2)^2} \left\{ 1 + \lambda_{0ki}^2 \frac{\sigma_i^2}{\sigma_k^2} - 2 \frac{\sigma_i}{\sigma_k} [\lambda_{ki} \rho_{\pi k i} + \lambda_{ki}^* \rho_{\pi k i}^*] \right\} \\ \Sigma_{\pi k i} &= \frac{(1 + \lambda_{0ki}^2) \sigma_i \sigma_k [\lambda_{ki} \rho_{\pi k i} + \lambda_{ki}^* \rho_{\pi k i}^*] - \lambda_{0ki}^2 (\sigma_i^2 + \sigma_k^2)}{\lambda_{0ki} (1 - \lambda_{0ki}^2)^2} \\ \Sigma_{\pi k i}^* &= \frac{(1 + \lambda_{0ki}^2) \sigma_i \sigma_k [\lambda_{ki}^* \rho_{\pi k i} - \lambda_{ki} \rho_{\pi k i}]}{\lambda_{0ki} (1 - \lambda_{0ki}^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1.30})$$

В (П1.30) введены обозначения

$$\left. \begin{aligned} \rho_{nki} &= \frac{\overline{x_{ni} x_{nk}}}{\sigma_i \sigma_k} = \frac{\overline{y_{ni} y_{nk}}}{\sigma_i \sigma_k} \\ \rho_{nki}^* &= \frac{\overline{x_{ni} y_{nk}}}{\sigma_i \sigma_k} = - \frac{\overline{y_{ni} x_{nk}}}{\sigma_i \sigma_k} \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П1.31})$$

из которых видно, что  $\rho_{nki}$  и  $\rho_{nki}^*$  — коэффициенты взаимной корреляции соответственно между синфазными и ортогональными составляющими помех в  $i$ - и  $k$ -м субканалах.

Таким образом, задача сведена к вычислению  $\lambda_{ki}$  и  $\lambda_{ki}^*$  по (П1.27), а также дисперсий  $\sigma_i^2$  и  $\sigma_k^2$  и коэффициентов взаимной корреляции  $\rho_{nki}$  и  $\rho_{nki}^*$ . Входящие в (П1.27) величины определяются по (П1.1) и (П1.2), а их составляющие — по (П1.11) с учетом (П1.13), (П1.14) и табл. П1.3, П1.5, П1.6 и П1.7. Для частного случая ортогональных сигналов (П1.11) вычисляется с учетом (П1.17) или по (П1.18).

Для определения  $\rho_{nki}$  и  $\rho_{nki}^*$  необходимо вычислить функции взаимной корреляции

$$K_{nki}(0) = \overline{x_{ni} x_{nk}} = \overline{y_{ni} y_{nk}}; \quad K_{nki}^*(0) = \overline{x_{ni} y_{nk}} = - \overline{y_{ni} x_{nk}}. \quad (\text{П1.32})$$

Это можно сделать следующим образом. Представим помехи на выходе  $i$ - и  $k$ -го субканальных фильтров в виде:

$$\begin{aligned} \xi_i(t) &= x_{ni} \sin(\omega_i t + \varphi_i) + y_{ni} \cos(\omega_i t + \varphi_i); \\ \xi_k(t) &= x_{nk} \sin(\omega_k t + \varphi_k) + y_{nk} \cos(\omega_k t + \varphi_k). \end{aligned}$$

Функцию взаимной корреляции между  $\xi_i(t)$  и  $\xi_k(t)$ , учитывая (П1.32), запишем в форме

$$\begin{aligned} K_{\Sigma nki}(0) &= \overline{\xi_i(t) \xi_k(t)} = K_{nki}(0) \cos[\Delta\omega(k, i)t + \Delta\varphi(k, i)] - \\ &- K_{nki}^*(0) \sin[\Delta\omega(k, i)t + \Delta\varphi(k, i)], \end{aligned} \quad (\text{П1.33})$$

где  $\Delta\omega(k, i) = \omega_k - \omega_i$ ,  $\Delta\varphi(k, i) = \varphi_k - \varphi_i$ . Затем следует вычислить  $K_{\Sigma nki}(0)$  и сопоставить полученное выражение с (П1.33), откуда и определяется  $K_{nki}(0)$  и  $K_{nki}^*(0)$ .

Согласно [66] в нашем случае для момента стробирования  $t = \tau$

$$K_{\Sigma nki}(0) = \int_0^\tau \int_0^\tau B(y-x) g_k(y) g_i(x) dx dy, \quad (\text{П1.34})$$

где  $B(z)$  — функция корреляции помех на выходе КС;  $g_j(l)$  импульсная реакция  $j$ -го субканального фильтра при  $t=l$ .

Для рассматриваемой здесь аппроксимации КС в виде узкополосного ИПФ справедливо [66]

$$B(z) = \frac{\gamma_0^2}{2\pi} \Delta\omega \frac{\sin \frac{\Delta\omega}{2} z}{\frac{\Delta\omega}{2} z} \cos \omega_c z, \quad (\text{П1.35})$$

где  $\Delta\omega = \omega_b - \omega_n$ ;  $\omega_c$  — центральная частота ИПФ.

Подставляя значение  $B(z)$  из (П1.35) в (П1.34), а также полученные в п. 1 настоящего приложения выражения для  $g_j(l)$ , используя формулу для произведения вида  $\sin \alpha \cos \beta$  с учетом равенств  $\omega_c = \omega_n + \frac{\Delta\omega}{2} = \omega_b - \frac{\Delta\omega}{2}$ , получим

$$K_{\Sigma nk_i}(0) = \frac{v_0^2}{2\pi} \int_0^\tau \int_0^\tau \sin[\omega_k(\tau - y) + \varphi_k] \sin[\omega_l(\tau - x) + \varphi_l] \times \\ \times \frac{\sin \omega_B(y - x) - \sin \omega_H(y - x)}{y - x} dx dy. \quad (\text{III. 36})$$

Применяя подстановку  $y - x = z$ , после преобразований приведем (III.36) к виду

$$K_{\Sigma nk_i}(0) = \frac{v_0^2}{2\pi} \left\{ \int_0^\tau \sin[\omega_l(\tau - x) + \varphi_l] \sin[\omega_k(\tau - x) + \varphi_k] \times \right. \\ \times \int_{-x}^{\tau-x} \cos \omega_k z \frac{\sin \omega_B z - \sin \omega_H z}{z} dz dx - \int_0^\tau \sin[\omega_l(\tau - x) + \varphi_l] \times \\ \left. \times \cos[\omega_k(\tau - x) + \varphi_k] \int_{-x}^{\tau-x} \sin \omega_k z \frac{\sin \omega_B z - \sin \omega_H z}{z} dz dx \right\}. \quad (\text{III. 37})$$

Разлагая в (III.37) выражения вида  $\sin \alpha \sin \beta$  и  $\sin \alpha \cos \beta$ , где  $\alpha = \omega_l(\tau + x)$   $\beta = \omega_k(\tau - x) + \varphi_k$  и пренебрегая выражениями вида  $\int_0^\tau \frac{\cos}{\sin}$

$$[\Omega(k, i)\tau + \Sigma\varphi(k, i) - \Omega(k, i)x]f(z)dx, \text{ где } f(z) = \int_{-x}^{\tau-x} \frac{\cos}{\sin} \left\{ \omega_k z \frac{\sin \omega_B z - \sin \omega_H z}{z} dz, \right.$$

$\Omega(k, i) = \omega_k + \omega_l$ ,  $\Sigma\varphi(k, i) = \varphi_k + \varphi_l$ , поскольку они являются интегралами от быстроосциллирующих функций, получим

$$\int_0^\tau \frac{\cos}{\sin} \left\{ [\Omega(k, i)\tau + \Sigma\varphi(k, i) - \Omega(k, i)x]f(z) dx, \text{ где } f(z) = \right. \\ \left. = \int_{-x}^{\tau-x} \frac{\cos}{\sin} \right\} \omega_k z \frac{\sin \omega_B z - \sin \omega_H z}{z} dz, \quad \Omega(k, i) = \omega_k + \omega_l, \quad \Sigma\varphi(k, i) = \varphi_k + \varphi_l, \\ K_{\Sigma nk_i}(0) = \frac{v_0^2}{4\pi} (J_1 + J_2), \quad (\text{III. 38})$$

где

$$J_1 = \int_0^\tau \cos \{ -[\Delta\omega(k, i)\tau + \Delta\varphi(k, i)] + \Delta\omega(k, i)x \} \times \\ \times \int_{-x}^{\tau-x} \cos \omega_k z \frac{\sin \omega_B z - \sin \omega_H z}{z} dz dx \\ J_2 = - \int_0^\tau \sin \{ -[\Delta\omega(k, i)\tau + \Delta\varphi(k, i)] + \Delta\omega(k, i)x \} \times \\ \times \int_{-x}^{\tau-x} \sin \omega_k z \frac{\sin \omega_B z - \sin \omega_H z}{z} dz dx \quad (\text{III. 39})$$



Разложим в (П1.39)  $\left. \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} (\gamma)$ , где  $\gamma = -[\Delta\omega(k, i)\tau + \Delta\varphi(k, i)] + \Delta\omega(k, i)x$  по формулам для  $\left. \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} (\alpha + \beta)$ , где  $\alpha = -[\Delta\omega(k, i)\tau + \Delta\varphi(k, i)]$ ,  $\beta = \Delta\omega(k, i)$ . Тогда

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \cos [\Delta\omega(k, i)\tau + \Delta\varphi(k, i)] \int_0^\tau \cos \Delta\omega(k, i)x \int_{-x}^{\tau-x} \times \\ &\quad \times \cos \omega_k z A(z) dz dx + \sin [\Delta\omega(k, i)\tau + \Delta\varphi(k, i)] \times \\ &\quad \times \int_0^\tau \sin \Delta\omega(k, i)x \int_{-x}^{\tau-x} \cos \omega_k z A(z) dz dx, \\ J_2 &= -\cos [\Delta\omega(k, i)\tau + \Delta\varphi(k, i)] \int_0^\tau \sin \Delta\omega(k, i)x \int_{-x}^{\tau-x} \times \\ &\quad \times \sin \omega_k z A(z) dz dx + \sin [\Delta\omega(k, i)\tau + \Delta\varphi(k, i)] \times \\ &\quad \times \int_0^\tau \cos \Delta\omega(k, i)x \int_{-x}^{\tau-x} \sin \omega_k z A(z) dz dx \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П1.40})$$

где 
$$A(z) = \frac{\sin \omega_B z - \sin \omega_H z}{z}. \quad (\text{П1.41})$$

Сопоставляя (П1.38) с (П1.33), учитывая (П1.40), а также полагая в (П1.33)  $t = \tau$ , получим

$$\left. \begin{aligned} K_{nki}(0) &= \frac{\nu_0^2}{4\pi} \left[ \int_0^\tau \cos \Delta\omega(k, i)x \int_{-x}^{\tau-x} \cos \omega_k z A(z) dz dx - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^\tau \sin \Delta\omega(k, i)x \int_{-x}^{\tau-x} \sin \omega_k z A(z) dz dx \right] \\ K_{nki}^*(0) &= -\frac{\nu_0^2}{4\pi} \left[ \int_0^\tau \cos \Delta\omega(k, i)x \int_{-x}^{\tau-x} \sin \omega_k z A(z) dz dx + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\tau \sin \Delta\omega(k, i)x \int_{-x}^{\tau-x} \cos \omega_k z A(z) dz dx \right] \end{aligned} \right\}. \quad (\text{П1.42})$$

Вычисляя внутренние интегралы в (П1.42) с учетом (П1.41), после преобразований получим

$$\left. \begin{aligned} \int_{-x}^{\tau-x} \cos \omega_k z A(z) dz &= \text{si } \alpha_{Bk}(\tau - x) + \text{si } \alpha_{Hk}(\tau - x) + \text{si } \beta_{Bk}(\tau - x) - \\ &\quad - \text{si } \beta_{Hk}(\tau - x) + \text{si } \alpha_{Bk} x + \text{si } \alpha_{Hk} x + \text{si } \beta_{Bk} x + \text{si } \beta_{Hk} x \\ \int_{-x}^{\tau-x} \sin \omega_k z A(z) dz &= \text{ci } \alpha_{Bk}(\tau - x) - \text{ci } \alpha_{Hk}(\tau - x) - \text{ci } \beta_{Bk}(\tau - x) + \\ &\quad + \text{ci } \beta_{Hk}(\tau - x) - \text{ci } \alpha_{Bk} x + \text{ci } \alpha_{Hk} x + \text{ci } \beta_{Bk} x - \text{ci } \beta_{Hk} x \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П1.43})$$

где согласно (5.22)

$$\alpha_{Bk} = \omega_B - \omega_k, \quad \alpha_{Hk} = \omega_k - \omega_H, \quad (\text{П1.44})$$

а  $\beta_{Bk}$  и  $\beta_{Hk}$  определяются выражениями:

$$\beta_{Bk} = \omega_B + \omega_k; \quad \beta_{Hk} = \omega_k + \omega_H. \quad (\text{П1.45})$$

Подставляя (П1.43) в (П1.42), а также произведя некоторые тригонометрические преобразования, получим интегралы вида  $\int \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} (ax) \left\{ \begin{matrix} \text{si} \\ \text{ci} \end{matrix} \right\} (bx) dx$ , которые уже вычислялись в п. 1 настоящего приложения. Вычислив эти интегралы и произведя довольно громоздкие преобразования, окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} K_{пki}(0) &= \frac{v_0^2}{8\pi\Delta\omega(k, i)} \{ [\cos \Delta\omega(k, i)\tau + 1] R - \sin \Delta\omega(k, i)\tau P \} \\ K_{пki}^*(0) &= -\frac{v_0^2}{8\pi\Delta\omega(k, i)} \{ [\cos \Delta\omega(k, i)\tau - 1] P + \sin \Delta\omega(k, i)\tau R \} \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П1.46})$$

где

$$\left. \begin{aligned} R &= \sin \Delta\omega(k, i)\tau \{ \text{si } \alpha_{Bk}\tau + \text{si } \alpha_{Hk}\tau + \text{si } \beta_{Bk}\tau - \text{si } \beta_{Hk}\tau \} - \\ &\quad - \cos \Delta\omega(k, i)\tau \{ \text{ci } \alpha_{Bk}\tau - \text{ci } \alpha_{Hk}\tau - \text{ci } \beta_{Bk}\tau + \text{ci } \beta_{Hk}\tau \} + \\ &\quad + \{ \text{ci } [\Delta\omega(k, i) + \alpha_{Bk}]\tau - \text{ci } [\Delta\omega(k, i) + \alpha_{Hk}]\tau - \text{ci } [\Delta\omega(k, i) + \\ &\quad + \beta_{Bk}]\tau + \text{ci } [\Delta\omega(k, i) + \beta_{Hk}]\tau \} + \\ &\quad + \ln \left| \frac{\left[ 1 + \frac{\Delta\omega(k, i)}{\alpha_{Bk}} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta\omega(k, i)}{\beta_{Hk}} \right]}{\left[ 1 + \frac{\Delta\omega(k, i)}{\alpha_{Hk}} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta\omega(k, i)}{\beta_{Bk}} \right]} \right| \\ P &= \sin \Delta\omega(k, i)\tau \{ \text{ci } \alpha_{Bk}\tau - \text{ci } \alpha_{Hk}\tau - \text{ci } \beta_{Bk}\tau + \text{ci } \beta_{Hk}\tau \} + \\ &\quad + \cos \Delta\omega(k, i)\tau \{ \text{si } \alpha_{Bk}\tau + \text{si } \beta_{Hk}\tau + \text{si } \beta_{Bk}\tau - \text{si } \beta_{Hk}\tau \} - \\ &\quad - \{ \text{si } [\Delta\omega(k, i) + \alpha_{Bk}]\tau + \text{si } [\Delta\omega(k, i) + \alpha_{Hk}]\tau + \\ &\quad + \text{si } [\Delta\omega(k, i) + \beta_{Bk}]\tau - \text{si } [\Delta\omega(k, i) + \beta_{Hk}]\tau \} \end{aligned} \right\}. \quad (\text{П1.47})$$

Слагаемое вида  $\ln \left| \frac{ab}{cd} \right|$  выражения для  $R$  в (П1.47) получено с учетом того, что

$$\lim_{|x| \rightarrow 0} \text{ci } x = -\ln \frac{1}{\nu |x|}, \quad (\text{П1.48})$$

где  $\nu = \text{const} \approx 1.78$ . Формула (П1.48) использована также для вычисления члена  $\sin \Delta\omega(k, i)0 \{ \text{ci } \alpha_{Bk}0 - \text{ci } \alpha_{Hk}0 - \text{ci } \beta_{Bk}0 + \text{ci } \beta_{Hk}0 \}$ , являющегося слагаемым в правой части выражения для  $P$ . Используя (П1.48), легко показать, что этот член равен нулю.

Выражение (П1.47) можно несколько упростить, используя асимптотические выражения:  $\text{si } x \approx \frac{\pi}{2} - \frac{\cos x}{x}$ ,  $\text{ci } x \approx \frac{\sin x}{x}$  справедливые при  $x \gg 1$ . Это применимо к аргументам  $\beta_{Bk}\tau$ ,  $\beta_{Hk}\tau$ ,  $[\Delta\omega(k, i) + \beta_{Bk}]\tau$ ,  $[\Delta\omega(k, i) + \beta_{Hk}]\tau$  функций  $\text{si}$  и  $\text{ci}$  в (П1.47). Тогда, учитывая характер функций  $\text{si } x$ , можно показать, что

$$\{ \text{si } \beta_{Bk}\tau - \text{si } \beta_{Hk}\tau \} \ll \{ \text{si } \alpha_{Bk}\tau + \text{si } \alpha_{Hk}\tau \} \text{ и } \{ \text{si } [\Delta\omega(k, i) + \beta_{Bk}]\tau - \text{si } [\Delta\omega(k, i) + \beta_{Hk}]\tau \} \ll \{ \text{si } [\Delta\omega(k, i) + \alpha_{Bk}]\tau + \text{si } [\Delta\omega(k, i) + \alpha_{Hk}]\tau \}.$$

Это позволяет пренебречь в (П1.47) членами, соответствующими левым частям указанных неравенств. Тогда вместо (П1.47) получим

$$\begin{aligned}
 R &= \sin \Delta \omega(k, i) \tau (\operatorname{si} \alpha_{Bk} \tau + \operatorname{si} \alpha_{Hk} \tau) - \cos \Delta \omega(k, i) \tau \times \\
 &\times \left( \operatorname{ci} \alpha_{Bk} \tau - \operatorname{ci} \alpha_{Hk} \tau - \frac{\sin \beta_{Bk} \tau}{\beta_{Bk} \tau} + \frac{\sin \beta_{Hk} \tau}{\beta_{Hk} \tau} \right) + \\
 &+ \{ \operatorname{ci} \Delta \omega(k, i) + \alpha_{Bk} \} \tau - \operatorname{ci} [\Delta \omega(k, i) + \alpha_{Hk}] \tau - \\
 &- \frac{\sin [\Delta \omega(k, i) + \beta_{Bk}] \tau}{[\Delta \omega(k, i) + \beta_{Bk}] \tau} + \frac{\sin [\Delta \omega(k, i) + \beta_{Hk}] \tau}{[\Delta \omega(k, i) + \beta_{Hk}] \tau} \} + \\
 &+ \ln \left| \frac{\left[ 1 + \frac{\Delta \omega(k, i)}{\alpha_{Bk}} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta \omega(k, i)}{\beta_{Hk}} \right]}{\left[ 1 + \frac{\Delta \omega(k, i)}{\alpha_{Hk}} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta \omega(k, i)}{\beta_{Bk}} \right]} \right| \quad \text{(П1.47а)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= \sin \Delta \omega(k, i) \tau \left( \operatorname{ci} \alpha_{Bk} \tau - \operatorname{ci} \alpha_{Hk} \tau - \frac{\sin \beta_{Bk} \tau}{\beta_{Bk} \tau} + \frac{\sin \beta_{Hk} \tau}{\beta_{Hk} \tau} \right) + \\
 &+ \cos \Delta \omega(k, i) \tau (\operatorname{si} \alpha_{Bk} \tau + \operatorname{si} \alpha_{Hk} \tau) - \{ \operatorname{si} [\Delta \omega(k, i) + \alpha_{Bk}] \tau + \\
 &+ \operatorname{si} [\Delta \omega(k, i) + \alpha_{Hk}] \tau \}
 \end{aligned}$$

При вычислении  $K_{nki}(0)$  и  $K_{nki}^*(0)$  по (П1.46) с учетом (П1.47) или (П1.47а) следует использовать выражения (П1.14), (П1.44) и (П1.45). В настоящей работе вычисления  $K_{nki}(0)$  и  $K_{nki}^*(0)$  производились для случая ортогональных сигналов ( $\varepsilon=0$ ), что приводит к результату  $\sin \Delta \omega(k, i) \tau = 0$ ,  $\cos \Delta \omega(k, i) \tau = 1$ . В этом случае  $K_{nki}^*(0) = 0$ , а  $K_{nki}(0)$  определяется выражением

$$\begin{aligned}
 K_{nki}(0) &= \frac{v_0^2}{4\pi \Delta \omega(k, i)} \left\{ \operatorname{ci} \alpha_{Hk} \tau - \operatorname{ci} \alpha_{Bk} \tau - \operatorname{ci} [\Delta \omega(k, i) + \alpha_{Hk}] \tau + \right. \\
 &+ \operatorname{ci} [\Delta \omega(k, i) + \alpha_{Bk}] \tau - \frac{\sin \beta_{Hk} \tau}{\beta_{Hk} \tau} + \frac{\sin \beta_{Bk} \tau}{\beta_{Bk} \tau} - \frac{\sin [\Delta \omega(k, i) + \beta_{Bk}] \tau}{[\Delta \omega(k, i) + \beta_{Bk}] \tau} - \\
 &+ \frac{\sin [\Delta \omega(k, i) + \beta_{Hk}] \tau}{[\Delta \omega(k, i) + \beta_{Hk}] \tau} + \ln \left| \frac{\left[ 1 + \frac{\Delta \omega(k, i)}{\alpha_{Bk}} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta \omega(k, i)}{\beta_{Hk}} \right]}{\left[ 1 + \frac{\Delta \omega(k, i)}{\alpha_{Hk}} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta \omega(k, i)}{\beta_{Bk}} \right]} \right| \left. \right\} \quad \text{(П1.49)}
 \end{aligned}$$

Значение дисперсии  $\sigma_j^2$ ,  $j \in \{m\}$  определяется выражением  $\sigma_j^2 = K \Sigma_{pjj}(0)$ . Пользуясь (П1.33) при  $t=\tau$ , а также (П1.46) и (П1.47а), после преобразований получим

$$\sigma_j^2 = \frac{v_0^2 \tau}{4\pi} \left( \operatorname{si} \alpha_{Bj} \tau + \operatorname{si} \alpha_{Hj} \tau - \frac{1 - \cos \alpha_{Bj} \tau}{\alpha_{Bj} \tau} + \frac{1 - \cos \alpha_{Hj} \tau}{\alpha_{Hj} \tau} \right) \quad \text{(П1.50)}$$

Основную трудность при вычислении  $\sigma_j^2$  составляет раскрытие неопределенностей вида  $\frac{0}{0}$ .

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\text{ci} [\Delta\omega(j, j) + \alpha_{Bj}] \tau - \text{ci} \alpha_{Bj} \tau}{\Delta\omega(j, j)} ; \quad \frac{\text{ci} [\Delta\omega(j, j) + \alpha_{Hj}] \tau - \text{ci} \alpha_{Hj} \tau}{\Delta\omega(j, j)} ; \\
 & \frac{\frac{\sin [\Delta\omega(j, j) + \beta_{Bj}] \tau}{[\Delta\omega(j, j) + \beta_{Bj}] \tau} - \frac{\sin \beta_{Bj} \tau}{\beta_{Bj} \tau}}{\Delta\omega(j, j)} \\
 & \frac{\frac{\sin [\Delta\omega(j, j) + \beta_{Hj}] \tau}{[\Delta\omega(j, j) + \beta_{Hj}] \tau} - \frac{\sin \beta_{Hj} \tau}{\beta_{Hj} \tau}}{\Delta\omega(j, j)} ; \\
 & \ln \frac{\left[ 1 + \frac{\Delta\omega(j, j)}{\alpha_{Bj}} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta\omega(j, j)}{\alpha_{Hj}} \right]}{\left[ 1 + \frac{\Delta\omega(j, j)}{\alpha_{Hj}} \right] \left[ 1 + \frac{\Delta\omega(j, j)}{\beta_{Bj}} \right]}
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{П1.51})$$

Раскрытие этих неопределенностей производится по правилу Лопиталья. Производная числителей первых двух членов в (П1.51) по  $\Delta\omega(j, j)$  находится путем приведения выражения  $\text{ci}(a+b)\tau$  к виду  $\int_0^\tau \frac{\cos(a+b)t}{t} dt$  и использования правила дифференцирования под знаком интеграла, что дает

$$\frac{d}{da} \int_0^\tau \frac{\cos(a+b)t}{t} dt = \frac{\cos(a+b)\tau - 1}{\alpha + b} .$$

Третий и четвертый члены в (П1.51) после раскрытия неопределенности дают результат вида

$$\frac{\beta_{ij} \tau \cos \beta_{ij} \tau - \sin \beta_{ij} \tau}{\beta_{ij}^2 \tau^2} \quad \tau \ll 1,$$

поскольку  $\beta_{ij}\tau \gg 1$  ( $\beta_{ij} = \beta_{Bj}$  или  $\beta_{Hj}$ ). Это позволяет пренебречь этими членами в конечном выражении (П1.50). Пятый член в (П1.51) после раскрытия неопределенности обращается в нуль.

Вычисление коэффициентов взаимной корреляции  $\rho_{nki}$  и  $\rho_{nki}^*$ , определяемых согласно (П1.31) и (П1.32) как

$$\rho_{nki} = \frac{K_{nki}(0)}{\sigma_k \sigma_i}, \quad \rho_{nki}^* = \frac{K_{nki}^*(0)}{\sigma_k \sigma_i},$$

сводится теперь к подстановке в эти выражения значений  $K_{nki}(0)$  и  $K_{nki}^*(0)$  из (П1.46) с учетом (П1.47) или (П1.47а), а также  $\sigma_k$  и  $\sigma_i$  из (П1.50). Для частного случая ортогональных сигналов, как показано выше,  $K_{nki}^*(0) = 0$  и, значит,  $\rho_{nki}^* = 0$ , а  $K_{nki}(0)$  определяется (П1.49).

### Определение величины $\nu_{\text{доп}}$

Величина  $\nu_{\text{доп}}$ , как видно из (5.11) и (5.13), определяет минимальное значение переходной помехи, которое еще имеет смысл учитывать. Для пояснения способа ее определения предположим, что найдена зависимость  $P_{\text{с.б.е.п}} = f(H^2)$

при  $q = \text{const}$ ,  $K_n = \text{const}$ ,  $m = \text{const}$  (сплошная кривая на рис. П1.2). Здесь же отмечено заданное значение  $P_{\text{сб.е.и}} = P_0$  и соответствующее ему значение  $H = H_0$ . Указано также значение  $P_{\text{сб.е.и}} = P_1$ , определяющее максимально допустимое ухудшение помехоустойчивости  $\Delta P = P_1 - P_0$ , которое можно не учитывать. Очевидно, что в соответствии с (5.10) можно записать  $\frac{P_1 - P_0}{P_0} \leq \beta$ , где  $\beta > 0$  — наперед выбранное число.

Построим теперь новую зависимость  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H^2)$  при тех же условиях, но учтя помеху еще от одного тактового интервала  $v_i(q+1, k)$ . Если график этой зависимости пересекает прямую  $H = H_0$  ниже точки  $P = P_1$ , то действием помехи  $v_i(q+1, k)$  можно пренебречь. Очевидно, что значению  $v_{\text{доп}}$  соответствует такая помеха  $v_i(q+1, k)$ , для которой функция  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H^2)$  при  $H = H_0$  имеет значение  $P_1$  (пунктирная кривая на рис. П1.2).

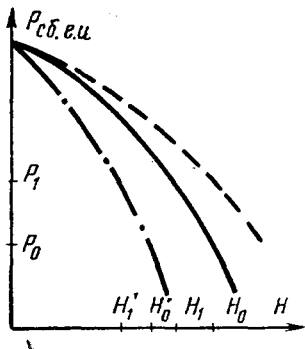


Рис. П1.2

Таблица П1.9

$P_0$	$10^{-3}$	$10^{-7}$
$v'_{\text{доп}}$	0,0065	0,0056

Вся трудность описанной методики заключается в вычислении функций  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H^2)$  с учетом междусимвольных помех. Поэтому целесообразно найти какую-то более простую методику, примирившись с неизбежным ухудшением точности расчета. Такая методика может быть основана на допущении, что добавление помехи  $v_{\text{доп}}$  эквивалентно уменьшению  $H_0$  до  $H_1$ , т. е.  $\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{H_0 - H_1}{H_0} v_{\text{доп}}$  (рис. П1.2). Это позволяет вычислять функцию  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H^2)$  только один раз. Дальнейшее упрощение состоит в том, что истинная функция  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H^2)$  заменяется ее значением при  $K_n \rightarrow \infty$ , что одновременно означает и  $q = 0$ . Другими словами, вычисляется функция  $P_{\text{сб.е.и}} = f(H^2)$  для неискажающего канала (штрих-пунктирная кривая на рис. П1.2). Ясно, что всегда  $\Delta H' \leq \Delta H$  и найденное, таким образом, значение  $v'_{\text{доп}} = \frac{\Delta H'}{H_0}$  удовлетворяет условию  $v'_{\text{доп}} \leq v_{\text{доп}}$ . Это позволяет считать  $v'_{\text{доп}}$  оценкой снизу  $v_{\text{доп}}$ .

Для определения  $v'_{\text{доп}}$  составим уравнение по типу (5.10):

$$P_{\text{сб.е.и}}(H_1') - P_{\text{сб.е.и}}(H_0') = \beta P_{\text{сб.е.и}}(H_0'). \quad (\text{П1.52})$$

Учитывая, что  $H_1' = H_0' \left(1 - \frac{\Delta H'}{H_0'}\right) = H_0'(1 - v'_{\text{доп}})$  и  $P_{\text{сб.е.и}}(H_0') = P_0$ , для рас-

смаатриваемого здесь случая простейшей модели СПДИ с МЧМ получим из (П1.52)

$$\frac{m-1}{2K_{\text{Энтр}}K_{\text{Изб.непр}} \log_2 m} \exp \left[ -\frac{H_0'^2}{2} (1 - v'_{\text{доп}})^2 \right] = P_0(1 + \beta). \quad (\text{П1.53})$$

Используя уравнение  $\frac{m-1}{2K_{\text{Энтр}}K_{\text{Изб.непр}} \log_2 m} \exp \left( -\frac{H_0'^2}{2} \right) = P_0$

$$v'_{\text{доп}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\ln \frac{2K_{\text{Энтр}}K_{\text{Изб.непр}} \log_2 m}{m-1} P_0(1 + \beta)}{\ln \frac{2K_{\text{Энтр}}K_{\text{Изб.непр}} \log_2 m}{m-1} P_0} \right]. \quad (\text{П1.54})$$

из (П1.53), после преобразований получим приближенно

Значения  $v'_{\text{доп}}$ , рассчитанные по (П1.54) для  $K_{\text{Энтр}}K_{\text{Изб.непр}}=1$ ,  $m=2$ ,  $P=10^{-3}$ ,  $10^{-7}$ ,  $\beta=0,2$ , приведены в табл. П1.9. Очевидно, что в силу структуры (П1.54), а также с учетом того, что  $v'_{\text{доп}} \leq v_{\text{доп}}$ , можно для широкого диапазона значений  $K_{\text{Энтр}}$ ,  $K_{\text{Изб.непр}}$ ,  $m$ ,  $P_0$  и  $\beta$  принять

$$v_{\text{доп}} = 0,01. \quad (\text{П1.55})$$

## ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ И НЕИДЕАЛЬНОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ АППАРАТУРЫ НА ВНЕШНИЕ ПАРАМЕТРЫ СПДИ; ВОПРОСЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ СПДИ

В реальных условиях любая СПДИ подвержена дестабилизирующим воздействиям внешней среды, что приводит к флуктуациям ее внутренних параметров. Как говорилось в § 4.1, учет внешних воздействий на теоретическом этапе оценки нежелателен, поскольку резко усложняется и без того сложная модель СПДИ. Однако полное игнорирование влияния внешних воздействий тоже невозможно. Разумный компромисс состоит в том, чтобы учесть эти воздействия на последующих этапах оценки.

Элементы реальной аппаратуры неизбежно отличаются от идеализированных, принятых при теоретическом анализе. Поэтому на последующих этапах оценки желательно также оценить последствия этих отклонений хотя бы для наиболее важных элементов.

Важное значение имеют вопросы технической реализации СПДИ, особенно некоторых специфических элементов, решаемое на этапах проектирования и конструирования.

В настоящем приложении проводится краткий обзор перечисленных вопросов по материалам <sup>1)</sup> [96—103, 124—127, 129, 138, 139, 142, 166]. Краткость обзора объясняется ограниченным объемом книги. Вообще же эти вопросы чрезвычайно важны для практики, и их дальнейшая разработка весьма актуальна.

Наиболее опасными последствиями дестабилизирующего влияния внешней среды является рассинхронизация по частоте и времени. Эти вопросы рассмотрены в [101, 106, 107, 126, 127, 129, 166]. Показано, что ухудшения помехоустойчивости от степени рассинхронизации имеет нелинейный характер, причем крутизна этой функции растет с ростом аргумента. Получены соответствующие формулы и графики.

Весьма важным является вывод о том, что СПДИ с МПС сохраняет преимущество перед бинарными и при наличии рассинхронизации. Более того, во многих случаях это преимущество даже увеличивается.

Одним из важнейших вопросов, связанных с неизбежным отличием элементов реальной аппаратуры от идеализированных, является вопрос об оптимальных фильтрах в декодере сигнала (реальных интеграторах РИ), поскольку параметры РИ существенно влияют на помехоустойчивость. Эти вопросы рассмотрены в [96, 98, 99, 101, 102, 124, 125, 138, 139, 142]. Основной результат применительно к вопросу о требуемом значении добротности додетекторного РИ состоит в том, что она не превышает нескольких сотен, а иногда даже десятков, причем этот вывод справедлив как при отсутствии рассинхронизации по частоте и времени, так и при ее наличии как для бинарных, так и для многопозиционных СПДИ. Это позволяет реализовать додетекторный РИ из обычных катушек индуктивностей и конденсаторов. О практическом значении полученного результата говорит то, что ранее полагалось необходимым доводить добротность РИ до тысяч и даже десятков тысяч, что весьма затрудняло их техническую реализацию.

Аналогичные результаты получены и для случая последетекторного интегрирования. Вопрос о расчете и технической реализации РИ (как додетекторных, так и последетекторных) рассмотрен в указанных выше работах со всеми необходимыми подробностями.

<sup>1)</sup> Исключение составляет вопрос о технической реализации задающего генератора для СПДИ с МЧМ, рассмотренный более полно в связи с тем, что ранее он нами не публиковался.

Вопросы расчета и технической реализации некоторых других элементов СПДИ (разрядных ключей, детекторов, решающих устройств, усилителей и т. п.) рассмотрены в [97, 100, 101, 158, 166], где имеется также библиография, в частности, ссылки на [6, 34, 65]. Укажем также [121], где рассмотрены оптоэлектронные диоды, перспективные для применения в качестве разрядных ключей.

Конечно, перечисленные выше работы не исчерпывают тему, но они могут служить основой для реального проектирования и разработки его методики. Одновременно полученные результаты позволяют вынести суждение о том, что техническая реализация СПДИ с МПС имеет тот же порядок сложности, что и бинарных СПДИ. Это укрепляет сделанный на этапе теоретической оценки вывод о преимуществах СПДИ с МПС перед бинарными.

Проведенный выше обзор охватывает элементы приемной части СПДИ. Очевидно, что аналогичное рассмотрение требуется и для передающей части. Ниже рассматриваются вопросы технической реализации одного из наиболее важных элементов передающей части СПДИ — задающего генератора /ЗГ/.

Задающим генератором здесь называется часть кодера сигнала (рис. 1.6), включающая в себя генератор переносчика и модулятор его информационного параметра<sup>1)</sup>.

Реализация ЗГ для СПДИ с МЧМ возможна различными методами, иллюстрируемыми на рис. П2.1. Структурная схема рис. П2.1а, иллюстрирующая первый метод, содержит  $m$  генераторов ( $\Gamma$ ) фиксированных частот  $f_0, \dots, f_{m-1}$ . Подключение одного из генераторов ко входу передатчика осуществляется с помощью модулятора ( $M$ ), управляемого видеомпульсами с выхода кодера сообщения. Функции модулятора в данном случае может выполнять какое-либо коммутирующее устройство. Второй метод иллюстрируется структурной схемой рис. П2.1б. Он состоит в том, что частота ( $\Gamma$ ) может принимать одно из фиксированных значений  $f_0, \dots, f_{m-1}$ . Наконец, идея третьего метода (рис. П2.1в) состоит в том, что фиксированная частота ( $\Gamma$ ) делится в управляемом делителе ( $DЧ$ ) в  $n_i, i \in \{m\}$  раз, так что на выходе  $DЧ$  получим  $f_{DЧ}^{(i)} = \frac{f}{n_i} = f_i, i \in \{m\}$

Значение  $n_i, i \in \{m\}$  устанавливается  $M$ .

Рассмотрим кратко достоинства и недостатки каждого из этих методов. Основное достоинство первого метода состоит в том, что генераторы  $\Gamma_i, i \in \{m\}$  являются автономными, с фиксированными настройками, что облегчает получение высокой стабильности частоты каждого из них. Основным недостатком — наличие скачка фазы при переходе от частоты  $f_i$  к частоте  $f_j (i, j \in \{m\})$ , что приводит к расширению спектра сигнала. Другой недостаток — необходимость иметь  $m$  генераторов, что особенно существенно при  $m \gg 2$ .

Основное достоинство второго метода состоит в возможности обойтись одним генератором, а также отсутствии скачка фазы при переходе на другую частоту. Но зато этот генератор должен перестраиваться по частоте, что понижает его частотную стабильность. Кроме того, возникают известные трудности в обеспечении равенства амплитуд сигналов на всех частотах  $f_i, i \in \{m\}$ .

Третий метод совмещает в себе достоинства первого и второго при одновременном устранении присущих им недостатков. Действительно, в этом случае

<sup>1)</sup> Для случая  $\eta=1, \beta=1$  в составе ЗГ имеется один модулятор (рис. 1.6а), а для  $\eta>1, \beta=1$  — соответственно  $\eta$  модуляторов (рис. 1.6б). При  $\eta>1, \beta>1$  — ЗГ состоит из  $\beta$  генераторов, на каждый из которых действует  $\eta$  модуляторов (рис. 1.6в).

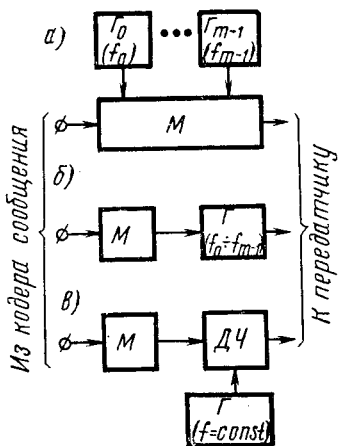


Рис. П.1.3



требуется только один генератор, как во втором методе, но он является автономным и неперестраиваемым по частоте, как в первом методе. Следовательно, обеспечивается высокая стабильность частот. Можно также обеспечить отсутствие скачка фазы при смене частот.

В литературе описаны различные модификации каждого из рассмотренных методов. Так, известны модификации первого метода, позволяющие ослабить один из существенных его недостатков — скачок фазы при смене частот. Идея одной из модификаций состоит в том, что частоты генераторов выбираются равными  $lf_i$ ,  $i=0, m-1$ , где  $l=2, 3, 4, \dots$ , а затем частота понижается в  $l$  раз с помощью делителя частоты, включенного после модулятора. Скачки фазы уменьшаются тоже в  $l$  раз. Такие модификации описаны, например, в [27, 90]. Идея другой модификации состоит в обеспечении взаимной синхронизации всех генераторов на гармониках или субгармониках [87].

Второй метод имеет также две основные модификации. Одна из них состоит в том, что в качестве генератора используется кварцевый генератор, чем достигается высокая стабильность частоты. Возможности реализации этой модификации исследованы в [5, 74, 140]. Другая модификация состоит в том, что сигналы с выхода генератора частоты  $f_{\text{ч}}$  поступают на смеситель, на второй вход которого поступает гармоническое напряжение от высокостабильного эталонного генератора фиксированной частоты  $f_{\text{ч}}$ . На выходе смесителя с помощью фильтра выделяется частота  $f_{\text{см}} = f_{\text{ч}} + f_{\text{эт}}$ . Затем осуществляется деление частоты  $f_{\text{см}}$  в  $l$  раз. В результате нестability частоты  $\frac{f_{\text{см}}}{l}$  будет в  $l$  раз меньше нестability частоты  $f_{\text{т}}$ . Такая модификация описана в [91].

Третий метод описан в [17, 18, 80] и также допускает различные модификации, в частности, манипуляция частоты может осуществляться с разрывом и без разрыва фазы.

По-видимому, структурная схема рис. П2.1в иллюстрирует лишь частный случай некоего общего метода получения модулированных колебаний, конкретные реализации которого определяются видом функциональных преобразований в блоке, устанавливаемом вместо ДЧ. В частности, в [185] описана одна из таких схем для осуществления частотной манипуляции.

Сведения о практически реализованных ЗГ для СПДИ с МЧМ разбросаны по многочисленным изданиям, в том числе ведомственного характера, включая описания аппаратуры. Из числа работ, опубликованных в изданиях более широкого распространения, укажем на [27, 33].

Вопросы технической реализации ЗГ для СПДИ с МФМ (МОФМ) изложены, например, в [7, 17, 18, 41], где имеется также соответствующая библиография.

Следует заметить, что наблюдающийся в настоящее время процесс внедрения микроэлектроники и дискретных логических схем затрагивает и область технической реализации ЗГ. Наиболее перспективным в этом отношении является метод, иллюстрирующийся рис. П2.1в, где блок ДЧ отображает частный случай функциональных преобразований переносчика.

Изложенные данные позволяют составить представление о методах технической реализации ЗГ, сложности получающихся технических решений и т. д. Однако для обоснованного выбора той или иной схемы и ее элементов требуется проделать серьезную работу по обобщению и сравнительному анализу различных технических решений. Необходимость в такой работе назрела, а сама работа могла бы составить предмет серьезного научно-технического исследования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авраменко В. Ю. О достоверности передачи кодовых комбинаций по двоичному каналу (математическое описание последовательности ошибок в каналах). — «Электросвязь», 1968, № 12.
2. Айзинов М. М. Анализ и синтез линейных радиотехнических цепей в переходном режиме. М., «Энергия», 1964. 282 с.
3. Аксенов Б. Е., Воронин Е. А. Обобщенный экспоненциальный закон распределения и статистика ошибок в каналах связи. — «Электросвязь», 1968, № 6.
4. Алексеева В. Г. Расчет формы сигналов. М., «Энергия», 1968, 296 с.
5. Альтшуллер Г. Б. Управление частотой кварцевых генераторов. М., «Связь», 1969. 279 с.
6. Андисимов В. И., Голубев А. П. Транзисторные модуляторы. М., «Энергия», 1964. 224 с.
7. Аппаратура передачи дискретной информации МС-Б. Под ред. А. М. Заездного и Ю. Б. Окунева. М., «Связь», 1970. 152 с.
8. Базилевич Е. В. и др. Передача данных. Информационный сборник. Серия «Техника связи за рубежом». М., «Связь», 1969. 177 с.
9. Балакришнан А. В. Теория выбора сигналов для космических каналов связи. — В кн.: Статистическая теория связи и ее приложение. Под ред. А. В. Балакришнана. М., «Мир», 1967. 250 с.
10. Барк Л. С. Таблицы распределения Рэлея—Райса. ВЦ АН СССР. 1964. 246 с.
11. Бессонов Л. А. Линейные электрические цепи. М., «Высшая школа», 1968. 256 с.
12. Борисов Ю. П., Пенин П. И. Основы многоканальной передачи информации. М., «Связь», 1967. 435 с.
13. Бородин Л. Ф. Введение в теорию помехоустойчивого кодирования. М., «Советское радио», 1968. 408 с.
14. Бородич С. В. Влияние ограничения амплитуд в тракте многоканальной системы связи на передачу сообщений в каналах. — «Электросвязь», 1971, № 1.
15. Броуштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М., ГИТТЛ, 1956. 608 с.
16. Брусиловский К. А. Измерения искажений импульсов в системах передачи дискретной информации. М., «Наука», 1965. 111 с.
17. Бухвинер В. Е. Дискретные схемы в фазовых системах радиосвязи. М., «Связь», 1969. 144 с.
18. Бухвинер В. Е., Истомина Г. В. Дискретные частотные и фазовые манипуляторы. — «Радиотехника», 1965, № 12.
19. Величкин А. И. Теория дискретной передачи непрерывных сообщений. М., «Советское радио», 1970. 296 с.
20. Венедиктов М. Д., Марков В. В., Эйдуc Г. С. Асинхронные адресные системы связи. М., «Связь», 1968. 271 с.
21. Вентцель Е. С. Введение в исследование операций. М., «Советское радио», 1964. 388 с.
22. Вентцель Е. С. Исследование операций. — «Наука и жизнь», 1968, № 12.
23. Возенкрафт Дж., Джекобс И. Теоретические основы техники связи. М., «Мир», 1969. 640 с.
24. Гильберт Э. Н. Пропускная способность канала с пакетами ошибок. — «Кибернетический сборник», № 9, М., «Мир», 1964.
25. Гольдберг А. П. Характеристики систем подавления импульсных помех. — «Электросвязь», 1966, № 2.

26. Гоноровский И. С. Радиосигналы и переходные явления в радиоцепях М., Госиздат по вопросам связи и радио, 1954. 326 с.
27. Гребенников В. А., Сиянко В. М. Частотный манипулятор на гибридных интегральных микросхемах. — «Механизация и автоматизация управления», Научно-производственный сб., № 4. Киев, 1970.
28. Гурин Л. С., Дымарский Я. С., Меркулов А. Д. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. М., «Советское радио», 1968. 463 с.
29. Гуров В. С. и др. Основы передачи данных по проводным каналам связи. М., «Связь», 1964, 311 с.
30. Гуткин Л. С. Проблемы оптимизации радиосистем. — «Радиотехника», 1971, № 5.
31. Дальнее тропосферное распространение ультракоротких волн. Под ред. Б. А. Введенского и др. М., «Советское радио», 1965. 415 с.
32. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М., «Наука», 1966. 228 с.
33. Денисов О. В. Манипуляторы частоты колебаний автогенератора. — «Вопросы радиоэлектроники, серия X», 1960, вып. 4.
34. Дехтяренко П. И. Индикаторы наибольшего напряжения. Киев, Изд. АН УССР, 1963. 56 с.
35. Дивногорцев Г. П. Экспериментальная проверка гипотезы — кратковременные прекращения в телефонных каналах, как источник импульсных помех. — «Электросвязь», 1964, № 6.
36. Добровольский Г. В. Передача импульсов по каналам связи. М., Госиздат по вопросам связи и радио, 1960.
37. Долуханов М. П. Оптимальные методы передачи сигналов по линиям связи. М., «Связь», 1965. 172 с.
38. Етрухин Н. Н. Взаимное влияние каналов через канальные фильтры в аппаратуре тонального телеграфирования с частотной модуляцией. — «Сб. научных трудов ЦНИИС», 1960, вып. 1.
39. Железнов Н. А. О принципиальных вопросах теории сигналов и задачах ее дальнейшего развития на основе новой стохастической модели. — «Радиотехника», 1957, № 11.
40. Заездный А. М., Лифшиц Л. Л. Количественные оценки эффективности систем связи. — «Электросвязь», 1968, № 5.
41. Заренин Ю. Г., Иносов В. Л. Коды в технике. К., «Техніка», 1964.
42. Захаров В. Г., Тарасенко Ф. П. Приближенные формулы и таблицы интегрального обобщенного рэлеевского распределения. — «Труды Сибирского физико-технического института», 1964, вып. 44.
43. Захаров И. В. Оценка эффективности систем связи. — «Электросвязь», 1971, № 6.
44. Захаров Г. П. Эффективность систем связи. — «Электросвязь», 1967, № 12.
45. Золотарев И. Д. Нестационарные процессы в резонансных усилителях фазо-импульсных измерительных систем. Новосибирск, «Наука», 1969. 176 с.
46. Зюко А. Г. К определению общетехнических характеристик систем связи. — «Сб. трудов НТОРЭэ им. А. С. Попова», 1958, вып. 2.
47. Зюко А. Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи. М., «Связь», 1963. 320 с.
48. Зюко А. Г. Элементы теории передачи информации. Киев, «Техніка», 1969. 298 с.
49. Иванов Г. В., Соболевский Е. А., Алтунин В. И. Спектры радиосигналов и измерение ширины полосы частот радиоизлучений. М., «Связь», 1966. 64 с.
50. Иодко Е. К. и др. Радиосвязь, телевизионное и звуковое вещание. — В инф. сб.: «Определение экономической эффективности новой техники в хозяйстве связи». М., Связьиздат, 1962.
51. Использование радиоспектра. Пер. с англ. под ред. М. С. Гуревича. М., «Связь», 1969. 272 с.

52. Калинин Б. С., Мушкет М. И. О повышении надежности работы каналов частотного телеграфирования. — «Вестник связи», 1969, № 4.
53. Калашников Н. И. Системы связи через искусственные спутники Земли. М., «Связь», 1969. 383 с.
54. Калинин Б. П. Одномерная плотность вероятности суммы импульсных и флуктуационных помех. — «Электросвязь», 1967, № 5.
55. Калинин Б. П. О распределении амплитуд атмосферных помех. — «Электросвязь», 1968, № 12.
56. Каналы передачи данных. Под ред. В. О. Шварцмана. М., «Связь», 1970. 304 с.
57. Каневский З. М. Передача сообщений с информационной обратной связью. М., «Связь», 1969. 263 с.
58. Кловский Д. Д. Вопросы потенциальной помехоустойчивости при замираниях сигнала. — «Радиотехника», 1960, № 5.
59. Кловский Д. Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М., «Связь», 1969. 375 с.
60. Ключев Н. И. Информационные основы передачи сообщений. М., «Советское радио», 1966. 360 с.
61. Колесник В. Д., Мирончиков Е. Т. Декодирование циклических кодов. М., «Связь», 1968. 251 с.
62. Коржик В. И. Границы по вероятностям необнаруживаемых оценок и оптимальные групповые коды в каналах с обратной связью. — «Радиотехника», 1965, № 1.
63. Коржик В. И. Одна оценка обнаруживающей способности бинарных групповых кодов. — «Радиотехника и электроника», 1965, № 11.
64. Котельников В. А. Теория потенциальной помехоустойчивости. М., Госэнергоиздат, 1956.
65. Крысько А. С. Полупроводниковый ключ на кремниевых диодах. — «Приборы и техника эксперимента», 1965, № 6.
66. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. М., «Советское радио», 1966.
67. Лекции по теории систем связи. Под ред. Багдади Е. Д. М., «Мир», 1964. 402 с.
68. Лернер А. Я. Начала кибернетики. М., «Наука», 1967. 400 с.
69. Линденлауб, Чен. Характеристика приемников с согласованными фильтрами при негауссовых помехах. — «Зарубежная радиоэлектроника», 1967, № 12.
70. Лихтер Я. И. Исследование атмосферных помех в СССР в 1957—1959 гг. — «Геомagnetизм и аэрoнoмия», 1961, № 2.
71. Лихтер Я. И., Герина Г. И. Некоторые результаты исследования интенсивности атмосферных радиопомех в Москве. — Сб. «Исследование ионосферы». Изд. АН СССР, 1960, № 3.
72. Лихтер Я. И. Об аппроксимационной формуле закона распределения амплитуды огибающей атмосферных радиопомех. — «Геомagnetизм и аэрoнoмия», 1961, № 2.
73. Лихтер Я. И. О некоторых особенностях функции распределения напряженности поля атмосферных помех. — «Труды НИИЗМИР», 1957, вып. 13.
74. Магазирик А. А. Управляемые кварцевые генераторы и возбудители для частотного радиотелеграфирования. — Инф. сб. М., Связьиздат, 1955. 151 с.
75. Малолепший Г. А. Влияние избирательного тракта на помехоустойчивость некогерентного приема дискретных сигналов. — «Электросвязь», 1970, № 7.
76. Малолепший Г. А. К вопросу о переходных процессах при передаче дискретной информации методом фазовой модуляции. — «Электросвязь», 1969, № 6.
77. Мановцев А. П. Введение в цифровую радиотелеметрию. М., «Энергия», 1967. 343 с.
78. Манаенков С. Д. и др. Методика определения себестоимости и цены производства средств новой техники радиосвязи и вещания. — В кн.: Экономическая эффективность и стимулирование создания и внедрения новой техники связи. М., «Связь», 1969.

79. Махоткин Л. Г. Статистика атмосферных радиопомех. «Геоматнетизм и аэрономия», 1963, № 2.
80. Машбиц Л. М., Яншина Г. Ф., Канунников В. Г. Формирование сигналов частотной манипуляции при неизменных параметрах опорного генератора. — «Электросвязь», 1970, № 8.
81. Меерович Л. А., Зеличенко Л. Г. Импульсная техника. М., «Советское радио», 1953. 830 с.
82. Мертц. Модель импульсных помех в системах передачи данных. — В кн.: Статистика ошибок при передаче цифровой информации. М., «Мир», 1966.
83. Мешковский К. А., Кириллов Н. Е. Кодирование в технике связи. М., «Связь», 1966. 324 с.
84. Мешковский К. А. О необходимости отказа от понятия объема сигнала в связи. — «Электросвязь», 1968, № 11.
85. Миддлтон Д. Очерки теории связи. М., «Советское радио», 1966. 160 с.
86. Михайлов А. В. О влиянии фазо-частотной характеристики канала на достоверность при передаче данных. — «Электросвязь», 1966, № 10.
87. Модулятор для передачи информации путем изменения частоты. Франц. патент, кл. Н04Л, Н03С, № 1210729, 10.03.60.
88. Мясковский Г. М. Вероятностная модель суммарной радиопомехи. «НТК, посвященная 50-летию Советской власти и 20-летию Киевского политехникума связи». Киев, 1967, февраль.
89. Наумов П. А., Коган В. С. Основы телеграфии. М., «Связь», 1969. 232 с.
90. Нахманович В. Э. Некоторые возможности повышения стабильности частоты радиопередатчиков в режимах частотной телеграфии. — «Электросвязь», 1961, № 10.
91. Нахманович В. Э. Способ получения частотноманипулированных сигналов с повышенной стабильностью частоты. Авт. свид. № 132274, кл. 21а, 1401. — «Бюллетень изобретений», 1960, № 19.
92. Новик Д. А. Эффективное кодирование. М., «Энергия», 1965. 235 с.
93. Окунев Ю. Б., Яковлев Л. А. Широкополосные системы связи с составными сигналами. М., «Связь», 1968. 167 с.
94. Основные термины в области передачи данных и их определения. Русская интерпретация терминов и определений, приведенных в т. VIII Голубой книги МККТТ и «Перечне определений основных терминов в области электросвязи; передача данных». 2-е дополнение к ч. I (Желтая книга Международного Союза электросвязи).
95. Панов А. Ф., Свиридов В. В. К вопросу о критерии оптимальности систем связи. — «Приборы и системы автоматизации», Республ. межведомственный научно-техн. сб. Харьков, 1970, вып. 13.
96. Паук С. М., Сервинский Е. Г. Влияние ключа на помехоустойчивость приемника дискретной информации с МЧМ при реальном додетекторном интегрировании. — Труды семинара «Информационно-измерительные системы». ИК АН УССР, 1969, вып. 1.
97. Паук С. М. Влияние нагрузки детектора на помехоустойчивость некогерентного приемника дискретных сигналов с МЧМ. — Труды семинара «Информационно-измерительные системы». ИК АН УССР, 1969, вып. 2.
98. Паук С. М. К вопросу о помехоустойчивости реального додетекторного интегратора в канале с замираниями. — «Известия вузов СССР», «Радиоэлектроника», 1969, № 10.
99. Паук С. М. К вопросу о помехоустойчивости реальных систем связи с многопозиционной частотной манипуляцией. — «Радиотехника», 1971, № 6.
100. Паук С. М. Некогерентный прием многочастотных дискретных сигналов при неидентичности коэффициентов передачи субканалов. — Труды семинара «Информационно-измерительные системы». ИК АН УССР, 1970, вып. 2.
101. Паук С. М. Некоторые вопросы помехоустойчивости и проектирования узлов аппаратуры систем передачи дискретной информации многопозиционными сигналами. Кандидатская диссертация. Изд. КИИГА, 1970.
102. Паук С. М. О методике инженерного проектирования додетекторных интеграторов. — Труды семинара «Информационно-измерительные системы». ИК АН УССР, 1970, вып. 2.

103. Паук С. М. Помехоустойчивость реального некогерентного приема многочастотных сигналов в канале с замираниями. — «Радиотехника», 1971, № 1.
104. Певницкий В. П., Француз А. Г. О статистических распределениях амплитуд импульсов радиопомех, создаваемых электроустройствами. — «Электросвязь», 1958, № 9.
105. Первуинский С. М., Сервинский Е. Г. Влияние переходных процессов в канале связи на помехоустойчивость некогерентного приемника бинарных сигналов с ЧМ. — Сб. трудов «Вопросы авиационной радиотехники». Изд. КИИГА, 1971, вып. 6.
106. Первуинский С. М., Сервинский Е. Г. Вычисление помехоустойчивости в бинарной системе при наличии регулярной составляющей в «пустом» субканале. — «Известия вузов», «Радиоэлектроника», 1969, № 10.
107. Первуинский С. М. Исследование помехоустойчивости и эффективности некогерентных систем передачи дискретной информации с многопозиционными сигналами. Кандидатская диссертация. Изд. КИИГА, 1969.
108. Петрович Н. Т. Передача дискретной информации в каналах с фазовой манипуляцией. М., «Советское радио», 1965. 263 с.
109. Петрович Н. Т., Размахнин М. К. Системы связи с шумоподобными сигналами. М., «Советское радио», 1969. 232 с.
110. Пирс Дж. Символы, сигналы, шумы. Закономерности и процессы передачи информации. М., «Мир», 1967. 334 с.
111. Плотников В. Г. Сравнение конкретных систем связи на основе обобщенных количественных оценок. — «Труды учебных ин-тов связи», 1970, вып. 51.
112. Панкратов В. С., Антонов О. Е. Об оптимальном приеме бинарных сигналов на фоне негауссовых помех. — «Электросвязь», 1967, № 9.
113. Попов О. В., Турин В. Я. О законе распределения вероятностей различного числа ошибок в комбинации. — «Электросвязь», 1967, № 5.
114. Предварительный отчет об испытаниях системы Рейк в канале тропосферного рассеяния. — «ТИИЭР», 1965, № 6.
115. Пуртов Л. П., Замрий А. С., Захаров А. И. Выбор корректирующих кодов для систем с переспросом по экспериментальным данным распределения ошибок в каналах связи. — «Электросвязь», 1969, № 11.
116. Пуртов Л. Л., Замрий А. С., Захаров А. И. Основные закономерности распределения ошибок в дискретных каналах связи. — «Электросвязь», 1967, № 2.
117. Пуртов Л. П., Замрий А. С., Шаповалов И. Ф. Характер распределения ошибок в телефонных каналах при передаче дискретных сигналов. — «Электросвязь», 1965, № 6.
118. Самойленко С. И. Помехоустойчивое кодирование. М., «Наука», 1966. 239 с.
119. Сандерс Р. В. «Диджиклок» — система с ортогональной модуляцией. — В кн.: Статистическая теория связи и ее приложения. Под ред. А. В. Балакришнана. М., «Мир», 1967.
120. Сандерс Р. В. Система связи «Диджиклок». — В кн.: Передача цифровой информации. Под ред. С. И. Самойленко. ИИЛ, 1963.
121. Свешников С. В. Основы оптоэлектроники. М., «Советское радио», 1971. 271 с.
122. Семенов А. М., Сикарев А. А. Широкополосная радиосвязь. М., Воениздат, 1970. 278 с.
123. Сендерский В. А. Приближенное выражение интегральной обобщенной функции распределения Рэлея. — «Радиотехника и электроника», 1971, № 9.
124. Сервинский Е. Г. Анализ и расчет схемы последетекторного интегрирования с учетом неидеальности ключа. Ч. I. — Сб. трудов «Вопросы авиационной радиотехники». Изд. КИИГА, 1970, вып. 5.
125. Сервинский Е. Г. Анализ и расчет схемы последетекторного интегрирования с учетом неидеальности ключа. Ч. II. — Сб. трудов «Вопросы авиационной радиотехники». Изд. КИИГА, 1971, вып. 6.
126. Сервинский Е. Г. Влияние рассинхронизации на помехоустойчивость систем связи с высокоосновным частотным кодированием. — Сб. трудов «Вопросы авиационной радиотехники». Изд. КИИГА, 1968, вып. 4.

127. Сервинский Е. Г. Влияние рассинхронизации на помехоустойчивость последетекторного интегрирования в бинарных системах связи. — «Электросвязь», 1966, № 3.
128. Сервинский Е. Г. К вопросу о целесообразности применения высокоосновных частотных кодов. — «Электросвязь», 1964, № 10.
129. Сервинский Е. Г. К вопросу о целесообразности применения высокоосновных частотных кодов при наличии рассинхронизации. — Сб. «Вопросы авиационной радиотехники». Изд. КИИГА, 1968, вып. 4.
130. Сервинский Е. Г. О критериях оценки систем передачи дискретной информации. — «Электросвязь», 1968, № 6.
131. Сервинский Е. Г. О некоторых недостатках оценки реальных систем передачи информации по коэффициенту использования пропускной способности каналов связи. Депонировано в НИИЭИР, свидетельство № Д-2245, 1971.
132. Сервинский Е. Г. О целесообразности применения многопозиционных систем с частотной манипуляцией для передачи дискретной информации. — Сб. докладов международного симпозиума по теме «Новости в радиотехнике, технике дальней связи и электроники». Т. I. 1966, Болгария, Варна.
133. Сервинский Е. Г., Паук С. М. О целесообразности применения систем с многопозиционной частотной манипуляцией при воздействии импульсных помех. — «Электросвязь», 1970, № 2.
134. Сервинский Е. Г. Оценка многопозиционных систем связи с ОФМ по критерию цены. — «Электросвязь», 1969, № 10.
135. Сервинский Е. Г., Первунинский С. М. Оценка систем с многопозиционной частотной манипуляцией при работе по каналам с переменными параметрами. — Сб. докладов второго Международного симпозиума по радиоэлектронике. Болгария, Варна, 1968, май.
136. Сервинский Е. Г., Первунинский С. М. Оценка систем с МЧМ при работе по каналам с фиксированной полосой. Сб. трудов «Вопросы авиационной радиотехники». Изд. КИИГА, вып. 6, 1971.
137. Сервинский Е. Г., Первунинский С. М. Критерии оценки систем связи на основе теории исследования операций. Тезисы докл. «Совещания по совершенствованию проектирования РЭС». Северодонецк, 1972.
138. Сервинский Е. Г., Паук С. М. Расчет додетекторных интегрирующих фильтров для систем передачи дискретной информации с частотной манипуляцией. — «Электросвязь», 1969, № 8.
139. Сервинский Е. Г. Расчет эффективности последетекторного интегрирования и параметров интегрирующей цепи. — «Электросвязь», 1965, № 8.
140. Сервинский Е. Г. Управление частотой кварцевых автогенераторов. Киев, «Техніка», 1964, 200 с.
141. Сервинский Е. Г. ЧМ или ОФМ? О выборе вида манипуляции при передаче дискретной информации. — «Известия на ВМЕИ «Ленин». Кн. V. София, 1970.
142. Сервинский Е. Г. Передача дискретной информации. Киев, «Техніка», 1971. 140 с.
143. Сергиенко Л. И. К вопросу о целесообразности использования помехоустойчивых видов модуляции при передаче данных по телефонным каналам связи. — «Электросвязь», 1965, № 11.
144. Сикарев А. А. Оптимальный некогерентный прием в каналах с флуктуационными и сосредоточенными помехами. — «Проблемы передачи информации», 1970, т. VI, вып. 2.
145. Сифоров В. И. О помехоустойчивости системы с корректирующими кодами. — «Радиотехника и электроника», 1956, № 2.
146. Смит, Боуэн, Джойс. Оценка качества телефонных линий с точки зрения передачи цифровой информации. — В кн.: Статистика ошибок при передаче цифровой информации. М., «Мир», 1966.
147. Справочник по системотехнике. Под ред. Р. Макола. М., «Советское радио», 1971. 688 с.
148. Срапионов О. С. и др. Экономика и планирование связи. М., «Связь», 1968. 367 с.

149. Сукачев Э. А. Влияние фазовых искажений в канале связи на помехоустойчивость передачи данных. — «Вопросы электросвязи» (сб. статей). Киев, «Техника», 1967.
150. Супрун Б. А. Первичные коды. М., «Связь», 1970. 161 с.
151. Теумин И. И. Экспериментальный анализ переходных процессов в линейных электрических цепях. М., «Советское радио», 1956. 535 с.
152. Теплов Н. Л. Анализ оптимальных схем приема дискретных сигналов на фоне сосредоточенных (по спектру или во времени) помех. — «Электросвязь», 1968, № 12.
153. Теплов Н. Л. Помехоустойчивость систем передачи дискретной информации. М., «Связь», 1964. 359 с.
154. Телляков И. М. Радиотелеметрия. М., «Советское радио», 1966. 311 с.
155. Термины и определения по передаче данных. Документ МККТТ АР Ш/22, 1964.
156. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., «Советское радио», 1966. 678 с.
157. Тынная Н. Т., Свенсон А. Н. Исследование взаимной корреляции импульсных помех в многоканальных системах дальней связи. — «Электросвязь», 1969, № 1.
158. Финк Л. М. Многопозиционные системы частотного радиотелеграфирования. — Сб. трудов НТОРиЭ им. А. С. Попова, 1959, вып. 4.
159. Финк Л. М. О применимости бинарных корректирующих кодов в каналах передачи дискретной информации. — «Радиотехника», 1961, № 10.
160. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М., «Советское радио», 1963. 576 с.
161. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М., «Советское радио», 1970. 727 с.
162. Флейшман Б. С. Элементы теории потенциальной эффективности сложных систем. М., «Советское радио», 1971. 225 с.
163. Фрэнк Р. Многофазные коды с хорошими непериодическими корреляционными свойствами. — «Зарубежная радиоэлектроника», 1963, № 2.
164. Хайтман Е. Н. Некоторые характеристики математической модели реального комплекса помех в кв диапазоне. — «Электросвязь», 1968, № 2.
165. Харкевич А. А. Основы радиотехники. М., Связьиздат, 1962.
166. Харкевич А. А. Борьба с помехами. М., «Наука», 1965. 275 с.
167. Харкевич А. А. Передача сигналов модулированным шумом. — «Электросвязь», 1957, № 11.
168. Хворостенко Н. П. Статистическая теория демодуляции дискретных сигналов. М., «Связь», 1968. 335 с.
169. Хелстром К. Сравнение цифровых систем связи. — В сб.: «Передача цифровой информации». ИИЛ, 1963.
170. Хургин Я. И. Ну и что? М., «Молодая гвардия», 1967.
171. Чуев Ю. В., Слехова Г. П. Технические задачи исследования операций. М., «Советское радио», 1971. 244 с.
172. Шанин Г. А. Экономическая эффективность систем уплотнения кабельных и воздушных линий междугородной и сельской связи. — В кн.: Экономическая эффективность и стимулирование создания и внедрения новой техники связи. М., «Связь», 1969.
173. Шеннон К. Бандвагон. — В сб. «Работы по теории информации и кибернетике». ИИЛ, 1963.
174. Шеннон К. Математическая теория связи. — В сб.: «Работы по теории информации и кибернетике». ИИЛ, 1963.
175. Шеннон К. Связь при наличии шума. — В сб.: «Работы по теории информации и кибернетике». ИИЛ, 1963.
176. Шеннон К. Современные достижения теории связи. — В кн.: Работы по теории информации и кибернетике. ИИЛ, 1963.
177. Шеннон К. Теория связи в секретных системах. — В сб.: «Работы по теории информации и кибернетике». ИИЛ, 1963.



178. Цифровые методы в космической связи. Пер. с англ. под ред. В. И. Шляпоберского. Под ред. С. Голомба. М., «Связь», 1969, 271 с.
179. Элементы технической кибернетики. — «Терминология», вып. 77. М., «Наука», 1968, 53 с.
180. Aaron M. R., Tufts D. W. Intersymbol Interference and Error Probability. IEEE Trans. on Inf. Theory, 1966, vol. IT-12, January.
181. Barnard G. A. Generalized cost expressions for private-line communication channels. — «IEEE Trans. on Commun. Techn.», 1964, vol. COM-12, № 4.
182. Bennet W. R., Froelich F. S. Some results on the Effectiveness of error control procedures in digital data transmission. — «IRE Trans. on Com. Syst.», 1961, vol. CS-9, № 1.
183. Blackman R. B., Tukey J. W. The measurements of power spectra from the point of view of communications engineering-part 1. — «BSTJ», 1958, vol. 37, № 111.
184. Bodonyi A. B. Effects of impulse noise on digital data transmission. — «IRE Trans. on Com. Syst.», 1961, vol. CS-9, № 4.
185. Clark A. A. An ideal frequency translator. — «IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems», vol. AES-4, 1968, № 3.
186. Cosgrove T., Chipp R. D. Economic considerations for communication systems. — «IEEE Trans. on Commun. Techn.», 1968, vol. COM-16, № 4.
187. Di Toro D. M., Steiglitz K. Application of the maximum principle to the design of minimum bandwidth pulses. — «IEEE Trans. Commun. Technol.», 1965, vol. COM-13, December.
188. Dollard P. M. On the time-bandwidth concentration of signal functions forming given geometric vector configurations. — «IEEE Trans. on Inf. Theory», 1963, vol. IT-10, № 4.
189. Engel J. S. Digital transmission in the presence of impulsive noise. — «BSTJ», № 8.
190. Fennick J. H. A report on some characteristics of impulse noise in telephone communication. — «IEEE Trans. on Commun. and Electr.», 1964, November.
191. Fennick J. H., Nassell I. E. The 1963 survey of impulse noise on Bell system carrier facilities. — «IEEE Internat. Conv. Rec.», 1966, vol. 14, part 1, March.
192. Furutsu K., Ichida T. On the theory of amplitude distribution of impulsive random noise. — «Journal of Applied Physics», 1961, vol. 32, № 7.
193. Gabor D. Theory of communications. — «J. Instn. Electr. Engrs.», 1946, vol. 93, part 3.
194. George D. A. Matched filters for interfering signals. — «IEEE Trans. on Inf. Theory», 1965, vol. IT-11, January.
195. Halsted L. R. On binary data transmission error rates due to combinations of gaussian and impulse noise. — «IEEE Trans. on Com. Syst.», 1963, vol. CS-11, № 6.
196. Horner F. The design and use of instruments for counting local lighting flashes. — «PIEE», part B, 1960, № 34.
197. Jacobs I. Comparison of M-ary modulation systems. — «BSTJ», vol. XLYI, № 5, 1967.
198. Jennings A., Miller. A linear autocorrelator for synchronization of binary coded messages. Communication and Electronics, 1963, № 66.
199. Kasowsky S. Rake system for lunar relay communication. — «IEEE Intern. Conv. Record», 1963, part 8.
200. Lampard D. G. Definitions of bandwidth and time duration on signals, which are connected by an identity. — «IRE Trans. Circuit Theory», 1956, vol. CT-3, № 4.
201. Lugganani R. Intersymbol interference and probability of error in digital systems. — «IEEE Trans. on Inf. Theory», 1969, vol. IT-15, № 6 (поправка к ст. ж-ле 1970, vol. JT-16, 1970, № 6).
202. Nutall A. H., Amoroso F. Minimum Gabor bandwidth of M orthogonal signals. — «IEEE Trans. on Inf. Theory», 1965, vol. IT-11, № 3.

203. Papoulis A. Limits on bandlimited signals. — «Proc. IEEE», 1967, vol. 55, October.
204. Prabh V. K. Performance of coherent phase-shift-keyed systems with intersymbol interference. — «IEEE Trans. on Inf. Theory», 1971, vol. IT-17, № 4.
205. Price R., Green P. E. A communication technique for multipath channels. — «PIRE», vol. 46, 1958, № 3.
206. Rappaport S. S. Computing approximations for the generalized Q-function and its complement. — «IEEE Trans. on Inf. Theory», vol. IT-17, 1971, № 4.
207. Reed I. S., Scholtz R. A. N-orthogonal phase-modulated codes. — «IEEE Trans. on Inf. Theory», 1966, vol. IT-12, July.
208. Sanders R. W. Communication efficiency comparison of several communication systems. — «PIRE», 1960, April.
209. Saltzberg B. R. Error probabilities for a binary signal perturbed by intersymbol interference and gaussian noise. — «IEEE Trans. on Commun. Syst.», 1964, vol. CS-12, № 1.
210. Saltzberg B. R. Intersymbol interference error bounds with application to ideal bandlimited signaling. — «IEEE Trans. on Inf. Theory», vol. IT-14, 1968, № 4.
211. Schmidt A. R. A frequency stepping scheme for overcoming the disastrous effects of multipath distortion on high frequency FSK communication circuits. — «IRE Trans. on Commun. Syst.», vol. CS-8, 1960, № 1.
212. Schneider H. L. Data transmission with FSK permutation modulation. — «BSTJ», 1968, vol. 47, № 6.
213. Slepian D. Bounds on communication. — «BSTJ», 1963, № 3.
214. Sunde E. D. Pulse transmission by AM, FM and PM in the presence of phase distortion. — «BSTJ», 1961, vol. 40, March.
215. Sunde E. D. Theoretical fundamentals on pulse transmission. — «BSTJ», 1954, vol. 33, № 5.
216. Tjhung T. T., Wittke P. H. Carrier transmission of binary data in a restricted band. — «IEEE Trans. on Commun. Technol.», vol. COM-18, 1970, № 4.
217. Wainwright R. A. On the potential advantage of a smearing-desmearing filter technique in overcoming impulse-problems in data systems. — «IRE Trans. on Com. Syst.», 1961, vol. CS-9, № 4.
218. Walbesser W. J. On comparing digital systems. — «IEEE Trans. on Commun. Syst.», 1963, vol. CS-11, № 2.
219. Wolf J. K. On comparing N-ary systems. — «IRE Trans. on Commun. Syst.», 1962, vol. CS-10, № 2.
220. Zakal M. Band-limited functions and the sampling theorem. — «Inform. and Control», 1965, vol. 8, № 2.
221. Ziemer R. E. Error probabilities due to additive combinations of gaussian and impulsive noise. — «IEEE Trans. on Com. Techn.», 1967, № 3.

	Стр.
Основные сокращения . . . . .	3
Основные обозначения . . . . .	4
Введение . . . . .	8
<b>Глава первая</b>	
<i>Структура, функционирование и классификация систем передачи дискретной информации</i>	
1.1. Общая структурная схема СПДИ . . . . .	14
1.2. Преобразование сообщения в сигнал . . . . .	25
1.3. Виды переносчиков и сигналов в СПДИ . . . . .	38
1.4. Прием сигналов . . . . .	42
1.5. Классификация СПДИ . . . . .	48
<b>Глава вторая</b>	
<i>Каналы связи</i>	
2.1. Определение и классификация каналов . . . . .	52
2.2. Каналы с постоянными параметрами . . . . .	54
2.3. Каналы с переменными параметрами . . . . .	62
2.4. Помехи в каналах связи . . . . .	68
2.5. Помехи типа нормального белого шума . . . . .	73
<b>Глава третья</b>	
<i>Основные внешние параметры СПДИ</i>	
3.1. Общие соображения о выборе внешних параметров СПДИ . . . . .	78
3.2. Скорость передачи информации . . . . .	79
3.3. Помехоустойчивость СПДИ . . . . .	103
3.4. Занимаемая полоса частот . . . . .	115
3.5. Превышение сигнала над помехой . . . . .	124
3.6. Некоторые другие внешние параметры СПДИ . . . . .	128
<b>Глава четвертая</b>	
<i>Критерии оценки СПДИ</i>	
4.1. Обзор и анализ существующих критериев оценки СПДИ . . . . .	132
4.2. Методология формирования критериев оценки . . . . .	144
4.3. Оценка СПДИ по критерию цены . . . . .	159
4.4. Оценка СПДИ по критерию эффективности . . . . .	171
4.5. Обзор некоторых других критериев, использующих системный подход . . . . .	176
4.6. Об определении весовых коэффициентов при технических параметрах СПДИ . . . . .	183
<b>Глава пятая</b>	
<i>Влияние АЧХ и ФЧХ канала связи на помехоустойчивость СПДИ</i>	
5.1. Введение . . . . .	194
5.2. Методы определения влияния АЧХ и ФЧХ канальных фильтров на искажения сигнала . . . . .	195
5.3. Качественный анализ причин ухудшения помехоустойчивости при наличии искажений сигнала . . . . .	197
5.4. Особенности определения помехоустойчивости с учетом искажений сигнала . . . . .	200
5.5. Анализ характера междусимвольных помех для СПДИ с МЧМ . . . . .	207
5.6. Методика вычисления помехоустойчивости с учетом искажений сигнала . . . . .	214
5.7. Помехоустойчивость СПДИ с МЧМ при аппроксимации канала ИПФ . . . . .	219

Глава шестая  
Оценка СПДИ с МЧМ и МОФМ

6.1. Введение . . . . .	223
6.2. Оценка простейшей модели СПДИ с МЧМ . . . . .	223
6.3. Оценка СПДИ с МЧМ при $L > 1$ . . . . .	245
6.4. Оценка СПДИ с МЧМ при $\beta > 1$ . . . . .	247
6.5. Оценка СПДИ с МЧМ при $\epsilon < 0$ . . . . .	253
6.6. Оценка СПДИ с МЧМ при учете влияния искажений сигнала ВКС на помехоустойчивость . . . . .	258
6.7. Оценка СПДИ с МЧМ при учете ограничений на значения технических параметров . . . . .	270
6.8. Оценка СПДИ с МЧМ при воздействии импульсных помех . . . . .	278
6.9. Оценка СПДИ с МЧМ при передаче по каналу с переменными параметрами . . . . .	285
6.10. Сравнительная оценка классов СПДИ с МЧМ и МОФМ . . . . .	288
6.11. Обобщение и анализ полученных результатов . . . . .	295
Заключение . . . . .	

Приложение 1. Некоторые математические выкладки, относящиеся к вычислению помехоустойчивости с учетом АЧХ и ФЧХ канала связи . . . . .	303
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Приложение 2. Влияние внешней среды и неидеальностей элементов аппаратуры на внешние параметры СПДИ; вопросы технической реализации СПДИ . . . . .	322
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Список литературы . . . . .	325
-----------------------------	-----

*Евгений Григорьевич Сервинский*

**ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ  
ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Редактор **Т. Б. Котырева**  
Техн. редактор **К. Г. Маркоч**  
Корректор **Н. А. Гречаный**

---

Сдано в набор 18/IX—1973 г.  
Подписано в печ. 26/II—1974 г.  
Форм. бум. 60×90/16 Т-00988  
Тираж 5600 экз. 21,0 печ. л. 21,0 усл.-печ. л.  
22,26 уч.-изд. л.  
Бумага типографская № 2  
Цена 2 р. 16 коп.  
Издательство «Связь», Москва-центр,  
Чистопрудный бульвар, 2

---

Типография издательства «Связь» Государственного комитета Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
Москва-центр, ул. Кирова, 40. Зак. тип. 239

Опечатки,  
замеченные в книге Е. Г. Сервинского  
«Оптимизация систем передачи дискретной информации»

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
93	7-я св.	$\dots \sqrt{N_x} \leq m \leq \sqrt{N_x} \dots$	$\dots \sqrt{N_x} \leq m \leq \sqrt{N_x} \dots$
167	1-я сн.	$B_{\Pi_3}^{(\psi, \psi)} = \frac{\Pi^{(\psi)}}{\Pi^{(\varphi)}} = B_{\Pi}^{(\varphi, \psi)} \frac{B_{\Pi}^{(\varphi)}}{B_{\Pi}^{(\psi)}}$	$B_{\Pi}^{(\varphi, \psi)} = \frac{\Pi^{(\psi)}}{\Pi^{(\varphi)}} = B_{\Pi}^{(\varphi, \psi)} \frac{B_{\Pi}^{(\varphi)}}{B_{\Pi}^{(\psi)}}$
252	21-я св.	$\mu = \frac{B_{\Pi} (K_{\text{изб. непр } m, K_{\text{изб. непр } 2})}{B_{\Pi} (K_{\text{изб. непр } m} \approx K_{\text{изб. непр } 2} = 1)} \approx \dots$	$\mu = \frac{B_{\Pi} (K_{\text{изб. непр } m, K_{\text{изб. непр } 2})}{B_{\Pi} (K_{\text{изб. непр } m} \approx K_{\text{изб. непр } 2} = 1)} \approx \dots$
Выходные сведения	9-я сн.	Бумага типографская № 2	Бумага типографская № 2. Зак. изд. 15271

14

22835